2022北京清华附中初三9月月考

数　　学

一、选择题

1. 抛物线 $y=(x-4)^2-5$ 的顶点坐标和开口方向分别是(　　)

A. (4，－5)，开口向上　　B. (4，－5)，开口向下

C. (－4，－5)，开口向上　　D. (－4，－5)，开口向下

2. 抛物线 $y=-x^2+2$ 和 $y=-(x+2)^2$ 的对称轴分别是（　　）

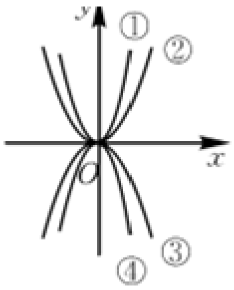
A. y 轴，直线 $x=2$　　B. 直线 $x=2$，$x=-2$　　C. 直线 $x=-2$，直线 $x=2$　　D. y 轴，直线 $x=-2$

3. 一元二次方程 $x^2+2x+2=0$ 的根的情况是（　　）

A. 方程有两个相等的实数根　　B. 方程有两个不相等的实数根

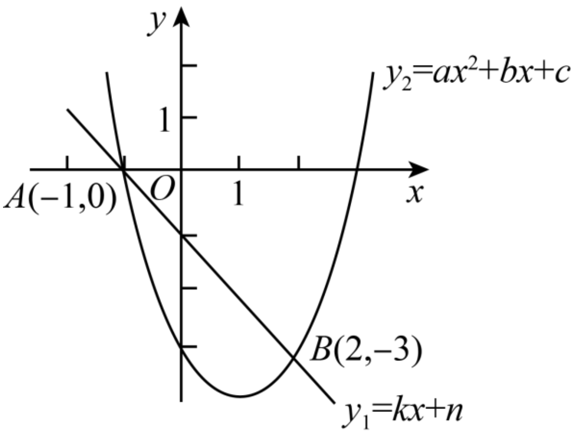
C. 方程没有实数根　　D. 无法确定

4. 如图，四个二次函数的图象中，分别对应的是：① $y=ax^2$；② $y=bx^2$；③ $y=cx^2$；④ $y=dx^2$，则 a,b,c,d 的大小关系为



A. $a>b>c>d$　　B. $a>b>d>c$　　C. $b>a>c>d$　　D. $b>a>d>c$

5. 如图，直线 $y_1=kx+n(k\neq 0)$ 与抛物线 $y_2=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 分别交于 $A(-1，0)$，$B(2，-3)$两点，那么当 $y_1>y_2$ 时，x 的取值范围是（　　）



A. $x<-1$ 或 $x>2$　　B. $0<x<2$　　C. $-3<x<0$　　D. $-1<x<2$

6. 已知点 $A(-2,y_1)$，$B(2,y_2)$，$C(3,y_3)$ 在抛物线 $y=-(x-1)^2+2$ 上，则 y_1，y_2，y_3 大小关系是

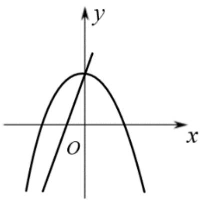
（　　）

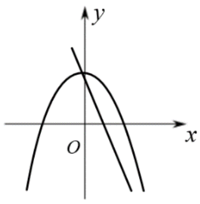
A. $y_1<y_2<y_3$　　B. $y_1<y_3<y_2$　　C. $y_3<y_2<y_1$　　D. $y_3<y_1<y_2$

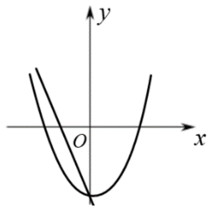
7. 已知函数 $y=(k-3)x^2+2x+1$ 的图象与 x 轴有交点．则 k 的取值范围是( )

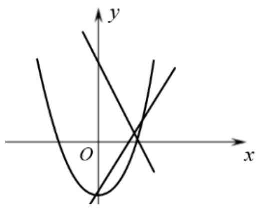
A. $k<4$　　B. $k\le 4$　　C. $k<4$ 且 $k\ne 3$　　D. $k\le 4$ 且 $k\ne 3$

8. 如图在同一坐标系中，一次函数 $y=ax+c$ 和二次函数 $y=ax^2+c$ 图象大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

9. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如表：

x	…	-1	0	1	2	3	
y	…	10	5	2	1	2	…

则当 $y>5$ 时，x 的取值范围是（　　）

A. $0<x<4$　　B. $1<x<3$　　C. $x<0$ 或 $x>4$　　D. $x<0$ 或 $x>5$

10. 定义 $[a,b,c]$ 为函数 $y=ax^2+bx+c$ 　特征数，下面给出特征数为 $[2m,1-m,-1-m]$ 的函数的一些结论：

①当 $m=-3$ 时，函数图象的顶点坐标是 $\left(\frac{1}{3},\frac{8}{3}\right)$；

②当 $m>0$ 时，函数图象截 x 轴所得的线段长度大于 $\frac{3}{2}$；

③当 $m<0$ 时，函数在 $x>\frac{1}{4}$ 时，y 随 x 的增大而减小；

④当 $m\ne 0$ 时，函数图象经过同一个点．

其中正确的结论有（　　）个

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

二、填空题

11. 已知函数 $y=(m-1)x^{m^2+1}$ 是二次函数，则 $m=$_____．

12. 抛物线 $y=-x^2+2x$ 的对称轴是直线________，顶点坐标是________，图象不经过第________象限．

13. 写出一个二次函数，使其图象满足：①开口向下；②与 y 轴交于点(0，−2)，这个二次函数的解析式可以是________．

14. 把抛物线 $y=2x^2$ 向右平移 1 个单位，向上平移 4 个单位，那么得到的新的抛物线的解析式是________．

15. 已知抛物线 $y=x^2+6x-m$ 的顶点在 x 轴上，则 m 的值为________.

16. 已知抛物线 $y=kx^2+2(k-1)x+k-3$（k 为常数）.

