

2015 年北京市高级中等学校招生考试

数学试卷

一、选择题

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 截止到 2015 年 6 月 1 日，北京市已建成 34 个地下调蓄设施，蓄水能力达到 1 40 000 立方米。将 1 40 000 用科学记数法表示应为

A. 14×10^4 B. 1.4×10^5 C. 1.4×10^6 D. 0.14×10^6

2. 实数 a, b, c, d 在数轴上的对应点的位置如图所示，这四个数中，绝对值最大的是

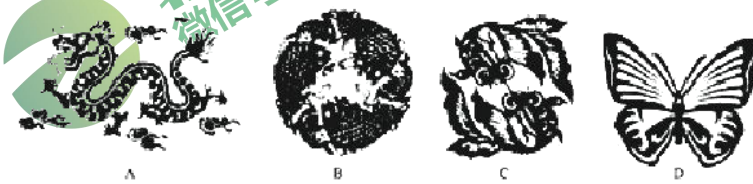


A. a B. b C. c D. d

3. 一个不透明的盒子中装有 3 个红球，2 个黄球和 1 个绿球，这些球除了颜色外无其他差别，从中随机摸出一个小球，恰好是黄球的概率为

A. B. C. D.

4. 剪纸是我国传统的民间艺术，下列剪纸作品中，是轴对称图形的为



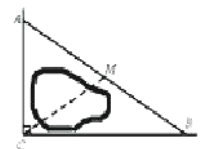
5. 如图，直线 l_1, l_2, l_3 交于一点，直线 $l_4 \parallel l_1$ ，若 $\angle 1 = 124^\circ$ ， $\angle 2 = 88^\circ$ ，则 $\angle 3$ 的度数为

A. 26° B. 36°
C. 46° D. 56°



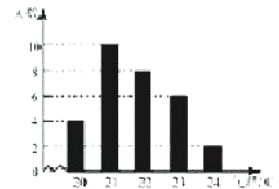
6. 如图，公路 AC, BC 互相垂直，公路 AB 的中点 M 与点 C 被湖隔开，若测得 AM 的长为 1.2km，则 M, C 两点间的距离为

A. 0.5km B. 0.6km
C. 0.9km D. 1.2km



7. 某市 6 月份日平均气温统计如图所示，则在日平均气温这组数据中，众数和中位数分别是

A. 21, 21 B. 21, 21.5
C. 21, 22 D. 22, 22



8. 右图是利用平面直角坐标系画出的故宫博物院的主要建筑分布图。若这个坐标系分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴的正方向。表示太和门的点坐标为 $(0, -1)$ ，表示九龙壁的点的坐标为 $(4, 1)$ ，则表示下列宫殿的点的坐标正确的是

- A. 景仁宫 $(4, 2)$
- B. 养心殿 $(-2, 3)$
- C. 保和殿 $(1, 0)$
- D. 武英殿 $(-3.5, -4)$

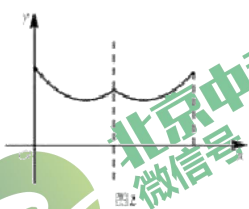
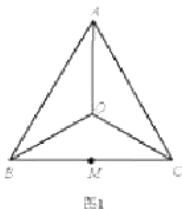


9. 一家游泳馆的游泳收费标准为 30 元/次，若购买会员年卡，可享受如下优惠：

会员年卡类型	办卡费用(元)	每次游泳收费(元)
A 类	50	25
B 类	200	20
C 类	400	15

例如，购买 A 类会员卡，一年内游泳 20 次，消费 $50+25 \times 20=550$ 元，若一年内在该游泳馆游泳的次数介于 45~55 次之间，则最省钱的方式为

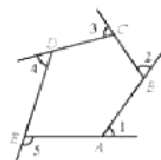
- A. 购买 A 类会员卡
 - B. 购买 B 类会员卡
 - C. 购买 C 类会员卡
 - D. 不购买会员卡
10. 一个寻宝游戏的寻宝通道如图 1 所示，通道由在同一平面内的 AB, BC, CA, OA, OB, OC 组成。为记录寻宝者的进行路线，在 BC 的中点 M 处放置了一台定位仪器，设寻宝者行进的时间为 x ，寻宝者与定位仪器之间的距离为 y ，若寻宝者匀速行进，且表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如图 2 所示，则寻宝者的行进路线可能为



- A. $A \rightarrow O \rightarrow B$
- B. $B \rightarrow A \rightarrow C$
- C. $B \rightarrow O \rightarrow C$
- D. $C \rightarrow B \rightarrow O$

二、填空题

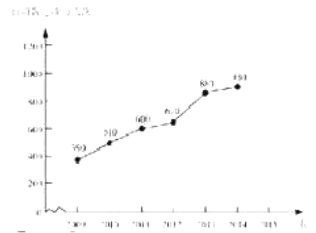
11. 分解因式： $5x^2-10x^2=5x=$ _____
12. 右图是由射线 AB, BC, CD, DE 组成的平面图形，则 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5=$ _____.



