2021 北京六十六中初三（上）期中

数　　学

试卷说明：

1．本试卷共三道大题，共 8 页．

2．卷面满分 100 分，考试时间 120 分钟．

3．试题答案一律在答题纸上作答，在试卷上作答无效．

一、选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 在中国集邮总公司设计的邮票首日纪念戳图案中，可以看作中心对称图形的是（　）

A.  千里江山图

B.  京津冀协同发展

C.  内蒙古自治区

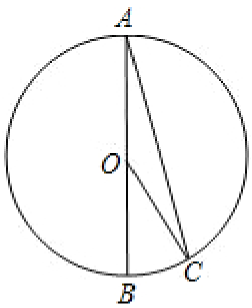
D.  河北雄安新区

2. 将二次函数 $y=2x^2$ 的图象向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位，得到的函数图象的表达式是（　　）

A. $y=2(x+2)^2+3$　　B. $y=2(x+2)^2-3$

C. $y=2(x-2)^2-3$　　D. $y=2(x-2)^2+3$

3. 如图，AB 为⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，若∠C=15°，则∠BOC =（ ）



A. 60°　　B. 45°　　C. 30°　　D. 15°

4. 下列关于二次函数 $y=2x^2$ 的说法正确的是(　　)

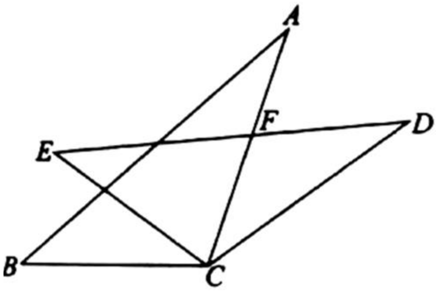
A. 它的图象经过点 $(-1,-2)$

B. 它的图象的对称轴是直线 $x=2$

C. 当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小

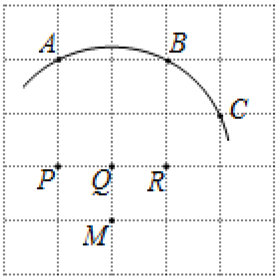
D. 当 $x=0$ 时，y 有最大值为 0

5. 如图，在ΔABC中，以 C 为中心，将ΔABC顺时针旋转 35°得到ΔDEC，边ED，AC相交于点 F，若$\angle A=30^{\circ}$，则$\angle EFC$的度数为（　）



A. 60°　　B. 65°　　C. 72.5°　　D. 115°

6. 如图，在 5×5 正方形网格中，一条圆弧经过 A、B、C 三点，那么弧 AC 所对的圆心角的大小是（　　）



A. 60°　　B. 75°　　C. 80°　　D. 90°

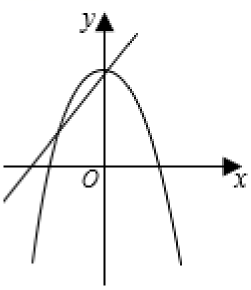
7. 若关于x的一元二次方程$kx^2-2x-1=0$有两个不相等的实数根，则实数k的取值范围是(　　)

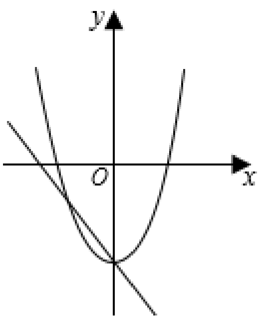
A. $k>-1$　　B. $k<1$ 且 $k\neq0$　　C. $k\geq-1$ 且 $k\neq0$　　D. $k>-1$ 且 $k\neq0$

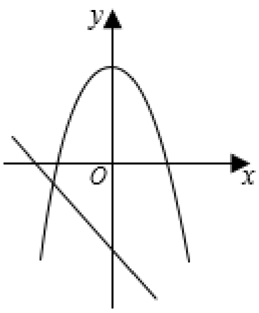
8. 已知二次函数$y=x^2-2x$，若点$\left(-1,y_1\right)$，$\left(2,y_2\right)$是它图象上的两点，则y_1与y_2的大小关系为（ ）

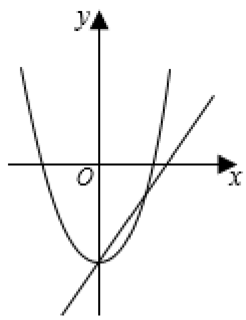
A. $y_1>y_2$　　B. $y_1=y_2$　　C. $y_1<y_2$　　D. 不能确定

9. 如图，在同一坐标系中，二次函数$y=ax^2+c$与一次函数$y=ax+c$的图象大致是（　）

A. 

B. 

C. 

D. 

10. 已知抛物线$y=ax^2+bx+c$上部分点的横坐标x与纵坐标y的对应值如表：

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	3	0	-1	m	3	…

有以下几个结论：

①抛物线$y=ax^2+bx+c$的开口向下；

②抛物线$y=ax^2+bx+c$　对称轴为直线$x=-1$；

③方程$ax^2+bx+c=0$的根为 0 和 2

④当 $y>0$ 时，x 的取值范围是 $x<0$ 或 $x>2$

其中正确的是（　）.

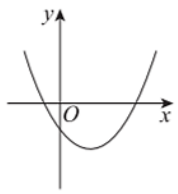
A. ①④　　　　B. ②④　　　　C. ②③　　　　D. ③④

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

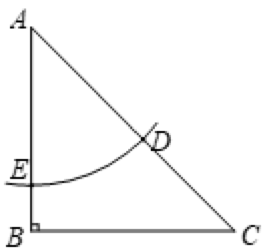
11. 点（－1，－3）关于原点的对称点的坐标为_____.

12. 写出一个二次函数，使得它有最小值，这个二次函数的解析式可以是__________.

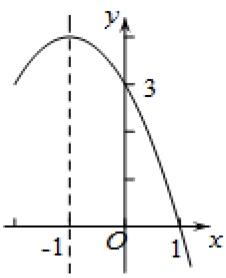
13. 若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ （a≠0）的示意图如图所示，则 a_____0，b_____0，c____0（填“>”，“=”或“<”）



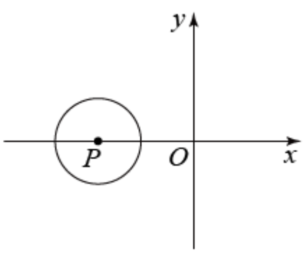
14. 如图，在 Rt△ABC 中，∠ABC=90°，AB=BC=3，点 D 在 AC 上，且 AD=2，将点 D 绕着点 A 顺时针方向旋转，使得点 D 的对应点 E 恰好落在 AB 边上，则旋转角的度数为________，CE 的长为_______.



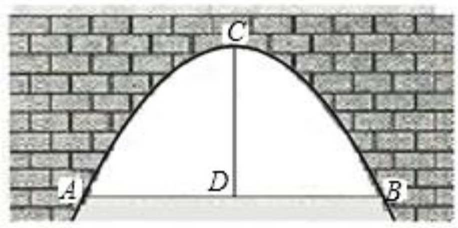
15. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图象如图所示，对称轴为 x= -1，与 x 轴的一个交点为（1，0），则方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解为_____________.



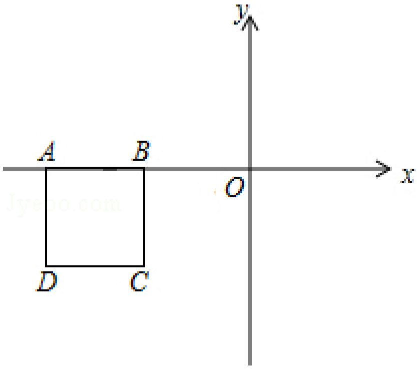
16. 在平面直角坐标系中，点 P 的坐标为（－4，0），半径为 1 的动圆⊙P 沿 x 轴正方向运动，若运动后⊙P 与 y 轴相切，则点 P 的运动距离为______.