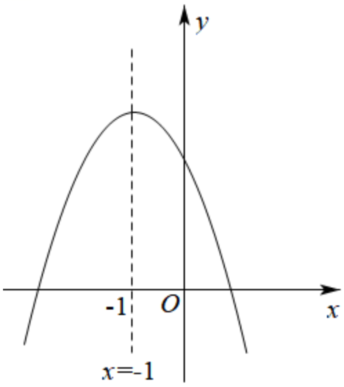
（1）若此抛物线关于 y 轴对称，则 k 的值为________；

（2）若此抛物线经过原点，则 k 的值________；

（3）若此抛物线与 x 轴有两个公共点，则 k 的取值范围________.

17. 抛物线 $y=-2x^2+8x-8$ 关于 x 轴对称的图象的函数表达式为________.

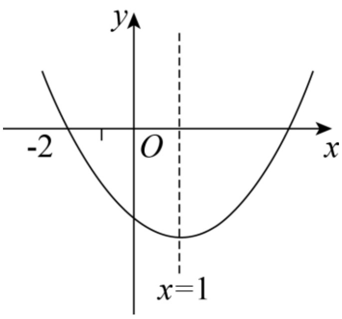
18. 二次函数 $y=-x^2+bx+3$ 图象如图，对称轴为直线 $x=-1$，若直线 $y=t$ 与抛物线 $y=-x^2+bx+3$ 在 $-3\le x\le 1$ 的范围内有两个交点，则 t 的取值范围是________.



19. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\ne 0)$ 的图象如图，有下列结论：

①$a<0$ ②$b<0$ ③$c>0$ ④$b^2-4ac>0$ ⑤$b=-2a$ ⑥$9a+3b+c>0$ ⑦$3a+c<0$

正确的结论是________.（填序号）



三、解答题

20. 解方程

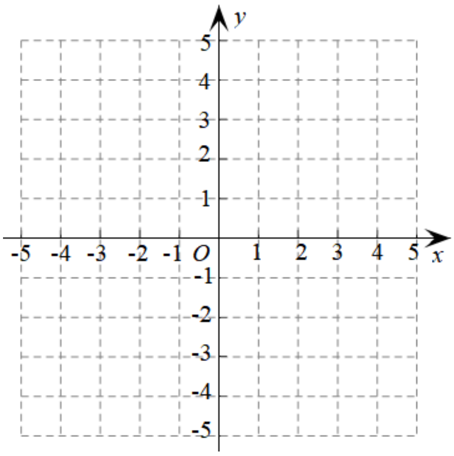
（1）$x(x-1)=x$；

（2）$2x^2-4x-1=0$.

21. 已知二次函数的表达式为 $y=\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{3}{2}$.

①利用配方，将其化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式；

②求图象与两坐标轴交点的坐标；



③利用五点作图法，在图中画出图象；

x	…							…
y	…							…

④观察图象，当 x________时，y 随 x 的增大而减小；

⑤观察图象，当 $-3<x<0$ 时，直接写出 y 的取值范围：________.

22. 已知：二次函数的图象经过点 $A(-1，0)$，$B(0，-3)$和 $C(3，12)$.

（1）求二次函数　解析式并求出图象的顶点 D 的坐标；

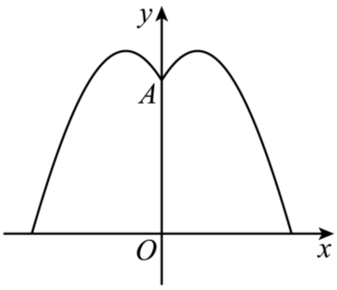
（2）设点 $M(x_1,y_1)$，$N(1,y_2)$ 在该抛物线上，若 $y_1\le y_2$，直接写出 x_1 的取值范围.

23. 关于 x 的方程 $x^2-(m-3)x+m-4=0$

（1）求证：无论 m 取任何实数值，此方程都有两个实数根；

（2）若有一根大于 4 且小于 8，求实数 m 的取值范围.

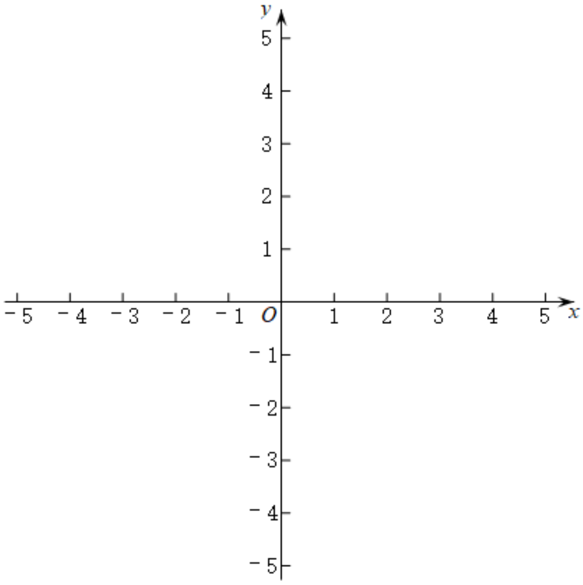
24. 某公园要修建一个圆形喷水池，在池中心竖直安装一根水管，水管 OA 长 2. 25m．在水管的顶端安装一个喷水头，使喷出的抛物线形水柱在与池中心的水平距离为 1m 处达到最高，高度为 3m.



（1）建立如图所示平面直角坐标系，求在第一象限部分的抛物线的解析式；

（2）不考虑其它因素，求水池的直径至少要多少米才能使喷出的水流不落到池外.

25. 已知抛物线 $y=x^2+ax+a$（a 为常数，$a\ne0$）.



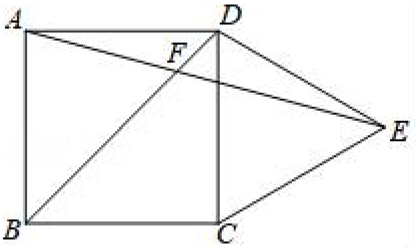
（1）若 $a=2$，求此抛物线的对称轴及顶点坐标；

（2）设 $M(x_1,y_1)$、$N(x_2,y_2)$ 是抛物线上的两点，其中 $x_1<x_2$，

①当 $y_1=y_2$ 时，$x_1+x_2=$________；（用含 a 的式子表示）

②当 $x_1+x_2>4$ 时，都有 $y_1<y_2$，求 a 取值范围．

26. 如图，正方形 $ABCD$，将边 CD 绕点 C 顺时针旋转 $60°$，得到线段 CE，连接 DE，AE，BD 交于点 F．



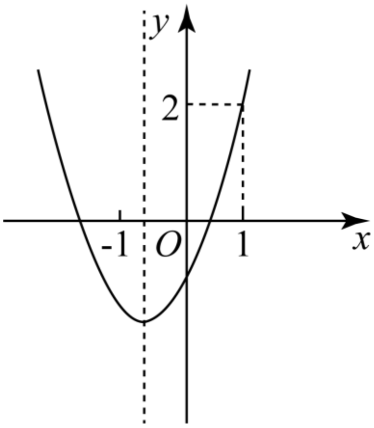
（1）求 $\angle AFB$ 的度数；

（2）求证：$BF=EF$；

（3）连接 CF，直接用等式表示线段 AB，CF，EF 的数量关系．

（B 卷）

27. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象如图所示，有下列结论：①$abc>0$；②$a+b+c=2$；③$a>\frac{1}{2}$；④$b<1$．其中正确的结论是________．