13. 《九章算术》是中国传统数学最重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架。它的代数成就主要包括开方术、正负术和方程术。其中，方程术是《九章算术》最高的数学成就。《九章算术》中记载：“今有牛五、羊二，直金十两；牛二、羊五，直金八两。问牛、羊各直金几何？”
译文：“假设有 5 头牛、2 只羊，值金 10 两；2 头牛、5 只羊，值金 8 两。问每头牛、每只羊各值金多少两”
设每头牛值金 x ，每只羊各值金 y 两，可列方程组为_____。



14. 关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个相等的实数根，写出一组满足条件的实数 a, b 的值： $a=$ ____， $b=$ _____。
15. 北京市 2009-2014 年轨道交通日均客运量统计如图所示。根据统计图中提供的信息，预估 2015 年北京市轨道交通日均客运量约_____万人次，你的预估理由是_____。



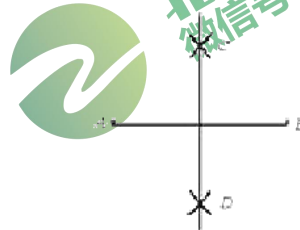
16. 阅读下面材料：
在数学课上，老师提出如下问题：

尺规作图：作一条线段的垂直平分线。
已知：线段 AB 。



小芸的作法如下：

- 如图，
(1) 分别以点 A 和点 B 为圆心，大于 AB 的长为半径作弧，两弧相交于 C, D 两点；
(2) 作直线 CD



老师说：“小芸的作法正确。”

请回答：小芸的作图依据是_____。

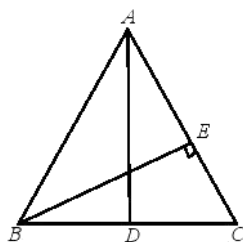
三、解答题（本题共 72 分，第 17—26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17. 计算： $(\frac{1}{2})^{-2} - (\pi - \sqrt{7})^0 + |\sqrt{3} - 2| + 4 \sin 60^\circ$ 。

18. 已知 $2a^2 + 3a - 6 = 0$ 。求代数式 $3a(2a+1) - (2a+1)(2a-1)$ 的值。

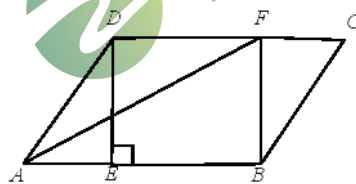
19. 解不等式组 $\begin{cases} 4(x+1) \leq 7x+10 \\ x-5 < \frac{x-8}{3} \end{cases}$ ，并写出它的所有非负整数解。

20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， AD 是 BC 边上的中线， $BE \perp AC$ 于点 E 。
求证： $\angle CBE = \angle BAD$ 。



21. 为解决“最后一公里”的交通接驳问题，北京市投放了大量公租房自行车供市民使用。到 2013 年底，全市已有公租房自行车 25000 辆，租赁点 600 个，预计到 2015 年底，全市将有公租房自行车 50000 辆，并且平均每个租赁点的公租房自行车数量是 2013 年底平均每个租赁点的公租房自行车数量的 1.2 倍。预计到 2015 年底，全市将有租赁点多少个？

22. 在 $YABCD$ 中，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ，点 F 在边 CD 上， $DF = BE$ 。连接 AF ， BF 。
(1) 求证：四边形 $BFDE$ 是矩形；
(2) 若 $CF = 3$ ， $BF = 4$ ， $DF = 5$ ，求证： AF 平分 $\angle DAB$ 。



23. 在平面直角坐标系中，直线 $y = kx + b (k \neq 0)$ 与双曲线 $y = \frac{8}{x}$ 的一个交点为 $P(2, m)$ ，与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B 。
(1) 求 m 的值；