17. 图中是抛物线形拱桥，当水面宽 AB＝10 米时，拱顶到水面　距离 CD＝5 米．如果水面上升 1 米，那么水面宽度为______________米？（结果保留根号）



18. 如下图，正方形ABCD的边AB在x轴上，A（﹣4，0），B（﹣2，0），定义：若某个抛物线上存在一点P，使得点P到正方形ABCD四个顶点的距离相等，则称这个抛物线为正方形ABCD的"友好抛物线"．若抛物线$y=2x^2-nx-n^2-1$是正方形ABCD的"友好抛物线"，则n的值为_____．



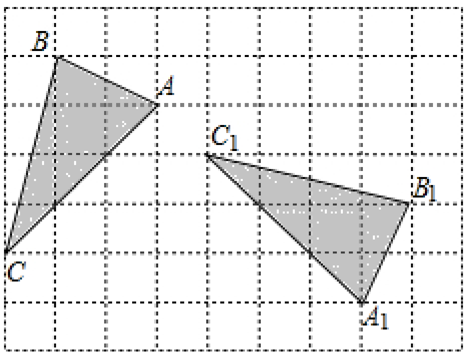
三、解答题（本题共56分，第19-23题，25题5分，每小题5分第24，26题，每小题6分，第27，28题，每小题7分）

19. 解方程：$x^2-3x+1=0$．

20. 如图，在正方形网格中，将格点$\triangle ABC$绕某点顺时针旋转角α（$0<\alpha<180°$）得到格点$\triangle A_1B_1C_1$，点A与点A_1，点B与点B_1，点C与点C_1是对应点．

（1）请通过画图找到旋转中心，将其标记　点O；

（2）直接写出旋转角α的度数．



21. 如图1是博物馆展出的古代车轮实物，《周礼·考工记》记载："……故兵车之轮六尺有六寸，田车之轮六尺有三寸……"据此， 我们可以通过计算车轮的半径来验证车轮类型，请将以下推理过程补充完整．

图 1

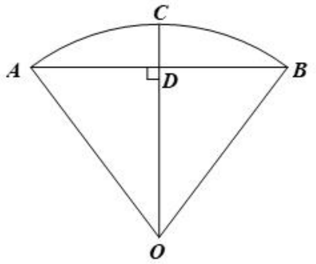


图 2

如图 2 所示，在车轮上取 A、B 两点，设 AB 所在圆的圆心为 O，半径为 r cm.

作弦 AB 的垂线 OC，D 为垂足，则 D 是 AB 的中点．其推理的依据是：_____.

经测量，AB＝90cm，CD＝15cm，则 AD＝_____cm；

用含 r　代数式表示 OD，OD＝_____cm.

在 $Rt\triangle OAD$ 中，由勾股定理可列出关于 r 的方程：

$r^2=$_____，解得 r＝75

通过单位换算，得到车轮直径约为六尺六寸，可验证此车轮为兵车之轮.

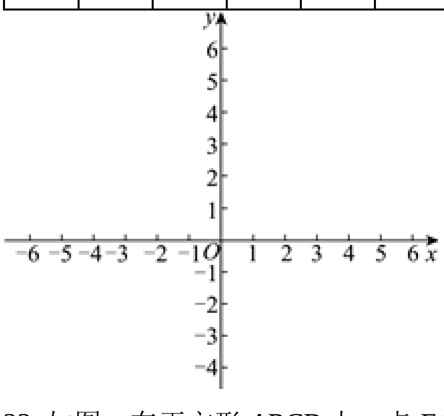
22. 已知二次函数 $y=x^2-4x+3$.

（1）将二次函数的表达式化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式；

（2）在平面直角坐标系 xOy 中，用描点法画出这个二次函数的图象；

（3）根据图象直接写出 $0<x<3$ 时，y 的取值范围.

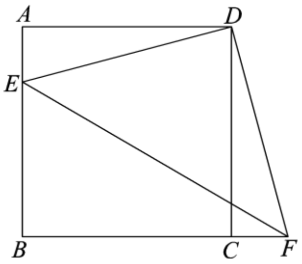
x	…						…
y	…						…



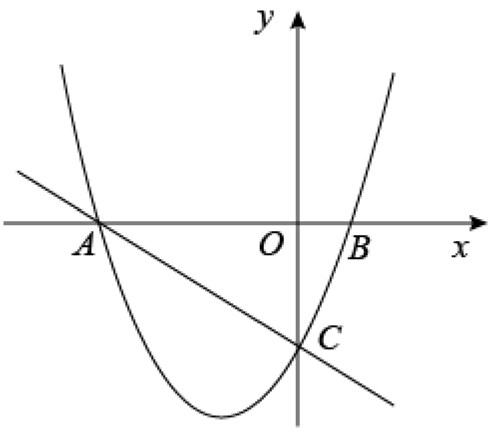
23. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AB 上，将点 E 绕点 D 逆时针旋转得到点 F，若点 F 恰好落在边 BC 的延长线上，连接 DE，DF，EF.

（1）判断△DEF 的形状，并说明理由；

（2）若 $EF=8\sqrt{2}$，则△DEF 的面积为____.



24. 如图，二次函数 $y_1=x^2+bx+c$ 的图像与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于点 C，且点 B 的坐标为（1，0），点 C 的坐标为（0，﹣3），一次函数 $y_2=mx+n$ 的图像过点 A、C.



（1）求二次函数的解析式；

（2）求二次函数的图像与 x 轴的另一个交点 A 的坐标；

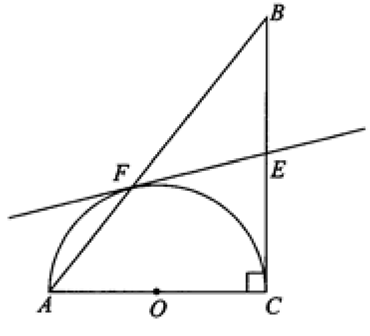
（3）根据图像写出 $y_2<y_1$ 时，x 的取值范围.

25. 某水果店出售一种进价为每千克 20 元的热带水果，这种水果每月的销售量 *y*(千克)与销售单价 *x*（元）之间存在着一次函数关系：$y=-10x+500$.

（1）若每月获得利润 *w*(元）是销售单价 *x*（元）的函数，求这个函数的解析式.

（2）当销售单价为多少元时，每月可获得最大利润？

26. 已知：如图，Rt△*ABC* 中，∠*ACB*=90°，以 *AC* 为直径　半圆 *O* 交 *AB* 于 *F*，*E* 是 *BC* 的中点．试确定 *EF* 与半圆 *O* 的位置关系，并证明你的结论.



27. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 *A* 是抛物线 $y=-x^2+2mx-m^2+2m+1$ 的顶点.

（1）求点 *A* 的坐标（用含 *m* 的代数式表示）；

（2）若射线 OA 与 *x* 轴所成的锐角为 $45°$，求 *m* 的值；

（3）将点 $P(0,1)$ 向右平移 4 个单位得到点 *Q*，若抛物线与线段 PQ 只有一个公共点，直接写出 *m* 的取值范围____.

28. 已知△*ABC* 中，∠*ABC*＝90°，将△*ABC* 绕点 *B* 逆时针旋转 90°后，点 *A* 的对应点为点 *D*，点 *C* 的对应点为点 *E*，直线 *DE* 与直线 *AC* 交于点 *F*，连接 *FB*.

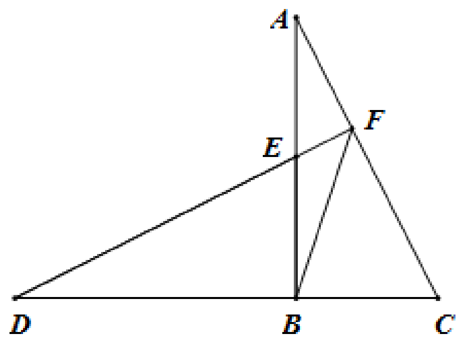


图 1

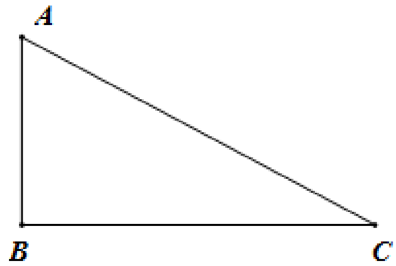


图 2

（1）如图 1，当∠*BAC*＜45°时，

①求证：*DF*⊥*AC*；

②求∠*DFB* 的度数；

（2）如图 2，当∠*BAC*＞45°时，

①请依题意补全图 2；

②用等式表示线段 *FC*，*FB*，*FE* 之间的数量关系，并证明.