28. （1）当 $|x+1|\le 6$ 时，则函数 $y=x|x|-2x+1$ 的最大值为________；

（2）当 $-2\le x\le 1$ 时，二次函数 $y=-(x-m)^2+m^2+1$ 有最大值 4，则实数 m 的值为________.

29. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=4x+4$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A，B，抛物线 $y=ax^2+bx-3a$ 经过点 A，将点 B 向右平移 5 个单位长度，得到点 C.

（1）求点 C 的坐标；

（2）求抛物线的对称轴；

（3）若抛物线与线段 BC 恰有一个公共点，结合函数图象，求 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题

1. 【答案】A

【分析】根据 $y=a(x-h)^2+k$，$a>0$ 时图象开口向上，$a<0$ 时图象开口向下，顶点坐标是（h，k），对称轴是 $x=h$，可得答案.

【详解】由 $y=(x-4)^2-5$，得

开口方向向上，

顶点坐标 $(4,\ -5)$.

故选 A.

【点睛】本题考查了二次函数的性质，利用 $y=a(x-h)^2+k$，$a>0$ 时图象开口向上，在对称轴的左侧，y 随 x 的增大而减小，在对称轴的右侧，y 随 x 的增大而增大；$a<0$ 时图象开口向下，在对称轴的左侧，y 随 x 的增大而增大，在对称轴的右侧，y 随 x 的增大而减小，顶点坐标是（h，k），对称轴是 $x=h$.

2. 【答案】D

【分析】已知解析式为抛物线的顶点式，可直接写出对称轴.

【详解】解：$y=-x^2+2$ 的对称轴为 y 轴；

$y=-(x+2)^2$ 的对称轴为直线 $x=-2$，

故选：D.

【点睛】此题主要考查了求抛物线的顶点坐标的方法. 利用解析式化为 $y=a(x-h)^2+k$，顶点坐标是（h，k），对称轴是直线 $x=h$ 得出是解题关键.

3. 【答案】C

【分析】求出一元二次方程根的判别式的值，即可作出判断.

【详解】解：一元二次方程 $x^2+2x+2=0$，

$\because \Delta=2^2-4\times1\times2=4-8=-4<0$，

∴方程没有实数根.

故选：C.

【点睛】此题考查了根的判别式，一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$），当 $b^2-4ac>0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $b^2-4ac<0$ 时，方程没有实数根；当 $b^2-4ac=0$ 时，方程有两个相等的实数根，反之也成立.

4. 【答案】A

【详解】由二次函数中，“当二次项系数为正时，图象开口向上，当二次项系数为负时，图象开口向下”结合“二次项系数的绝对值越大，图象的开口越小”分析可得：

$a>b>c>d$.

故选 A.

点睛：（1）二次函数 $y=ax^2\ (a\neq 0)$ 的图象的开口方向由“a 的符号”确定，当 $a>0$ 时，图象的开口向上，当 $a<0$ 时，图象的开口向下；（2）二次函数 $y=ax^2\ (a\neq 0)$ 的图象的开口大小由 $|a|$ 的大小确定，当 $|a|$ 越大时，图象的开口越小.

5. 【答案】D

【分析】根据图象得出取值范围即可.

【详解】解：因为直线 $y_1=kx+n(k\neq 0)$ 与抛物线 $y_2=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 分别交于 A（-1，0），B（2，-3）两点，

所以当 $y_1>y_2$ 时，$-1<x<2$，

故选：D.

【点睛】此题考查二次函数与不等式，关键是根据图象得出取值范围.

6. 【答案】B

【分析】根据题意可得抛物线 $y=-\left(x-1\right)^2+2$ 的对称轴为直线为 $x=1$，抛物线开口向下，抛物线上的点离对称轴越远，函数值越小，即可求解.

【详解】解：∵抛物线 $y=-\left(x-1\right)^2+2$ 的对称轴为直线为 $x=1$，且 $-1<0$，

∴抛物线开口向下，抛物线上的点离对称轴越远，函数值越小，

∵ $1-\left(-2\right)>3-1>2-1$，点 $A\left(-2,y_1\right)$，$B\left(2,y_2\right)$，$C\left(3,y_3\right)$ 在抛物线 $y=-\left(x-1\right)^2+2$ 上，

∴ $y_1<y_3<y_2$.

故选：B.

【点睛】本题主要考查对二次函数图象上点的坐标特征，二次函数的性质等知识点的理解和掌握，能熟练地运用二次函数的性质进行推理是解此题的关键.

7. 【答案】B

【分析】根据函数图像与 x 轴交点的特点可知，$(k-3)x^2+2x+1=0$ 的判别式 $\Delta\geq 0$，即可求解；

【详解】若此函数与 x 轴有交点，则 $(k-3)x^2+2x+1=0$，$\Delta\geq 0$，即 $4-4(k-3)\geq 0$，解得：$k\leq 4$，当 $k=3$ 时，此函数为一次函数，题目要求仍然成立，

故选：B.

【点睛】本题主要考查函数图像与 x 轴交点的特点，掌握相关知识是解题的关键.

8. 【答案】B

【分析】根据各个选项中的图象，可以判断出一次函数和二次函数中 a、c 的正负情况，即可判断哪个选项是正确的.