(2)若 $PA = 2AB$ ，求 k 的值。

24. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，过点 B 作 $\odot O$ 的切线 BM ，弦 $CD \parallel BM$ ，交 AB 于点 F ，且 $DA = DC$ ，连接 AC ， AD ，延长 AD 交 BM 于点 E 。

(1)求证： $\triangle ACD$ 是等边三角形。

(2)连接 OE ，若 $DE = 2$ ，求 OE 的长。



25. 阅读下列材料：

2015 年清明小长假，北京市属公园开展以“清明踏青，春色满园”为主题的游园活动，虽然气温小幅走低，但游客踏青赏花的热情很高，市属公园游客接待量约为 190 万人次，其中玉渊潭公园的樱花，北京植物园的桃花受到了游客的热捧，两公园的游客接待量分别为 38 万人次、21.75 万人次；颐和园、天坛公园、北海公园因皇家园林的厚重文化底蕴与满园春色成为游客的重要目的地，游客接待量分别为 26 万人次，17.6 万人次；北京动物园游客接待量为 18 万人次，熊猫馆的游客密集度较高。

2014 年清明小长假，天气晴好，北京晴好，北京市属公园游客接待量约为 200 万人次，其中，玉渊潭公园游客接待量比 2013 年清明小长假增加了 25%；颐和园游客接待量为 26.2 万人次，比 2013 年清明小长假增加了 4.6 万人次；北京动物园游客接待量为 22 万人次。

2013 年清明小长假，玉渊潭公园、陶然亭公园、北京动物园游客接待量分别为 32 万人次、13 万人次、14.9 万人次。

根据以上材料回答下列问题：

(1)2014 年清明小长假，玉渊潭公园游客接待量为_____万人次。

(2)选择统计表或统计图，将 2013—2015 年玉渊潭公园、颐和园和北京动物园的游客接待量表示出来。

26. 有这样一个问题：探究函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ 的图象与性质。

小东根据学习函数的经验，对函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ 的图象与性质进行了探究。

下面是小东的探究过程，请补充完成：

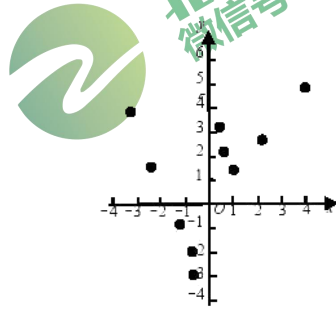
(1)函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是_____；

(2)下表是 y 与 x 的几组对应值。

x	...	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	...
y	...	$\frac{25}{6}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{53}{18}$	$\frac{55}{18}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	m	...

求 m 的值；

(3)如下图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，格间描出的点，画出该函数的图象：

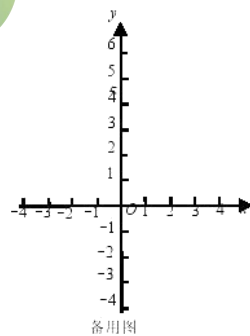


(4)进一步探究发现，该函数图象在第一象限内的最低点的坐标是 $(1, \frac{3}{2})$ ，结合函数的图象，写出该函数的其他性质（一条即可）：_____。

27. 在平面直角坐标系 xOy 中，过点 $(0, 2)$ 且平行于 x 轴的直线，与直线 $y = x - 1$ 交于点 A ，点 A 关于直线 $x = 1$ 的对称点为 B ，抛物线 $C_1: y = x^2 + bx + c$ 经过点 A, B 。

(1)求点 A, B 的坐标；

(2)求抛物线 C_1 的表达式及顶点坐标；



(3)若抛物线 $C_2: y = ax^2 (a \neq 0)$ 与线段 AB 恰有一个公共点, 结合函数的图象, 求 a 的取值范围。

28. 在正方形 $ABCD$ 中, BD 是一条对角线, 点 P 在射线 CD 上 (与点 C 、 D 不重合), 连接 AP , 平移 $\triangle ADP$, 使点 D 移动到点 C , 得到 $\triangle BCQ$, 过点 Q 作 $QH \perp BD$ 于 H , 连接 AH , PH 。

(1)若点 P 在线段 CD 上, 如图 1。

①依题意补全图 1;

②判断 AH 与 PH 的数量关系与位置关系并加以证明;

(2)若点 P 在线段 CD 的延长线上, 且 $\angle AHQ = 152^\circ$, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 请写出求 DP 长的思路。(可以不写出计算结果)