参考答案

一、选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 在中国集邮总公司设计的邮票首日纪念戳图案中，可以看作中心对称图形的是（　）

A.  千里江山图

B.  京津冀协同发展

C.  内蒙古自治区

D.  河北雄安新区

【答案】C

【解析】

【分析】根据中心对称图形的定义进行逐一判断即可.

【详解】解：A、不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

B、不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

C、是中心对称图形，故此选项符合题意；

D、不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

故选 C.

【点睛】本题主要考查了中心对称图形的识别，解题的关键在于能够熟练掌握中心对称图形的定义：把一个图形绕着某一个点旋转 180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点就是它的对称中心，进行逐一判断即可.

2. 将二次函数 $y=2x^2$ 图象向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位，得到的函数图象的表达式是（　　）

A. $y=2(x+2)^2+3$

B. $y=2(x+2)^2-3$

C. $y=2(x-2)^2-3$

D. $y=2(x-2)^2+3$

【答案】C

【解析】

【分析】根据平移的规律进行求解即可得答案.

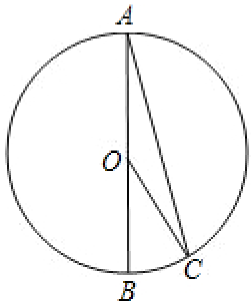
【详解】将二次函数 $y=2x^2$ 的图象向右平移 2 个单位，可得：$y=2(x-2)^2$

再向下平移 3 个单位，可得：$y=2(x-2)^2-3$

故答案为：C.

【点睛】本题考查了平移的规律：上加下减，最加右减，注意上下平移动括号外的，左右平移动括号里的.

3. 如图，AB 为⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，若∠C=15°，则∠BOC =（ ）



A. 60°　　B. 45°　　C. 30°　　D. 15°

【答案】C

【解析】

【分析】由于 OA、OC 都是⊙O 的半径，由等边对等角，可求出∠A 的度数；进而可根据圆周角定理求出∠BOC 的度数．

【详解】解：∵$OA=OC$，

∴∠A=∠C=15°；

∴∠BOC=2∠A=30°；

故选 C．

【点睛】此题主要考查的是圆周角定理：同弧所对的圆周角是圆心角的一半．

4. 下列关于二次函数 $y=2x^2$ 的说法正确的是(　　)

A. 它的图象经过点 $(-1,-2)$

B. 它的图象的对称轴是直线 $x=2$

C. 当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小

D. 当 $x=0$ 时，y 有最大值为 0

【答案】C

【解析】

【分析】由二次函数的解析式为 $y=2x^2$，把 $\left(-1,-2\right)$ 代入即可判断是否在抛物线上，对称轴 x=-$\frac{b}{2a}$=0，图像开口向上，即可判断 CD 两个选项.

【详解】A. 它的图象经过点 $\left(-1,2\right)$，A 错误；

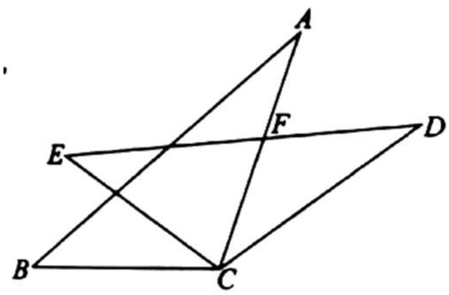
B. 它的图象的对称轴是直线 $x=0$，B 错误；

C. 当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小，正确；

D. 当 $x=0$ 时，y 有最小值为 0,D 错误.

【点睛】此题主要考察二次函数的图像与性质.

5. 如图，在 ΔABC 中，以 C 为中心，将 ΔABC 顺时针旋转 35°得到 ΔDEC，边 ED，AC 相交于点 F，若 $\angle A=30^{\circ}$，则 $\angle EFC$ 的度数为（　）



A. 60°　　B. 65°　　C. 72.5°　　D. 115°

【答案】B

【解析】

【分析】由图形旋转变换的性质，可得∠A=∠D=30°，再根据三角形的外角的性质，即可求解.

【详解】∵以 C 为中心，将ΔABC顺时针旋转 35°得到ΔDEC，

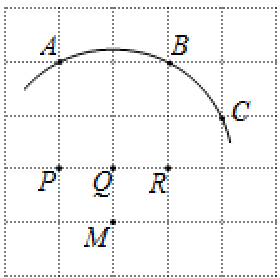
∴∠ACD=35°，∠A=∠D=30°，

∴$\angle EFC$=∠ACD+∠D=35°+30°=65°，

故选 B.

【点睛】本题主要考查图形的旋转的性质以及三角形外角的性质，熟练掌握三角形外角的性质，是解题的关键.

6. 如图，在 5×5 正方形网格中，一条圆弧经过 A、B、C 三点，那么弧 AC 所对的圆心角的大小是（　　）



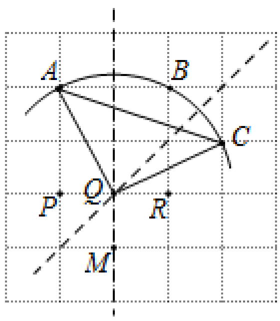
A. 60°　　B. 75°　　C. 80°　　D. 90°

【答案】D

【解析】

【分析】根据垂径定理的推论:弦的垂直平分线必过圆心，分别作 *AB*，*BC* 的垂直平分线即可得到圆心，就可以确定弧 *AC* 所对的圆心角的大小.

【详解】作 *AB* 的垂直平分线，作 *BC* 的垂直平分线，如图，



它们都经过 *Q*，

∴点 *Q* 为这条圆弧所在圆的圆心，

∴$QC=AQ=\sqrt{5}$，连接 *AC*，且 $AC=\sqrt{10}$，

∴在△AQC中$QA^2+QC^2=AC^2$，

∴△AQC是等腰直角三角形，

∴∠AQC＝90°，

故本题正确答案为选项D.

【点睛】本题考查了垂径定理的推论：弦的垂直平分线必过圆心，这是常用来确定圆心的方法，圆心确定就可以求得弧AC所对的圆心角的大小，确定圆心是解决本题的关键.

7. 若关于x的一元二次方程$kx^2-2x-1=0$有两个不相等的实数根，则实数k的取值范围是(　　)

A. $k>-1$　　B. k<1且k≠0　　C. k≥﹣1且k≠0　　D. $k>-1$且$k\neq 0$

【答案】D

【解析】

【分析】利用一元二次方程的定义和判别式的意义得到$k\neq 0$且$\triangle=(-2)^2-4k\cdot(-1)>0$，然后求出两个不等式的公共部分即可.

【详解】解：根据题意得$k\neq 0$且$\triangle=(-2)^2-4k\cdot(-1)>0$，

解得$k>-1$且$k\neq 0$.

故选：D.

【点睛】本题考查了根的判别式，解题的关键是掌握一元二次方程$ax^2+bx+c=0(\mathrm{a}\neq 0)$的根与$\triangle=b^2-4ac$有如下关系：当$\triangle>0$时，方程有两个不相等的实数根；当$\triangle=0$时，方程有两个相等的实数根；当$\triangle<0$时，方程无实数根.

8. 已知二次函数$y=x^2-2x$，若点$\left(-1,y_1\right)$，$\left(2,y_2\right)$是它图象上的两点，则y_1与y_2的大小关系为（ ）

A. $y_1>y_2$　　B. $y_1=y_2$　　C. $y_1<y_2$　　D. 不能确定

【答案】A

【解析】

【分析】把（-1，y_1）和（2，y_2）代入二次函数解析式求出y_1和y_2即可得到答案.