【详解】解：A．一次函数 $y=ax+c$ 中 $a>0$，$c>0$，二次函数 $y=ax^2+c$ 中 $a<0$，$c>0$，故选项 A 不符合题意；

B．一次函数 $y=ax+c$ 中 $a<0$，$c>0$，二次函数 $y=ax^2+c$ 中 $a<0$，$c>0$，故选项 B 符合题意；

C．一次函数 $y=ax+c$ 中 $a<0$，$c<0$，二次函数 $y=ax^2+c$ 中 $a>0$，$c<0$，故选项 C 不符合题意；

D．一次函数 $y=ax+c$ 中 $a<0$，$c>0$，二次函数 $y=ax^2+c$ 中 $a>0$，$c<0$，故选项 D 不符合题意；

故选：B．

【点睛】本题考查二次函数 图象、一次函数的图象，解答本题的关键是明确一次函数和二次函数的性质，利用数形结合的思想解答．

9. 【答案】C

【分析】根据表格数据，利用二次函数的对称性可判断二次函数的对称轴以及当 $y=5$ 时，x 的另一个取值；然后根据表格以及二次函数的性质即可求出当 $y>5$ 时，x 的取值范围．

【详解】由表可知，二次函数的对称轴为直线 $x=2$，

当 $x=0$ 时，$y=5$；当 $x=4$ 时，$y=5$，

∴当 $y>5$ 时，x 的取值范围为 $x<0$ 或 $x>4$

故选：C．

【点睛】本题考查了二次函数与不等式，掌握二次函数图象的对称性根据表格得出函数的对称轴是关键．

10. 【答案】C

【分析】利用二次函数的性质逐一判断后即可确定正确的答案．

【详解】解：把 $m=-3$ 代入特征数得：$a=-6$，$b=4$，$c=2$，

∴函数解析式为 $y=-6x^2+4x+2=-6\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{8}{3}$，

∴函数图象的顶点坐标是 $\left(\frac{1}{3},\frac{8}{3}\right)$，故①正确；

令 $y=0$，则 $2mx^2+(1-m)x+(-1-m)=0$

解得：$x_1=1,x_2=-\frac{m+1}{2m}$，

∴函数图象与 x 轴两交点坐标为（1，0），$\left(-\frac{m+1}{2m},0\right)$，

当 $m>0$ 时，$1-\left(-\frac{m+1}{2m}\right)=\frac{3}{2}+\frac{1}{2m}>\frac{3}{2}$，故②正确；

当 $m<0$ 时，函数 $y=2mx^2+(1-m)x+(-1-m)$ 开口向下，对称轴为直线 $x=\frac{1}{4}-\frac{1}{4m}>\frac{1}{4}$，

∴x 可能在对称轴左侧也可能在对称轴右侧，故③错误；

$y=2mx^2+(1-m)x+(-1-m)$

$=m\left(2x^2-x-1\right)+x-1$，

若使函数图象经过同一点，$m\neq0$ 时，应使 $2x^2-x-1=0$，

解得 $x_1=1, x_2=-\frac{1}{2}$，

当 $x=1$ 时，$y=0$，当 $x=-\frac{1}{2}$ 时，$y=-\frac{3}{2}$，

∴函数图象一定经过点（1，0）和 $\left(-\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\right)$，故④正确；

故选：C

【点睛】本题考查了二次函数的性质，解题的关键是牢记二次函数的对称轴、顶点坐标的求法，这往往是进一步研究二次函数的性质的基础.

二、填空题

11. 【答案】−1

【分析】根据二次函数的定义，最高次数等于 2，二次项系数不等于 0，即可得到答案.

【详解】解：依题意得：$m^2+1=2$ 且 $m-1\neq0$，

解得：$m=-1$.

故答案是：-1

【点睛】本题考查了二次函数的定义，解题的关键是熟练掌握二次函数的定义.

12. 【答案】 ①. $x=1$ ②. （1，1） ③. 二

【分析】将抛物线的表达式化为顶点式即可进行解答.

【详解】解：∵ $y=-x^2+2x=-(x-1)^2+1$，

∴函数的对称轴为：$x=1$，顶点坐标为：（1，1），

∵函数开口向下，顶点坐标在第一象限，当 $x=0$ 时，$y=0$，

∴函数图像不经过第二象限.

故答案为：$x=1$，（1，1），二

【点睛】本题主要考查了二次函数的图像和性质，熟练掌握相关内容，根据函数的表达式找出函数的对称轴及顶点坐标是解题的关键.

13. 【答案】 $y=-x^2-2$

【分析】根据二次函数的性质可得出 $a<0$，利用二次函数图象上点的坐标特征可得出 $c=-2$，取 $a=-1$，$b=0$ 即可得出结论.

【详解】解：设二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c$.

∵抛物线开口向下，

∴$a<0$.

∵抛物线与 y 轴的交点坐标为（0，-2），

∴$c=-2$.

取 $a=-1$，$b=0$ 时，二次函数的解析式为 $y=-x^2-2$.

故答案为：$y=-x^2-2$（答案不唯一）.

【点睛】本题考查了二次函数的性质以及二次函数图象上点的坐标特征，利用二次函数的性质及二次函数图象上点的坐标特征，找出 $a<0$，$c=-2$ 是解题的关键.

14. 【答案】$y=2\left(x-1\right)^2+4$

【分析】根据二次函数图像的平移规律即可解答.

【详解】解：∵抛物线 $y=2x^2$ 的顶点坐标为（0，0），

∴把抛物线 $y=2x^2$ 向右平移 1 个单位，向上平移 4 个单位，得到的新的抛物线的顶点坐标为（1，4），

∴得到的新的抛物线的解析式是 $y=2\left(x-1\right)^2+4$.

故答案为：$y=2\left(x-1\right)^2+4$

【点睛】本题主要考查了二次函数图像的平移变换，掌握函数图像的平移规律“左加右减，上加下减”是解答本题的关键.

15. 【答案】-9

【分析】将抛物线的函数表达式写成顶点式，找出顶点坐标，根据顶点再 x 轴上则纵坐标为 0 即可求解.

【详解】解：$y=x^2+6x-m=(x+3)^2-9-m$，

∴该函数的顶点坐标为（-3，-9-m），

∵函数顶点在 x 轴上，

∴-9-m=0，解得：m=-9，

故答案为：-9

【点睛】本题主要考查了将二次函数的表达式转化为顶点式，熟练掌握二次函数的顶点式特征，会根据顶点式写出顶点坐标是解题的关键.