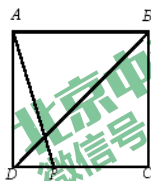
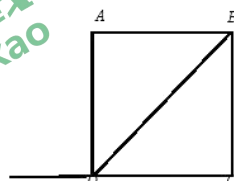
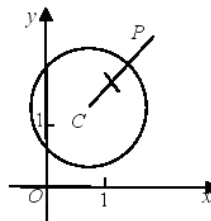


图 1



备用图

29. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot C$ 的半径为 r , P 是与圆心 C 不重合的点. 点 P 关于 $\odot C$ 的反称点的定义如下: 若在射线 CP 上存在一点 P' , 满足 $CP + CP' = 2r$, 则称 P' 为点 P 关于 $\odot C$ 的反称点, 下图为点 P 及其关于 $\odot C$ 的反称点 P' 的示意图。



(1)当 $\odot O$ 的半径为1时。

①分别判断点 $M(2,1)$, $N(\frac{3}{2},0)$, $T(1,\sqrt{3})$ 关于 $\odot O$ 的反称点是否存在,若存在?

求其坐标;

②点 P 在直线 $y=-x+2$ 上,若点 P 关于 $\odot O$ 的反称点 P' 存在,且点 P' 不在 x 轴上,求点 P 的横坐标的取值范围;

(2)当 $\odot C$ 的圆心在 x 轴上,半径为1,直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2\sqrt{3}$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 A , B ,若线段 AB 上存在点 P ,使得点 P 关于 $\odot C$ 的反称点 P' 在 $\odot C$ 的内部,求圆心 C 的横坐标的取值范围。



参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	B	D	B	D	C	B	C	C

二、填空题

题号	11	12	13	14
答案	$5x(x-1)^2$	360°	$\begin{cases} 5x+2y=10 \\ 2x+5y=8 \end{cases}$ (满足 $x^2=a$, $a \neq 0$ 即可, 答案不唯一)	$\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$
15	参考答案①: 1038, 若每年平均增长人数近似相等进行估算 参考答案②: 980, 因为 2012-2013 年发生数据突变, 故按照 2013-2014 增长进行估算 (因为题目问法比较灵活, 只要理由合理均可得分估计答案答出 980 至 1140 之间均可得分)			
16	到线段两个端点距离相等的点在线段的垂直平分线上; 两点确定一条直线			

17. 解: 原式 $= 4 - 1 + 2 - \sqrt{3} + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 5 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$
 $= 5 + \sqrt{3}$

18. 解: 原式 $= 3\alpha(2\alpha+1) - (2\alpha+1)(2\alpha-1)$
 $= 6\alpha^2 + 3\alpha - 4\alpha^2 + 1$
 $= 2\alpha^2 + 3\alpha + 1$
 $\because 2\alpha^2 + 3\alpha - 6 = 0$
 $\therefore 2\alpha^2 + 3\alpha = 6$
 \therefore 原式 $= 7$

19. 解: $\begin{cases} 4(x+1) \leq 7x+10 & \text{①} \\ x-5 < \frac{x-8}{3} & \text{②} \end{cases}$
 $\text{由 ① } 4x+4 \leq 7x+10$
 $-3x \leq 6$
 $x \geq -2$
 $\text{由 ② } 3x-15 < x-8$

$$2x < 7$$

$$x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore -2 \leq x < \frac{7}{2}$$

\therefore 非零整数解为

0, 1, 2, 3.

20. 证: $\because AB = AC$

$$\therefore \angle ABC = \angle C$$

又 $\because AD$ 是 BC 边上的中线

$$\therefore AD \perp BC$$

$$\therefore \angle BAD + \angle ABC = 90^\circ$$

$$\because BE \perp AC$$

$$\therefore \angle CBE + \angle C = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CBE = \angle BAD.$$

21. 解: 设 2015 年底全市租赁点有 x 个.

$$\frac{50000}{x} = 1.2 \times \frac{25000}{600}$$

$$x = 1000$$

经检验: $x = 1000$ 是原方程的解, 且符合实际情况.

答: 预计到 2015 年底, 全市将有租赁点 1000 个.

22. 解(1) \because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

$$\therefore DC \parallel AB$$

$$\text{即 } DF \parallel BE$$

$$\text{又 } \because DF = BE,$$

\therefore 四边形 $DEBF$ 为平行四边形.

$$\text{又 } \because DE \perp AB, \text{ 即 } \angle DEB = 90^\circ,$$

\therefore 四边形 $DEBF$ 为矩形.