【详解】解：∵（-1，y_1）和（2，y_2）是二次函数$y=x^2-2x$图像上的两点，

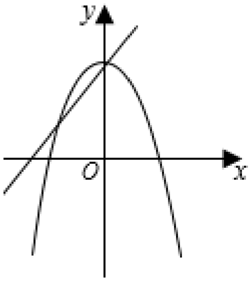
∴$y_1=\left(-1\right)^2-2\times\left(-1\right)=3$，$y_2=2^2-2\times 2=0$，

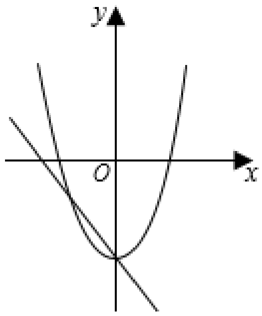
∴$y_1>y_2$，

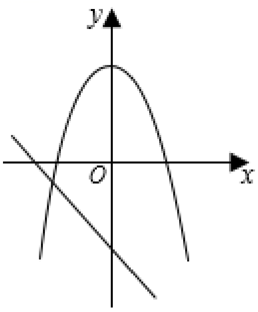
故选A.

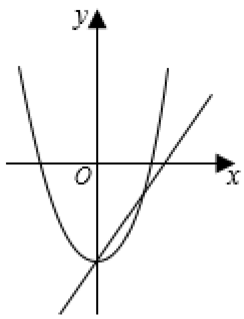
【点睛】本题主要考查了二次函数图像上点的坐标特征，解题的关键在于能够熟练掌握二次函数图像上点的坐标特征.

9. 如图，在同一坐标系中，二次函数$y=ax^2+c$与一次函数$y=ax+c$的图象大致是（　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据函数图象，逐项判断a, c 符号，即可求解.

【详解】解：A、由二次函数图象，可得$a<0$，一次函数图象，可得$a>0$，相矛盾，故本选项错误，不符合题意；

B、由二次函数图象，可得$a>0$，一次函数图象，可得$a<0$，相矛盾，故本选项错误，不符合题意；

C、由二次函数图象，可得$c>0$，一次函数图象，可得$c<0$，相矛盾，故本选项错误，不符合题意；

D、由二次函数图象，可得$a>0$，$c<0$，一次函数图象，可得$a>0$，$c<0$，故本选项正确，符合题意；

故选：D

【点睛】本题主要考查了二次函数和一次函数的图象和性质，根据函数图象，得到a, c 符号是解题的关键.

10. 已知抛物线$y=ax^2+bx+c$上部分点的横坐标x与纵坐标y的对应值如表：

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	3	0	-1	m	3	…

有以下几个结论：

①抛物线$y=ax^2+bx+c$的开口向下；

②抛物线$y=ax^2+bx+c$的对称轴为直线$x=-1$；

③方程$ax^2+bx+c=0$的根为 0 和 2

④当$y>0$时，x的取值范围是$x<0$或$x>2$

其中正确的是（　）.

A. ①④　　B. ②④　　C. ②③　　D. ③④

【答案】D

【解析】

【分析】根据表格中的x、y的对应值，利用待定系数法求出函数解析式，再根据二次函数的图形与性质求解可得.

【详解】解：设抛物线的解析式为$y=ax^2+bx+c$，

将$(-1,3)$、$(0,0)$、$(3,3)$代入得：

$\begin{cases} a-b+c=3 \\ c=0 \\ 9a+3b+c=3 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=0 \end{cases}$，

$\therefore$抛物线的解析式为 $y=x^2-2x=x(x-2)=(x-1)^2-1$，

由 $a=1>0$ 知抛物线的开口向上，故①错误；

抛物线的对称轴为直线 $x=1$，故②错误；

当 $y=0$ 时，$x(x-2)=0$，解得 $x=0$ 或 $x=2$，

$\therefore$方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根为 0 和 2，故③正确；

当 $y>0$ 时，$x(x-2)>0$，由函数图像解得 $x<0$ 或 $x>2$，故④正确；

故选：D.

【点睛】本题主要考查抛物线与 x 轴的交点，解题的关键是熟练掌握待定系数法求函数解析式及二次函数的图象和性质.

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

11. 点（﹣1，﹣3）关于原点的对称点的坐标为_____.

【答案】（1，3）

【解析】

【分析】直接利用关于原点对称点的性质得出答案.

【详解】解：点（﹣1，﹣3）关于原点的对称点的坐标为：（1，3）.

故答案为：（1，3）.

【点睛】本题主要考查了关于原点对称点的坐标，准确计算是解题的关键.

12. 写出一个二次函数，使得它有最小值，这个二次函数 解析式可以是__________.

【答案】$y=x^2+2$（答案不唯一）

【解析】

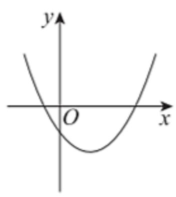
【分析】根据二次函数的性质即可得.

【详解】由题意，二次函数有最小值，说明函数开口向上，这个二次函数的解析式可以是 $y=x^2+2$，

故答案为：$y=x^2+2$（答案不唯一）.

【点睛】本题考查了二次函数 性质，熟练掌握二次函数的性质是解题关键.

13. 若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ （a≠0）的示意图如图所示，则 a_____0，b_____0，c____0（填“>”，“=”或“<”）



【答案】 ①. > ②. < ③. <

【解析】

【分析】由抛物线开口方向可以判断得到 $a>0$；抛物线对称轴在 y 轴的右侧，可以知道 $-\dfrac{b}{2a}>0$，进一步分析得到 $b<0$；由抛物线与 y 轴的交点在 y 轴的负半轴，可以知道 $c<0$.

【详解】解：①∵抛物线开口向上

∴ $a>0$

故答案为：>

②∵抛物线的对称轴在 y 轴的右侧

∴ $-\dfrac{b}{2a}>0$

∵ $a>0$

∴ $b<0$

故答案为：<

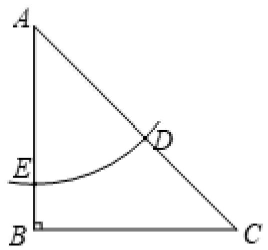
③∵抛物线与 y 轴的交点在 y 轴的负半轴

∴ $c<0$

故答案为：<

【点睛】本题考查二次函数的图象与系数之间的关系，牢记相关知识点并能结合函数图象灵活应用是解题关键.

14. 如图，在 Rt△ABC 中，∠ABC=90°，AB=BC=3，点 D 在 AC 上，且 AD=2，将点 D 绕着点 A 顺时针方向旋转，使得点 D 的对应点 E 恰好落在 AB 边上，则旋转角的度数为________，CE 的长为_______.



【答案】 ①. 45° ②. $\sqrt{10}$

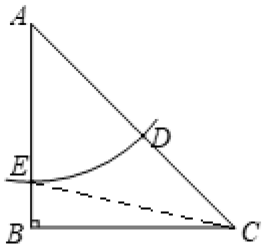
【解析】

【分析】由题意可知 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，$\angle A=45^\circ$，旋转的性质可得 $AE=AD=2$，$BE=1$，根据勾股定理即可求解.

【详解】解：由题意可知 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，$\angle A=45^\circ$

由旋转的性质可得，$\angle EAD$ 为旋转角，$AE=AD=2$，旋转角的度数为 45°

连接 CE，如下图：



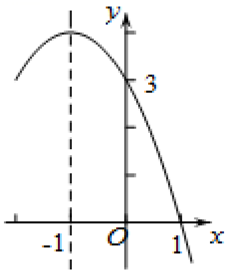
则 $BE=AB-AE=1$，

由勾股定理可得：$CE=\sqrt{BE^2+BC^2}=\sqrt{10}$

故答案为45°，$\sqrt{10}$

【点睛】此题考查了旋转的性质，涉及了勾股定理，掌握旋转的有关性质以及勾股定理是解题的关键.

15. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图象如图所示，对称轴为 x= -1，与 x 轴的一个交点为（1，0），则方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解为____________.



【答案】$x_1=1,x_2=-3$

【解析】

【分析】由图像可得到二次函数的对称轴为 $x=-1$，与 x 轴的一个交点为（1，0）可求出另一个交点为（-3，0），即可求出方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解.

【详解】解：由图像可得，

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为 $x=-1$，

∵与 x 轴的一个交点为（1，0），

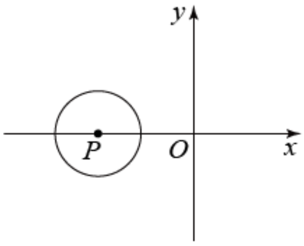
∴二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴的另一个交点为（-3，0），

∴方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解为 $x_1=1,x_2=-3$.