16. 【答案】 ①. k=1. ②. k=3 ③. $k>-\dfrac{1}{8}$ 且 $k\neq0$.

【分析】(1）令 2（k-1）=0 即可求解.

（2）令 k-3=0 即可求解.

（3）令 y=0,1 利用Δ>0 即可求解.

【详解】解：(1）令 2（k-1）=0.

解得：k=1.

故答案为：k=1.

（2）令 k-3=0.

解得：k=3.

故答案为：k=3.

（3）令 y=0,即：$kx^2+2(k-1)x+k-3=0$

∵是抛物线.

$\therefore k\neq 0$.

又$\because$此抛物线与 x 轴有两个公共点.

$\therefore \Delta=\left[2(k-1)\right]^2-4k(k-3)>0$

$\therefore k>-\dfrac{1}{8}$.

故答案为：$k>-\dfrac{1}{8}$ 且 $k\neq 0$.

【点睛】本题考查二次函数图像的特点，需要掌握 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）关于 y 轴对称即 $b=0$;关于过原点是 $c=0$；关于与 x 轴的交点问题是利用判别式判断.

17. 【答案】$y=2x^2-8x+8$

【分析】关于 x 轴对称的两点横坐标相同，纵坐标互为相反数.

【详解】解：根据题意，所求的抛物线是 $-y=-2x^2+8x-8$，

即抛物线 $y=-2x^2+8x-8$ 关于 x 轴对称的图象的解析式为：$y=2x^2-8x+8$.

【点睛】本题考查根据二次函数的图象的变换求抛物线的解析式.

18. 【答案】$0\leq t<4$

【分析】先求出 b 的值，可得到抛物线的解析式，从而得到该函数的最大值为 $y=4$，再根据题意可得当 $x=1$ 与 - 3 时，在 $-3\leq x\leq 1$ 的范围内函数值最小，即可求解.

【详解】解：$\because$二次函数的对称轴为直线 $x=-1$，

$\therefore x=-\dfrac{b}{-2}=-1$，

解得：$b=-2$，

$\therefore$二次函数解析式为 $y=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$，

$\therefore$该函数的最大值为 $y=4$，

$\because (-1)-(-3)=1-(-1)$，

$\therefore$当 $x=1$ 与 - 3 时，在 $-3\leq x\leq 1$ 的范围内函数值最小，最小值为 $y=-1-2+3=0$，

$\therefore$当 $0\leq t<4$ 时，直线 $y=t$ 与抛物线 $y=-x^2+bx+3$ 在 $-3\leq x\leq 1$ 的范围内有两个交点.

故答案为：$0\leq t<4$.

【点睛】本题考查二次函数的性质，解题关键是掌握抛物线顶点坐标公式，掌握二次函数与一元二次方程的关系.

19. 【答案】②④⑤⑦

【分析】根据抛物线的开口方向判断①；根据对称轴的位置判断②；根据抛物线与 y 轴的交点位置判断③；根据抛物线与 x 轴的交点情况判断④；根据对称轴判断⑤；根据横坐标为 3 的抛物线上的点的纵坐标正负情况判断⑤；根据横坐标为-1 的抛物线上的点的纵坐标取值范围判断⑦.

【详解】解：观察图象得：二次函数图象开口向上，与 y 轴交于负半轴，对称轴为直线 $x=1$，

∴ $a>0$， $c<0$， 故①③错误；

∴ $-\dfrac{b}{2a}=1$，

∴ $b=-2a<0$， 故②⑤正确；

观察图象得：二次函数图象与 x 轴有 2 个交点，

∴ $b^2-4ac>0$， 故④正确；

∵二次函数图象与 x 轴的一个交点为（-2，0），对称轴为直线 $x=1$，

∴二次函数图象与 x 轴的另一个交点为（4，0），

当 $x=3$ 时，$y<0$，

∴ $9a+3b+c<0$，故⑥错误；

当 $x=-1$ 时，$y<0$，

∴ $a-b+c<0$，

∴ $a-(-2a)+c=3a+c<0$， 故⑦正确；

∴正确的有②④⑤⑦.

故答案为：②④⑤⑦

【点睛】本题考查的是二次函数的图象与系数的关系，由抛物线的开口方向判断 a 与 0 的关系，由抛物线与 y 轴的交点判断 c 与 0 的关系，根据抛物线与 x 轴交点情况确定 b^2-4ac 与 0 的关系．

三、解答题

20. 【答案】（1） $x_1=0, x_2=2$

（2） $x_1=\dfrac{2+\sqrt{6}}{2}, x_2=\dfrac{2-\sqrt{6}}{2}$

【分析】（1）利用因式分解法解答，即可求解；

（2）利用公式法解答，即可求解．

【小问 1 详解】

解： $x(x-1)=x$，

∴ $x(x-1)-x=0$，

∴ $x(x-1-1)=0$，

即 $x=0, x-2=0$，

解得： $x_1=0, x_2=2$；

【小问 2 详解】

解： $2x^2-4x-1=0$

∵ $a=2, b=-4, c=-1$，

$\therefore \Delta=(-4)^2-4\times2\times(-1)=24$，

$\therefore x=\dfrac{4\pm\sqrt{24}}{2\times2}=\dfrac{2\pm\sqrt{6}}{2}$，

$\therefore x_1=\dfrac{2+\sqrt{6}}{2},x_2=\dfrac{2-\sqrt{6}}{2}$．

【点睛】本题考查一元二次方程的解法．解一元二次方程常用的方法有：直接开平方法、因式分解法、公式法及配方法，解题的关键是根据方程的特点选择简便的方法．

21. 【答案】①$y=\dfrac{1}{2}(x+2)^2-\dfrac{1}{2}$；②$(-3,0),(-1,0)$，$\left(0,\dfrac{3}{2}\right)$；③作图见解析；④$<-2$；⑤$-\dfrac{1}{2}\le y<\dfrac{3}{2}$．

【分析】①利用配方法进行配方即可；②分别将$x=0$和$y=0$代入解析式进行求解即可；③根据五点作图法，画图即可；④根据二次函数的性质，在对称轴的左侧，y随x的增大而减小；⑤根据二次函数的性质，求出最大值和最小值即可．