(2) \because 四边形 $DEBF$ 为矩形.

$$\therefore \angle EFC = 90^\circ$$

$$\because CF = 3, EF = 4$$

$$\therefore BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\therefore AD = BC = 5$$

$$\therefore AD = DF = 5$$

$$\therefore \angle DAF = \angle DFA$$

$\because \angle DFA = \angle FAB$
 $\therefore \angle DAF = \angle FAB$
 即 AF 平分 $\angle DAB$

23. 解: (1) 点 $P(2, m)$ 在 $y = \frac{8}{x}$ 上.

$$\therefore m = \frac{8}{2} = 4$$

$$m = 4$$

(2) $P(2, 4)$ 在 $y = kx + b$

$$\therefore 4 = 2k + b$$

$$b = 4 - 2k$$

$\because y = kx + b$ 与 x, y 轴交于 A, B 两点

$$\therefore A(2 - \frac{4}{k}, 0), B(0, 4 - 2k)$$

$$\therefore PA = 2.45$$

如图①

$$PB = AB, \text{ 则 } OD = OA = 2.$$

$$\therefore \frac{4}{k} - 2 = 2.$$

$$\therefore k = 1$$

如图②

$$PA = 2AB, PD = 2OB = 4$$

$$\therefore OB = 2, 2k - 4 = 2$$

$$k = 3$$

$$\therefore k = 1 \text{ 或 } k = 3$$

24. 证: (1) $\because BM$ 是 $\odot O$ 切线, AB 为 $\odot O$ 直径

$$\therefore AB \perp BM$$

$$\because BM \parallel CD$$

$$\therefore AB \perp CD$$

$$\therefore \angle D = \angle C$$

$$\therefore AD = AC$$

$$\therefore BD = DC$$

$\therefore DC = AD$

$\therefore AD = CD = AC$

$\therefore \triangle ACD$ 为等边三角形.

证: (2) $\triangle ACD$ 为等边三角形, $AB \perp CD$

$\therefore \angle DAB = 30^\circ$

连接 BD , $\therefore BD \perp AD$.

$\angle EBD = \angle DAB = 30^\circ$

$\therefore DE = 2$

$\therefore BE = 4, BD = 2\sqrt{3}$

$AB = 4\sqrt{3}, OB = 2\sqrt{3}$

在 $Rt \triangle OBE$ 中

$OE = \sqrt{OB^2 + BE^2} = \sqrt{12 + 16} = 2\sqrt{7}$

25. (1) 40

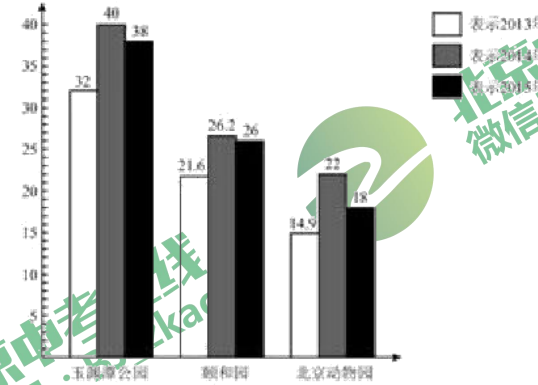
(2)

2013-2015 清明小长假公园游客接待量统计表

年份 \ 公园人数 (万)	三渊潭	颐和园	动物园
2013	32	21.6	14.9
2014	40	26.2	22
2015	38	26	18

2013-2015 清明小长假公园游客接待量统计图

接待量(万)



26. (1) 3

(2) 令 $x=3$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \times 3^2 + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{9}{2} + \frac{1}{3} = \frac{29}{6}$$

$$\therefore m = \frac{29}{6}$$



(3) 对原

(4) ① 该函数没有最大值

② 该函数在 $x=0$ 处断开

③ 该函数没有最小值

④ 该函数图像没有经过第四象限

27. 解: ① 当 $y=2$, 则 $2=x-1$, $x=3$

$\therefore A(3, 2)$

$\because AB$ 关于 $x=1$ 对称

$\therefore B(-1, 2)$

② 把 $(3, 2)$ $(-1, 2)$ 代入得:

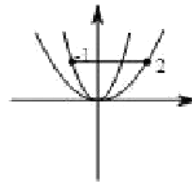
$$\begin{cases} 2=9+3b+c \\ 2=1-b+c \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} b=-2 \\ c=-1 \end{cases}$$

$$\therefore y=x^2-2x-1$$

③ 如图, 当 C_2 过 A 点, B 点时得结果

代入 $A(3, 2)$ 得 $9x=2$, $w=\frac{2}{9}$

代入 $B(-1, 2)$ 得 $x=2$



$$\therefore \frac{2}{9} \leq a < 2$$

28. (1) ①

②法一：轴对称作法

判断： $AH = PH$ ， $AH \perp PH$

证：连接 CH

得： $\triangle DHQ$ 等腰 $Rt\triangle$

又： $DP = CQ$ ， $\therefore \triangle HDP \cong \triangle HCQ$

$\therefore PH = CH$ ， $\angle HPC = \angle HCP$

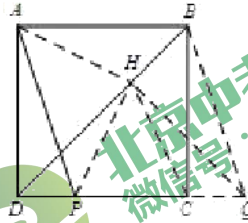
BD 为正方形 $ABCD$ 对称轴

$\therefore AH = CH$ ， $\angle DAH = \angle HCP$

$\therefore AH = PH$ ， $\angle DAH = \angle HPC$

$\therefore \angle AHP = 180^\circ - \angle ADP = 90^\circ$

$\therefore AH = PH$ 且 $AH \perp PH$



②法二：四点共圆作法

同上得： $\angle HPC = \angle DAH$

$\therefore A、D、P、H$ 共圆

$\therefore \angle AHP = 90^\circ$ ， $\angle APH = \angle ADH = 45^\circ$

$\therefore \triangle APH$ 等腰 $Rt\triangle$

(2) ①：轴对称作法

考虑 $\triangle DHQ$ 等腰 $Rt\triangle$

$ED = CQ$

作 $HR \perp FC$ 于 R

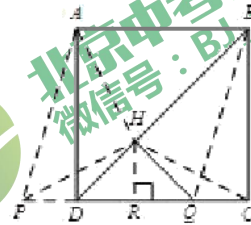
$\therefore \angle AHQ = 152^\circ$

$\therefore \angle AHB = 62^\circ$

$\therefore \angle DAH = 17^\circ$

$\therefore \angle DCH = 17^\circ$

若 $DP = x$ ，则 $DR = HR = RQ = \frac{1-x}{2}$



$$\text{由 } \boxed{\tan 17^\circ = \frac{HR}{CR}} \text{ 得: } \frac{1-x}{\frac{1+x}{2}} = \tan 17^\circ$$

$$\therefore x = \frac{1 - \tan 17^\circ}{1 + \tan 17^\circ}$$

法二：圆点共同作法

A、H、D、P 共圆

$$\therefore \angle APD = \angle AHB = 62^\circ$$

$$\therefore PD = \frac{AD}{\tan 62^\circ} = \frac{1}{\tan 62^\circ} = \tan 28^\circ$$

29. (1) 解：① M(2,1) 不符合

$$N\left(\frac{3}{2}, 0\right) \text{ 符合, 对称点 } N'\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$\text{到 } (1, \sqrt{3}) \text{ 存在, 对称点 } T'(0, 0)$$

$$\text{② } CP \leq 2r = 2 \quad CP^2 \leq 4$$

$$P(x, -x+2)$$

$$CP^2 = x^2 + (-x+2)^2$$

$$= 2x^2 - 4x + 4 \leq 4$$

$$2x^2 - 4x \leq 0$$

$$x(x-2) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 2$$

当 $x=2$ 时, $P(2,0), P'(0,0)$ 不符合题意

当 $x=0$ 时, $P(0,2), P'(0,0)$ 不符合题意

$$\therefore 0 < x < 2$$

(2) 解：由题意得: $A(6,0), B(0,2\sqrt{3})$

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \angle OAB = 30^\circ$$

设 $C(x,0)$

① 当 C 在 OA 上时, 作 $CH \perp AB$ 于 H

则 $CH \leq CP \leq 2r = 2$

$$\therefore AC \leq 4$$

C 点横坐标 $x \geq 2$

(当 $x=2$ 时, C 点坐标 $(2,0)$, H 点的对称点 $H'(2,0)$ 在圆的内部)

② 当 C 在 A 点右侧时

C 到线段 AB 的距离为 AC 长

AC 最小值为 2

\therefore C 点横坐标 $x \geq 8$

综上所述: 圆心 C 的横坐标的取值范围 $2 \leq x \leq 8$