故答案为：$x_1=1,x_2=-3$.

【点睛】此题考查了二次函数的图像和性质，解题的关键是根据图像得到二次函数的对称轴，进而求出二次函数与 x 轴的另一个交点.

16. 在平面直角坐标系中，点 P 的坐标为（﹣4，0），半径为 1 的动圆⊙P 沿 x 轴正方向运动，若运动后⊙P 与 y 轴相切，则点 P 的运动距离为______.



【答案】3 或 5##5 或 3

【解析】

【分析】利用切线的性质得到点 P 到 y 轴的距离为 1，此时 P 点坐标为（-1，0）或（1，0），然后分别计算点（-1，0）和（1，0）到（-4，0）的距离即可.

【详解】若运动后⊙P 与 y 轴相切，

则点 P 到 y 轴的距离为 1，此时 P 点坐标为（-1，0）或（1，0），

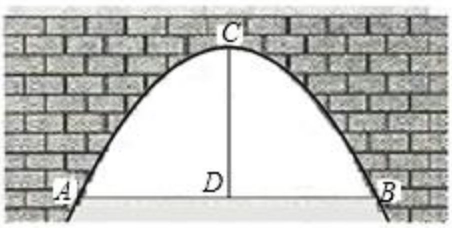
而-1-（-4）=3，1-（-4）=5，

所以点 P 的运动距离为 3 或 5.

故答案为：3 或 5.

【点睛】本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径.

17. 图中是抛物线形拱桥，当水面宽 AB＝10 米时，拱顶到水面的距离 CD＝5 米．如果水面上升 1 米，那么水面宽度为______________米？（结果保留根号）

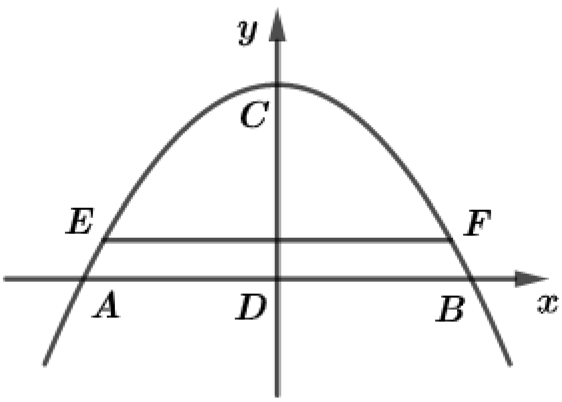


【答案】$4\sqrt{5}$

【解析】

【分析】以 D 点为原点，AB 为 x 轴，DC 为 y 轴，建立平面直角坐标系，设水面上升 1 米后的位置为 EF．根据水面宽 AB 和拱顶到水面的距离 CD 可得点 B 与点 C 的坐标，进而可求得抛物线解析式，再根据点 E 和点 F 的纵坐标可以求出点 E 和点 F 的横坐标，然后即可求出 EF 的长度，即水面上升 1 米后的水面宽度.

【详解】解：如下图所示，以 D 点为原点，AB 为 x 轴，DC 为 y 轴，建立平面直角坐标系，设水面上升 1 米后的位置为 EF.



∵AB=10，CD=5，

∴ $C(0,5)$，BD=AD=5.

∴ $B(5,0)$.

∵水面上升 1 米后的位置为 EF，

∴ $y_E = y_F = 1$.

设抛物线解析式为 $y = ax^2 + c$.

根据 B 点坐标和 C 点坐标可得$\begin{cases} 0 = a \times 5^2 + c, \\ 5 = a \times 0^2 + c. \end{cases}$

解得$\begin{cases} a = -0.2, \\ c = 5. \end{cases}$

∴抛物线解析式为： $y = -0.2x^2 + 5$.

令 y=1 可得$1 = -0.2x^2 + 5$.

解得 $x_1 = -2\sqrt{5}$， $x_2 = 2\sqrt{5}$.

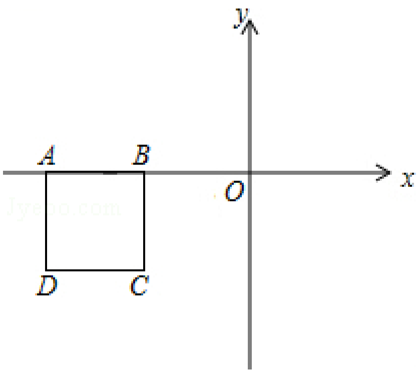
∴ $E(-2\sqrt{5},1)$， $F(2\sqrt{5},1)$.

∴ $EF = 4\sqrt{5}$.

故答案为： $4\sqrt{5}$.

【点睛】本题考查二次函数的实际应用，正确理解题意并合理建立平面直角坐标系是解题关键．

18. 如下图，正方形 ABCD 的边 AB 在 x 轴上，A（－4，0），B（－2，0），定义：若某个抛物线上存在一点 P，使得点 P 到正方形 ABCD 四个顶点的距离相等，则称这个抛物线为正方形 ABCD 的“友好抛物线”．若抛物线 $y=2x^2-nx-n^2-1$ 是正方形 ABCD 的“友好抛物线”，则 n 的值为_____．



【答案】-3 或 6

【解析】

【分析】到 A、B、C、D 四个点距离都相等的点为 AC、BD 的交点点 E，求出点 E 的坐标，将点 E 的坐标代入二次函数解析式，求出 n 的值即可.

【详解】连接 AC、BD 交于点 E，作 $EF \perp AB$ 交 AB 于点 F，

由题意得，抛物线必经过点 E，

∵A（－4，0），B（－2，0），

∴$AB=2$，$BO=2$，

∵正方形 $ABCD$，

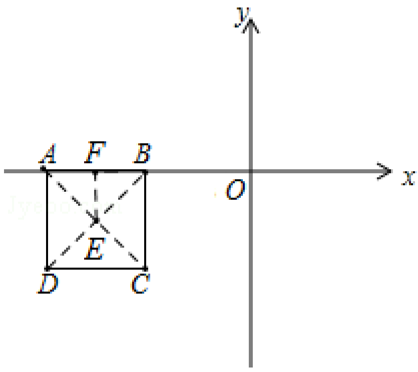
∴$\angle ABE=45°$，$AE\perp BE$，$AE=BE$，

∴$AF=BF=EF=1$，

∴E（﹣3，﹣1），

∴$-1=2\times9+3n-n^2-1$，

解得 $n=-3$ 或 6.



故答案为﹣3 或 6.

【点睛】确定出到 A、B、C、D 四个点距离相等的点的位置是解题的关键.

三、解答题（本题共 56 分，第 19-23 题，25 题 5 分，每小题 5 分第 24，26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

19. 解方程：$x^2-3x+1=0$.

【答案】$x_1=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2},x_2=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$

【解析】

【分析】找出方程中二次项系数 a，一次项系数 b 及常数项 c，计算出根的判别式，由根的判别式大于 0，得到方程有解，将 a，b 及 c 的值代入求根公式即可求出原方程的解.

详解】解：∵$a=1$，$b=-3$，$c=1$

∴$b^2-4ac=5$

∴$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$.

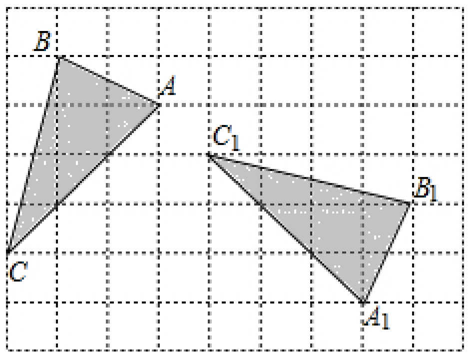
故 $x_1=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2},x_2=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$.

【点睛】此题考查解一元二次方程-公式法，解题关键在于掌握运算法则.

20. 如图，在正方形网格中，将格点△ABC 绕某点顺时针旋转角 α（$0<\alpha<180°$）得到格点△$A_1B_1C_1$，点 A 与点 A_1，点 B 与点 B_1，点 C 与点 C_1 是对应点.