【详解】解：①$y=\dfrac{1}{2}x^2+2x+\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{2}\left(x^2+4x\right)+\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{2}(x+2)^2-\dfrac{1}{2}$；

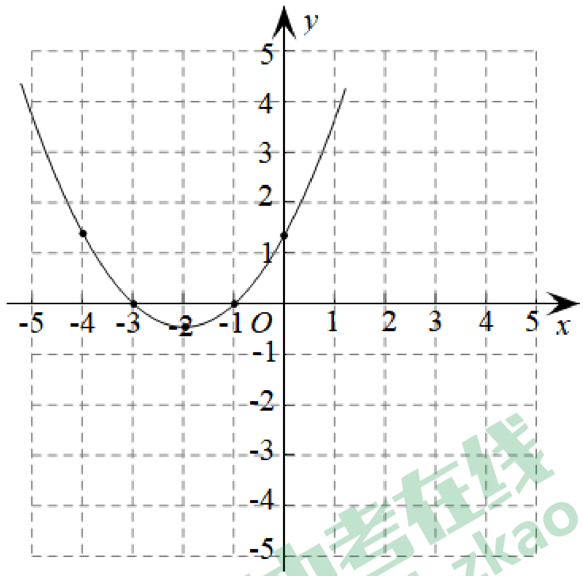
②当$x=0$时：$y=\dfrac{3}{2}$，抛物线与y轴交点坐标为：$\left(0,\dfrac{3}{2}\right)$，

当$y=0$时：$\dfrac{1}{2}(x+2)^2-\dfrac{1}{2}=0$，解得：$x_1=-1,x_2=-3$，

抛物线与x轴交点坐标为：$(-3,0),(-1,0)$；

③填表作图如下：

x	…	-4	-3	-2	-1	0	…
y	…	$\dfrac{3}{2}$	0	$-\dfrac{1}{2}$	0	$\dfrac{3}{2}$	…



④由图象可知：在对称轴的左侧，y 随 x 的增大而减小，

即当 $x<-2$ 时，y 随 x 的增大而减小；

⑤由图象可知：$-\frac{1}{2}\le y<\frac{3}{2}$；

【点睛】本题考查二次函数 图象和性质．解题的关键是：根据五点作图法，准确的画出函数图象，利用数形结合的思想解题．

22. 【答案】(1) 二次函数的解析式为 $y=2x^2-x-3$，顶点 D 的坐标为 $(\frac{1}{4},-\frac{25}{8})$；

(2) $-\frac{1}{2}\le x_1\le 1$．

【分析】(1) 设一般式为 $y=ax^2+bx+c$，然后把三个点的坐标代入得到 a、b、c 的方程组，再解方程组即可；

(2) 先得出抛物线的对称轴直线，再利用二次函数的对称性得出点 N 的对称点，最后利用二次函数的增减性解答即可．

【小问 1 详解】

解：设抛物线解析式为 $y=ax^2+bx+c$，

把 A（-1，0），B（0，-3）和 C（3，12）代入，

得 $\begin{cases}0=a-b+c\\-3=c\\12=9a+3b+c\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=2\\b=-1\\c=-3\end{cases}$，

∴抛物线解析式为 $y=2x^2-x-3$，

∵ $y=2x^2-x-3=2(x-\frac{1}{4})^2-\frac{25}{8}$，

∴顶点 D 的坐标为 $(\frac{1}{4},-\frac{25}{8})$；

小问 2 详解】

解：∵抛物线 $y=2x^2-x-3$ 的对称轴为直线 $x=\frac{1}{4}$，

∴N（1，y_2）关于直线 $x=\frac{1}{4}$ 的对称点为（$-\frac{1}{2}$，-2），

∵M（x_1，y_1），N（x_2，y_2）在该抛物线上，且 $y_1 \le y_2$，

∴$-\frac{1}{2} \le x_1 \le 1$．

【点睛】本题考查了待定系数法求二次函数解析式，二次函数的图象与性质，灵活运用二次函数的性质是解题的关键．

23. 【答案】(1) 见解析　(2) $8<m<12$

【分析】(1) 利用一元二次方程根的判别式，即可求证；

(2) 利用公式法求出 $x_1=m-4, x_2=1$，再由有一根大于 4 且小于 8，可得 $4<m-4<8$，即可求解．

【小问 1 详解】

解：$x^2-(m-3)x+m-4=0$，

∵ $a=1, b=-(m-3), c=m-4$，

∴ $\Delta=[-(m-3)]^2-4(m-4)=m^2-10m+25=(m-5)^2\ge 0$，

∴无论 m 取任何实数值，此方程都有两个实数根；

【小问 2 详解】

解：$x=\frac{m-3\pm(m-5)}{2}$，

解得：$x_1=m-4, x_2=1$，

∵有一根大于 4 且小于 8，

∴ $4<m-4<8$，

∴ $8<m<12$．

【点睛】本题主要考查了一元二次方程根的判别式，解一元二次方程，熟练掌握一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\ne 0)$，当 $\Delta=b^2-4ac>0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta=b^2-4ac=0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta=b^2-4ac<0$ 时，方程没有实数根是解题的关键．

24. 【答案】(1) $y=-\frac{3}{4}(x-1)^2+3$

(2) 6 米

【分析】(1) 根据题意可知，点 A（0，2.25），顶点坐标为（1，3），设函数的表达式为

$y=a(x-1)^2+3$，将点 A 代入求解即可；

（2）先求出函数与 x 轴的交点坐标，即可求出水池的半径，将半径乘以 2 则可得到直径.

【小问 1 详解】

解：根据题意得：点 A（0，2. 25），顶点坐标为（1，3），

设函数的表达式为 $y=a(x-1)^2+3$，

把点 A 代入得：$2.25=a(0-1)^2+3$，解得：$a=-\dfrac{3}{4}$，

∴第一象限内抛物线的解析式为：$y=-\dfrac{3}{4}(x-1)^2+3$.

【小问 2 详解】

由（1）可得 $y=-\dfrac{3}{4}(x-1)^2+3$，

当 y=0 时，$0=-\dfrac{3}{4}(x-1)^2+3$，

解得：$x_1=3$，$x_2=-1$（舍），

∴水池直径：3×2=6（m），

答：水池直径至少为 6 米才能使喷出的水流不落到池外.