（1）请通过画图找到旋转中心，将其标记为点 O；

（2）直接写出旋转角 α 的度数.



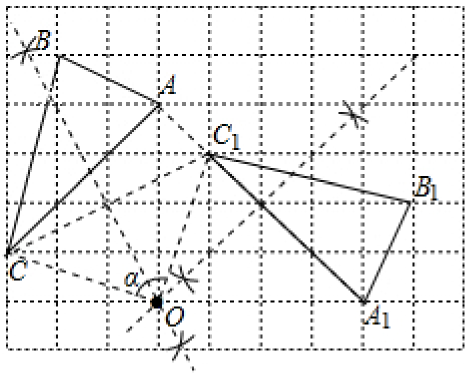
【答案】（1）见解析；（2）90°

【解析】

【分析】（1）连接 AA_1, CC_1,分别做它们的垂直平分线相交于一点，该点即为所求；

（2）观察所作图形，$\angle COC_1 = \angle\alpha$，从而得到答案.

【详解】解：(1)如下图所示，点 O 即为所求.



(2) 观察第一问的图形，可知 $\angle COC_1 = \angle\alpha = 90^{\circ}$

【点睛】本题考查作图确认旋转中心、旋转角，牢记相关的知识点是解题的关键.

21. 如图 1 是博物馆展出的古代车轮实物，《周礼·考工记》记载：“……故兵车之轮六尺有六寸，田车之轮六尺有三寸……”据此， 我们可以通过计算车轮的半径来验证车轮类型，请将以下推理过程补充完整.

图 1

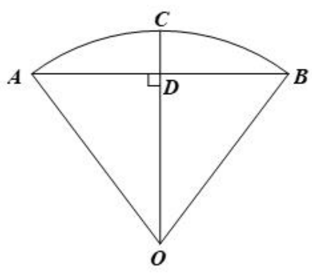


图 2

如图 2 所示，在车轮上取 A、B 两点，设 $\overset{\frown}{AB}$ 所在圆的圆心为 O，半径为 r cm.

作弦 AB 的垂线 OC，D 为垂足，则 D 是 AB 的中点．其推理的依据是：_____.

经测量，AB＝90cm，CD＝15cm，则 AD＝_____cm；

用含 r 的代数式表示 OD，OD＝_____cm.

在 $Rt\triangle OAD$ 中，由勾股定理可列出关于 r 的方程：

$r^2=$______，解得 $r=75$

通过单位换算，得到车轮直径约为六尺六寸，可验证此车轮为兵车之轮．

【答案】垂直于弦的直径平分弦；45；$\left(r-15\right)$；$45^2+\left(r-15\right)^2$

【解析】

【分析】根据垂径定理，利用勾股定理构建方程求解即可．

【详解】解：如图 2 所示，在车轮上取 A、B 两点，设 $\overset{\frown}{AB}$ 所在圆的圆心为 O，半径为 r cm．

作弦 AB 的垂线 OC，D 为垂足，则 D 是 AB 的中点．其推理依据是：垂直弦（非直径）的直径平分弦．

经测量：AB=90cm，CD=15cm，则 AD=45cm；

用含 r 的代数式表示 OD，OD=（r-15）cm．

在 $Rt\triangle OAD$ 中，由勾股定理可列出关于 r 的方程：

$r^2=45^2+(r-15)^2$，

解得 r=75．

通过单位换算，得到车轮直径约为六尺六寸，可验证此车轮为兵车之轮．

故答案为：垂直弦的直径平分弦，45,（r-15），$45^2+(r-15)^2$．

【点睛】本题考查垂径定理，勾股定理等知识，解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题，属于中考常考题型．

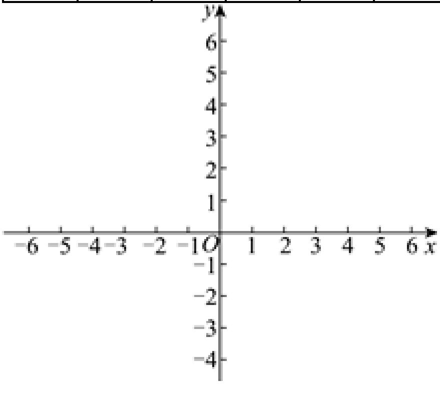
22. 已知二次函数 $y=x^2-4x+3$．

（1）将二次函数的表达式化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式；

（2）在平面直角坐标系 xOy 中，用描点法画出这个二次函数的图象；

（3）根据图象直接写出 $0<x<3$ 时，y 的取值范围．

x	…						…
y	…						…



【答案】（1）$y=\left(x-2\right)^2-1$；（2）见解析；（3）$-1\le y<3$

【解析】

分析】（1）利用配方法把二次函数解析式配成顶点式；

（2）利用描点法画出二次函数图象；

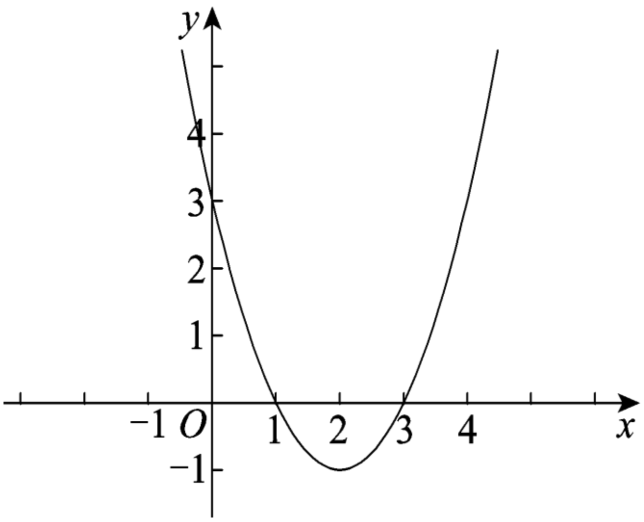
（3）利用二次函数的图象求解.

【详解】（1）$y = x^2 - 4x + 4 - 1 = (x-2)^2 - 1$

（2）列表

x	…	0	1	2	3	4	…
y	…	3	0	-1	0	3	…

用上述五点描点连线得到函数图象如下：



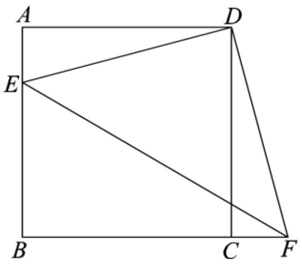
（3）观察函数图象知,当 $0<x<3$ 时，$-1 \le y < 3$.

【点睛】本题考查的是抛物线与 x 轴的交点，主要考查函数图象上点的坐标特征，解题关键是熟悉函数与坐标轴的交点、顶点等点坐标的求法，及这些点代表的意义及函数特征.

23. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AB 上，将点 E 绕点 D 逆时针旋转得到点 F，若点 F 恰好落在边 BC 的延长线上，连接 DE，DF，EF.

（1）判断△DEF 的形状，并说明理由；

（2）若 $EF=8\sqrt{2}$，则△DEF 的面积为____.



【答案】（1）等腰直角三角形，理由见解析；（2）32

【解析】

【分析】（1）证明 Rt△ADE≌Rt△CDF，进而可得$\angle ADE = \angle CDF$，$\angle EDF$ =90，根据旋转的性质可得

$DE = DF$，即可证明△DEF 是等腰直角三角形；

（2）根据等腰直角三角形的性质和勾股定理求得 $DE = EF = 8$，进而即可求得△DEF 的面积.

【详解】（1）△DEF 是等腰直角三角形.

证明：在正方形 $ABCD$ 中，$DA=DC$，$\angle ADC=\angle DAB=\angle DCB=90°$.

∵ F 落在边 BC 的延长线上，

∴ $\angle DCF=\angle DAB=90°$.

∵ 将点 E 绕点 D 逆时针旋转得到点 F，

∴ $DE=DF$.

∴Rt△ADE≌ Rt△CDF.

∴ $\angle ADE=\angle CDF$.

∵ $\angle ADC=\angle ADE+\angle EDC=90°$，

∴ $\angle CDF+\angle EDC=90°$，即$\angle EDF=90°$.