【点睛】本题主要考查了二次函数的实际应用，熟练掌握二次函数的性质，根据题意求出函数的表达式是解题的关键.

25. 【答案】（1）对称轴为 x=-1，顶点坐标：（-1，1）

（2）①-a，②a≥-4

【分析】（1）将 a=2 代入 $y=x^2+ax+a$ 求出函数的表达式，然后将函数表达式转化为顶点式即可进行解答；

（2）①根据二次函数的对称性即可进行解答；②将 x_1 和 x_2 代入 $y=x^2+ax+a$，根据 $y_1<y_2$ 可得 $y_1-y_2<0$，根据不等式的性质进行求解即可.

【小问 1 详解】

解：当 a=2 时，$y=x^2+2x+2=(x+1)^2+1$，

∴该函数的对称轴为：x=-1，顶点坐标为：（-1，1），

小问 2 详解】

① $y=x^2+ax+a=(x+\dfrac{a}{2})^2+\dfrac{3a}{4}$，

根据函数的对称性可知，当 $y_1=y_2$ 时，$x_1+x_2=-a$，

故答案为：$-a$.

② $y_1=x_1^{\ 2}+ax_1+a$，$y_2=x_2^{\ 2}+ax_2+a$，

$\because y_1 < y_2$，

$\therefore y_1 - y_2 < 0$，

则：$(x_1^2 + ax_1 + a) - (x_2^2 + ax_2 + a) < 0$，

整理得：$(x_1^2 - x_2^2) + a(x_1 - x_2) < 0$，

$(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) + a(x_1 - x_2) < 0$，

$(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + a) < 0$，

$\because x_1 < x_2$，$x_1 + x_2 > 4$，

$\therefore x_1 + x_2 + a > 0$，则 $x_1 + x_2 > -a$，

$\therefore$-a≤4，解得：a≥-4，

【点睛】本题主要考查了二次函数的性质和二次函数与不等式的关系，熟练掌握二次函数的性质以及二次函数与不等式的关系是解题的关键．

26. 【答案】（1）60°；（2）见解析；（3）$\sqrt{2}AB + CF = 2EF$．

【分析】（1）根据三角形的外角定理得：∠AFB＝∠FAD＋∠ADB＝15°＋45°＝60°；

（2）连接 CF，证明△ADF≌△CDF（SAS），得∠DAF＝∠DCF＝15°，再证明△ECF≌△BCF（AAS），可得结论；

（3）过 C 作 CG⊥BD 于 G，设 FG＝x，则 CF＝2x，CG＝BG＝$\sqrt{3}$x，还可以表示 AB 的长，可得结论．

【详解】解：（1）∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle ADB = \frac{1}{2}\angle ADC = 45°$，

由旋转得：$CD = CE$，$\angle DCE = 60°$，

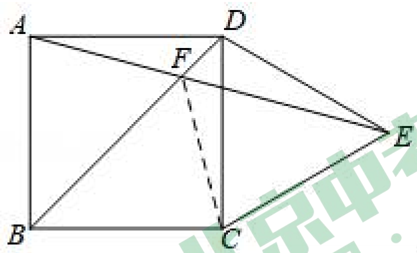
$\therefore \Delta DCE$ 是等边三角形，

$\therefore CD = DE = AD$，$\angle ADE = 90° + 60° = 150°$，

$\therefore \angle DAE = \angle DEA = 15°$，

$\therefore \angle AFB = \angle FAD + \angle ADB = 15° + 45° = 60°$；

（2）连接 CF，



$\because \Delta CDE$ 是等边三角形，

$\therefore \angle DEC = 60°$，

$\because \angle DEA = 15°$，

$\therefore \angle CEF = \angle CBF = 45^\circ$，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AD = CD$， $\angle ADF = \angle CDF = 45^\circ$，

$\because DF = DF$，

$\therefore \Delta ADF \cong \Delta CDF\left(SAS\right)$，

$\therefore \angle DAF = \angle DCF = 15^\circ$，

$\therefore \angle FCB = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$， $\angle ECF = 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$，

$\therefore \angle FCB = \angle ECF$，

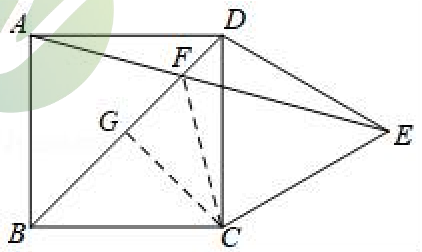
$\because CF = CF$，

$\therefore \Delta ECF \cong \Delta BCF\left(AAS\right)$，

$\therefore BF = EF$；

（3）$\sqrt{2}AB + CF = 2EF$，理由是：

过 C 作 $CG \perp BD$ 于 G，



$\because \angle CBD = 45^\circ$，

$\therefore \Delta CGB$ 是等腰直角三角形，

$\because \angle BCF = 75^\circ$，

$\therefore \angle GCF = 30^\circ$，

$\therefore CF = 2FG$，

设 $FG = x$，则 $CF = 2x$， $CG = BG = \sqrt{3}x$，

$\therefore BC = AB = \sqrt{2}CG = \sqrt{6}x$，

$\therefore \sqrt{2}AB + CF = 2\sqrt{3}x + 2x$， $EF = BF = BG + FG = x + \sqrt{3}x$，

$\therefore \sqrt{2}AB + CF = 2EF$．

【点睛】本题属于四边形的综合题，主要考查了正方形的性质，旋转的性质，勾股定理的应用，三角形全等的性质和判定，等边三角形的性质等，解决问题的关键是作辅助线构造全等三角形，解题时注意勾股定理、等边三角形性质以及参数的灵活运用．

27. 【答案】②③##③②

【分析】由抛物线的开口方向判断 a 与 0 的关系，由抛物线与 y 轴的交点判断 c 与 0 的关系，然后根据对称轴及抛物线上过点（1，2），进而对所得结论进行判断．

【详解】解：①∵抛物线的开口方向向上，

∴a＞0.

∵对称轴 x=-$\frac{b}{2a}$＜0，

∴b＞0，

又∵该抛物线与 y 轴交于负半轴，

∴c＜0.

∴abc＜0；故①错误；

②根据图象知，当 x=1 时，y=2，即 a+b+c=2；故②正确；

④当 x=-1 时，y＜0，即 a-b+c＜0（1），

由②a+b+c=2 可得：c=2-a-b（2），

把（2）式代入（1）式中得：b＞1；故④错误；

③∵对称轴 x=-$\frac{b}{2a}$＞-1，

∴2a＞b，

∵b＞1，

∴2a＞1，即 a＞$\frac{1}{2}$；故③正确；

综上所述，正确的说法是：②③；

故答案为：②③.

【点睛】本题考查了二次函数图象与系数的关系，主要利用了二次函数的开口方向，对称轴，与 y 轴的交点，此题要会利用图象找到所需信息，也要会用不等式和等式结合来解题.

28. 【答案】 ①. 16 ②. 2 或$-\sqrt{3}$

【分析】（1）根据绝对值的意义，求出$|x+1|\le 6$的解集，再求出$y=x|x|-2x+1$不同情况下的最大值即可；

（2）根据函数表达式求出对称轴为 x=m，分析当 m>1，$-2\le m\le 1$，m<-2 时函数值取最值 不同情况，分别求出不同情况下 m 的值即可.

【详解】解：(1) ∵$|x+1|\le 6$，

∴-6≤x+1≤6，解得：-7≤x≤5，

当-7≤x<0 时，$y=x|x|-2x+1=-x^2-2x+1=-(x+1)^2+2$，

此时：当 x=-1 时，y 有最大值 2；

当 0<x≤5 时，$y=x|x|-2x+1=x^2-2x+1=(x-1)^2$，

此时，当 x=5 时，y 有最大值 16，

当 x=0 时，y=1，

综上：当$|x+1|\le 6$时，则函数$y=x|x|-2x+1$的最大值为16；

故答案为：16．

（2）∵二次函数$y=-(x-m)^2+m^2+1$，

∴该函数的对称轴为：$x=m$，

∵函数开口向下，

∴当$x<m$时，y随x的增大而增大；当$x>m$时，y随x的增大而减小；

①当$m>1$时，

此时$x<m$，y随x的增大而增大，

∴当$x=1$时，y取最大值，

即$4=-(1-m)^2+m^2+1$，解得：$m=2$，

②当$-2\le m\le 1$时，

此时，当$x=m$时，y取最大值，

即$4=m^2+1$，解得：$m=\sqrt{3}$（舍）或$m=-\sqrt{3}$，

③当$m<-2$时，

此时$x>m$，y随x的增大而减小，

∴当$x=-2$时，y有最大值，

即$4=-(-2-m)^2+m^2+1$，解得：$m=-\dfrac{7}{4}$（舍），

综上：当$m=2$或$m=-\sqrt{3}$时，有最大值4，

故答案为：2或$-\sqrt{3}$．

【点睛】本题主要考查了二次函数的性质，熟练掌握二次函数的性质，根据对称轴和函数的增减性得出函数的最值是解题的关键．

29．【答案】(1) C（5，4）；（2）x=1；（3）$a<-\dfrac{4}{3}$或$a\ge\dfrac{1}{3}$或$a=-1$．

【详解】分析：（1）根据直线$y=4x+4$与x轴、y轴交于A、B．即可求出A（-1，0），B（0，4），根据点的平移即可求出点C的坐标；

（2）根据抛物线$y=ax^2+bx-3a$过A（-1，0），代入即可求得$b=-2a$，根据抛物线的对称轴方程即可求出抛物线的对称轴；

（3）分①当抛物线过点C时．②当抛物线过点B时．③当抛物线顶点在BC上时．三种情况进行讨论即可．

详解：（1）解：∵直线$y=4x+4$与x轴、y轴交于A、B．

∴A（-1，0），B（0，4）

∴C（5，4）

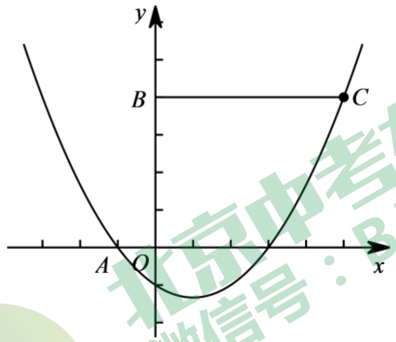
（2）解：抛物线 $y=ax^2+bx-3a$ 过 A （-1， 0）

$\therefore a-b-3a=0$． $b=-2a$

$\therefore y=ax^2-2ax-3a$

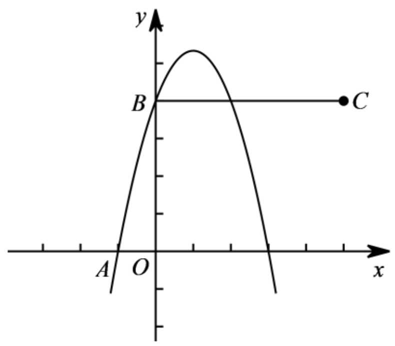
$\therefore$对称轴为 $x=-\dfrac{-2a}{2a}=1$．

（3）解：①当抛物线过点 C 时．



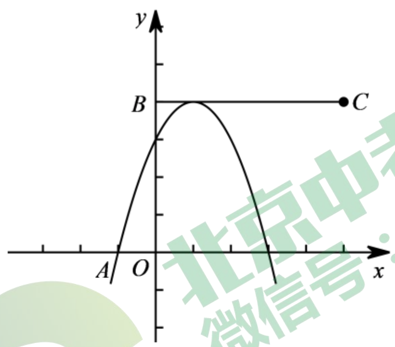
$25a-10a-3a=4$，解得 $a=\dfrac{1}{3}$．

②当抛物线过点 B 时．



$-3a=4$，解得 $a=-\dfrac{4}{3}$．

③当抛物线顶点在 BC 上时．



此时顶点为（1，4）

$\therefore a-2a-3a=4$，解得 $a=-1$．

$\therefore$综上所述 $a<-\dfrac{4}{3}$ 或 $a\geq\dfrac{1}{3}$ 或 $a=-1$．

点睛：属于二次函数的综合题，考查了一次函数与坐标轴的交点，点的平移，抛物线对称轴，抛物线与线段交点问题，注意分类讨论思想在解题中的应用.