∴ △DEF 是等腰直角三角形.

（2） ∵△DEF 是等腰直角三角形，

∴$DE=DF$，

∵ $EF=\sqrt{DE^2+DF^2}=\sqrt{2}DE$，$EF=8\sqrt{2}$，

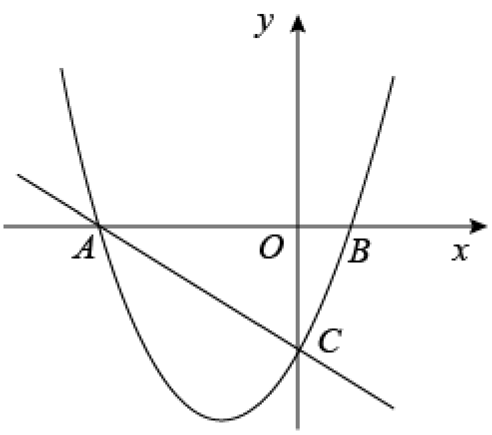
$\therefore DE=DF=8$

∴△DEF 的面积为$\frac{1}{2}\times 8\times 8=32$.

故答案为：32

【点睛】本题考查了旋转的性质，三角形全等的性质与判定，正方形的性质，勾股定理，等腰三角形的性质与判定，证明 Rt△ADE≌ Rt△CDF 是解题的关键.

24. 如图，二次函数 $y_1=x^2+bx+c$ 的图像与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于点 C，且点 B 的坐标为（1，0），点 C 的坐标为（0，－3），一次函数 $y_2=mx+n$ 的图像过点 A、C.



（1）求二次函数的解析式；

（2）求二次函数的图像与 x 轴的另一个交点 A 的坐标；

（3）根据图像写出 $y_2<y_1$ 时，x 的取值范围.

【答案】(1) $y_1=x^2+2x-3$;(2) 此二次函数的图像与 x 轴的另一个交点 A 的坐标为（－3，0）;(3) x＜－3 或 x＞0.

【解析】

【分析】（1）把 B（1，0），C（0，－3）分别代入 $y_1=x^2+bx+c$ 得到关于 b、c 的方程组，求出 b、c 即可；

（2）令 $y_1=0$，得到 $x^2+2x-3=0$，然后解一元二次方程即可得到二次函数的图像与 x 轴的另一个交点 A 的坐标；

（3）观察图像可得当 x＜－3 或 x＞0，抛物线都在直线的上方，即 y_2＜y_1.

【详解】解：（1）由二次函数 $y_1=x^2+bx+c$ 的图像经过 B（1，0）、C （0，－3）两点，

得 $\begin{cases}1+b+c=0\\c=-3\end{cases}$，

解这个方程组，得 $\begin{cases}b=2\\c=-3\end{cases}$，

∴抛物线的解析式为 $y_1=x^2+2x-3$；

（2）令 $y_1=0$，得 $x^2+2x-3=0$，

解这个方程，得 $x_1=-3$，$x_2=1$，

∴此二次函数的图像与 x 轴的另一个交点 A 的坐标为（－3，0）；

（3）当 x＜－3 或 x＞0，y_2＜y_1.

25. 某水果店出售一种进价为每千克 20 元的热带水果，这种水果每月的销售量 *y*(千克)与销售单价 *x*（元）之间存在着一次函数关系：$y=-10x+500$.

（1）若每月获得利润 *w*(元）是销售单价 *x*（元）的函数，求这个函数的解析式.

（2）当销售单价为多少元时，每月可获得最大利润？

【答案】（1） $w=-10x^2+700x-10000$；（2）35 元

【解析】

【分析】（1）根据题意可得每千克的利润为$\left(x-20\right)$元，然后根据总利润=每千克的利润×数量，列出解析式即可；

（2）根据题意把（1）中求出的表达式转化成顶点式，然后根据二次函数的性质即可求解.

【详解】解：（1）∵每千克的利润为$\left(x-20\right)$元，

∴$w=\left(x-20\right)\left(-10x+500\right)=-10x^2+700x-10000$，

即这个函数的解析式为$w=-10x^2+700x-10000$；

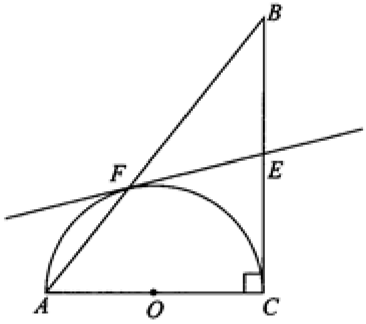
（2）∵ $w=-10x^2+700x-10000=-10(x-35)^2+2250$，

∴当 *x*=35 时，有最大利润 2250 元.

答：当销售单价为 35 元时，每月可获得最大利润.

【点睛】此题考查了二次函数应用题，解题的关键是根据题意表示出每千克获得的利润，根据总利润=每千克的利润×数量列出方程.

26. 已知：如图，Rt△*ABC* 中，∠*ACB*=90°，以 *AC* 为直径的半圆 *O* 交 *AB* 于 *F*，*E* 是 *BC* 的中点．试确定 *EF* 与半圆 *O* 的位置关系，并证明你的结论.



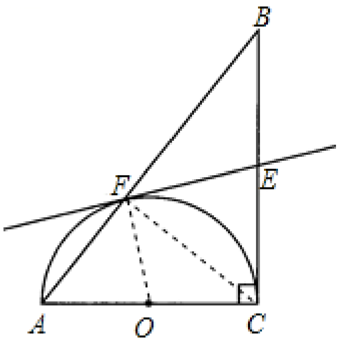
【答案】EF 是半圆 C 的切线，证明见解析.

【解析】

【分析】连接 OF，CF，利用等边对等角即可证得 OF⊥EF，从而证得 EF 是圆的切线.

【详解】结论：∴EF 是半圆 C 的切线

证明:连接 OE,CF.



∵AC 是直径，∴ ∠ AFC =90 º

∴∠BFC =90°,

又∵E 是 BC 的中点,

∴EF=EC

∴∠ EFC =∠ECF

∵OC=OF

∴∠ OFC=∠FCO,

∴∠ACB=∠FCO+∠ECF=90 º

∴∠EFC+∠OFC=90 º

即∠EFO=90 º

∴OF⊥EF

∴EF 是⊙C 的切线.

【点睛】本题考查了切线的判定，直角三角形的性质等知识点．要证某线是圆的切线，已知此线过圆上某点，连接圆心与这点（即为半径），再证垂直即可．解决本题的关键是正确作出辅助线.

27. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 是抛物线 $y=-x^2+2mx-m^2+2m+1$ 的顶点.

（1）求点 A 的坐标（用含 m 的代数式表示）；

（2）若射线 OA 与 x 轴所成的锐角为 $45°$，求 m 的值；

（3）将点 $P(0,1)$ 向右平移 4 个单位得到点 Q，若抛物线与线段 PQ 只有一个公共点，直接写出 m 的取值范围____.

【答案】（1）$A\left(m,2m+1\right)$；（2）$m=-1$或$-\dfrac{1}{3}$；（3）$0\le m\le 8$且 m≠2

【解析】

【分析】（1）直接将解析式配成顶点式，然后可求点 A 的坐标；

（2）由 OA 与 x 轴所成的锐角为$45°$，则点 A 的坐标轴距离相等，所以需要分类讨论，即横坐标与纵坐标相等，或者横坐标与纵坐标互为相反数，同时也可以发现点 A 在直线 $y=2x+1$ 上运动，然后问题可求解；

（3）先由平移知识可以得到点 Q 的坐标，且 PQ∥x 轴，画出草图，可以发现，顶点 A 所在直线 $y=2x+1$ 也经过点 P，并且当 A 与 P 重合时，此时 m 取最小值，当 A 沿直线 $y=2x+1$ 向上运动时，m 值越来越大，最大值位置是当抛物线刚好经过点 Q，同时要注意排除抛物线与直线 PQ 的两个交点均落在线段 PQ 上的特殊情况即可．

【详解】解：（1）把抛物线 $y=-x^2+2mx-m^2+2m+1$ 配成顶点式为：$y=-\left(x-m\right)^2+2m+1$，

∴顶点 $A\left(m,2m+1\right)$；

（2）设 $x=m,y=2m+1$，消掉 m，可得 $y=2x+1$，

∴点 A 在直线 $y=2x+1$ 上运动，

∴点 A 所在象限可能为第一、第二、第三象限，

∵射线 OA 与 x 轴所成的锐角为$45°$，

∴可以分两类讨论：

①当 A 在第一、第三象限时，$m=2m+1$，

解得：m=-1，

②当 A 在第二象限时，$m+2m+1=0$，

解得：$m=-\dfrac{1}{3}$，

∴综上所述：$m=-\dfrac{1}{3}$或-1；

（3）当点 $P(0,1)$ 向右平移 4 个单位得到点 Q，则有 $Q\left(4,1\right)$，且 PQ∥x 轴，

∵抛物线与线段 PQ 只有一个公共点，且顶点 A 在直线 $y=2x+1$ 上运动，

∴由图 1 可得，当顶点 A 与 P 重合时，符合条件，此时 m=0，

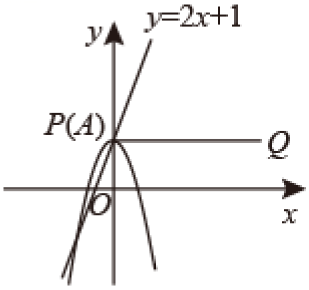


图1

如图 2，

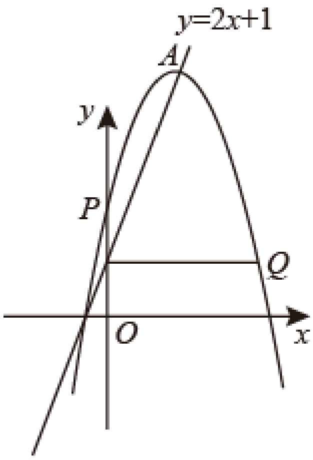


图2

当顶点 A 沿直线 $y=2x+1$ 向上运动时，抛物线与直线 PQ 均有两个交点，当抛物线经过点 Q 时，即当 $x=4$，$y=1$ 时，$-(4-m)^2+2m+1=1$，

解得：$m=2$ 或 8，

当 $m=2$ 时，抛物线为 $y=-(x-2)^2+5$，它与线段 PQ 的交点为 P 和 Q，有两个交点，不符合题意，舍去，

当 $m=8$ 时，抛物线对称轴右侧的部分刚好经过点 Q，符合题意；

∴当 $0\le m\le 8$ 且 $m\neq 2$ 时，抛物线与线段 PQ 只有一个公共点；

故答案为 $0\le m\le 8$ 且 $m\neq 2$.

【点睛】本题主要考查二次函数的综合，主要考查的是数形结合思想，根据题意充分挖掘题目中的数据参数是画图的关键.

28. 已知△ABC 中，∠ABC＝90°，将△ABC 绕点 B 逆时针旋转 90°后，点 A 的对应点为点 D，点 C 的对应点为点 E，直线 DE 与直线 AC 交于点 F，连接 FB.

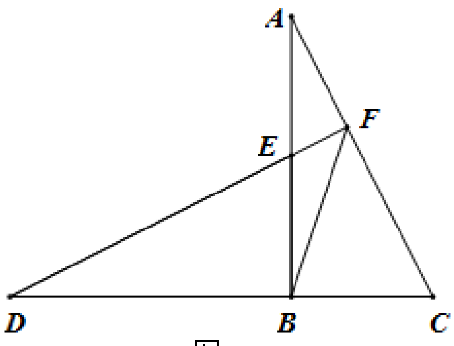


图 1

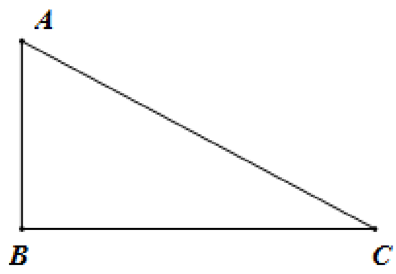


图 2

（1）如图 1，当∠BAC＜45°时，

①求证：DF⊥AC；

②求∠DFB 的度数；

（2）如图 2，当∠BAC＞45°时，

①请依题意补全图 2；

②用等式表示线段 FC，FB，FE 之间的数量关系，并证明.

【答案】（1）①详见解析；②45°；（2）①见解析②$FC-FE=\sqrt{2}FB$

【解析】

【分析】（1）①根据旋转的性质可得△*ABC*≌△*DBE*，再根据全等三角形的性质和直角三角形的性质即可证明；
②证法一：先证明 *A*，*D*，*B*，*F* 四点均在以 *AB* 为直径的圆上，再连接 *AD*，证明△*ABD* 是等腰直角三角形即可；
证法二：在 *DE* 上截取 *DG*=*AF*，连接 *BG*，根据 SAS 可证△*ABF*≌△*DBG*，再利用全等三角形的性质证明△*GBF* 是等腰直角三角形，问题即得解决；
（2）在 *CF* 上截取 *CG*=*EF*，连接 *BG*，利用 SAS 可证△*BCG*≌△*BFE*，再利用全等三角形的性质证明△*GBF* 是等腰直角三角形，进一步即可得出结论.

【详解】（1）①证明：如图 1，∵△*ABC* 绕点 *B* 逆时针旋转 90°得△*DBE*，由旋转性质得，△*ABC*≌△*DBE*，
∴∠1＝∠2，*AB*=*DB*，∠*ABC*=∠*DBE*=90°，
∵∠1＋∠*C*＝90°，
∴∠2＋∠*C*＝90°，
∴∠*DFC*＝90°，即 *DF*⊥*AC*；
②解法一：如图 3，连接 *AD*，∵ *DF*⊥*AC*，∠*DBE*=90°，∴ ∠*DFA*= 90°，
∴*A*，*D*，*B*，*F* 四点均在以 *AB* 为直径的圆上，
∵*AB*=*DB*，∠*DBE*=90°，∴ ∠*DAB*=45°，
∴∠*DFB*＝∠*DAB*＝45°；

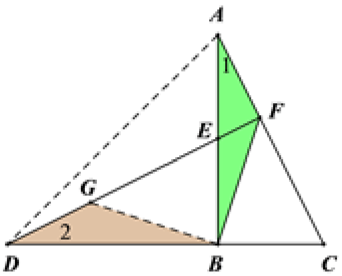


图3

解法二：如图 3，在 *DE* 上截取 *DG*=*AF*，连接 *BG*，

在△*ABF* 和△*DBG* 中，$\begin{cases} AB = DB \\ \angle 1 = \angle 2 \\ AF = DG \end{cases}$

∴△*ABF*≌△*DBG*，
∴*BF*＝*BG*，∠*ABF*＝∠*DBG*，
∵∠*DBA*＝90°，∴∠*GBF*＝90°，
∴△*GBF* 是等腰直角三角形，
∴∠*DFB*＝45°；
（2）补全图 2，如图 4；*FC*－*FE*＝$\sqrt{2}$ *FB*.
证明：如图，在 *CF* 上截取 *CG*=*EF*，连接 *BG*，

在△*BCG* 和△*BFE* 中，$\begin{cases} BC = BE \\ \angle C = \angle E \\ CG = EF \end{cases}$

∴△*BCG*≌△*BFE*，∴*BF*＝*BG*，∠*CBG*＝∠*EBF*,

∵ $\angle ABC=90°$，∴ $\angle GBF=90°$，

∴△GBF 是等腰直角三角形，

∴ $FG=\sqrt{2}FB$，

∴ $FC-FE=FC-CG=FG=\sqrt{2}FB$.

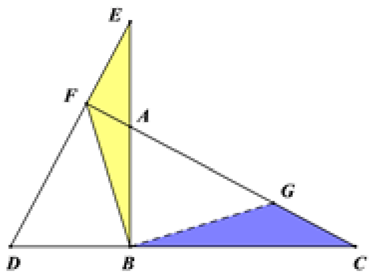


图4

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质、旋转的性质与作图、等腰直角三角形的判定和性质以及四点共圆等知识，正确作出辅助线、熟练掌握全等三角形的判定和性质是解题的关键.