

2018—2019 学年度第一学期初三年级数学练习 3

命题人:王宇 审题人:孙芳、王同荣



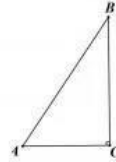
考生须知	1. 本试卷共 8 页, 共三道大题, 28 道小题, 满分 100 分, 考试时间 100 分钟。 2. 在试和答题卡上认真填写学校名称、名和准考证号。 3. 试题答案一律涂或书写在答题卡上, 在试上作答无效。 4. 在答题卡, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束, 请将答题卡和草稿纸一并交回。
------	---

一、选择题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

第 1—8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

1. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=4$, $AB=5$, 则 $\sin A$ 的值为()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{3}{4}$

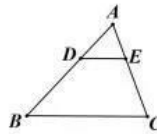


2. 二次函数 $y=(x-5)^2+7$ 的最小值是()

- A. 7 B. -7 C. 5 D. -5

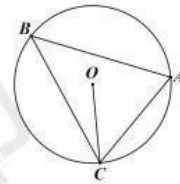
3. 如图, $DE \parallel BC$, $AD:DB=2:3$, $EC=6$, 则 AE 的长是()

- A. 3 B. 4 C. 6 D. 10



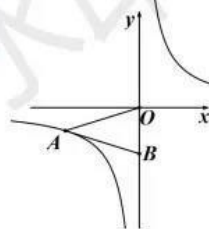
4. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle ACO=45^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为()

- A. 30° B. 35° C. 40° D. 45°



5. 如图, 点 A 在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 上, B 在 y 轴上, 且 $AO=AB$, 若 $\triangle ABO$ 的面积为 6, 则 k 的值为()

- A. 6 B. -6 C. 12 D. -12



6. 北京教育资源丰富, 高校林立, 下面四个高校校主题图案中, 既不是中心对称图形, 也不是轴对称图形的是()



北京林业大学
A



北京体育大学
B



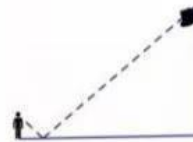
北京大学
C



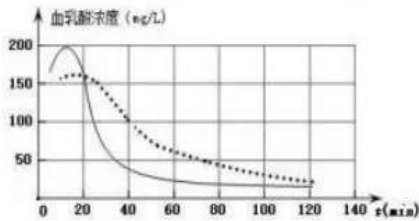
中国人民大学
D

7. 如图, 小明在地面上放了一个平面镜, 选择合适的位, 刚好在平面镜中看到旗杆的顶部, 此时小明与平面镜的水平距离为 2 米, 旗杆底部与平面镜的水平距离为 12 米, 若小明的眼睛与地面的距离为 1.5 米, 则旗杆的高度为()

- A. 9 B. 12 C. 14 D. 18



8. 根据研究, 人体内血乳酸浓度升高是运动后感觉疲劳的重要原因, 运动员未运动时, 体内血乳酸浓度水平通常在 40mg/L 以下, 如果血乳酸浓度降到 50mg/L 以下, 运动员就基本消除了疲劳, 体育科研工作者根据实验数据绘制了一幅图像, 它反映了运动员进行高强度运动后, 体内血乳酸浓度随时间变化而变化的函数关系



图中实线表示采用慢跑活动方式放松时血酸浓度的变化情况, 虚线表示采用静坐方式休息时血乳酸浓度的变化情况

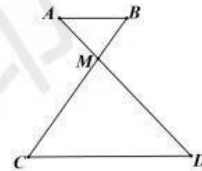
下列叙述正确的是()

- A. 运动后 40min 时, 采用慢跑活动方式放松时的解乳酸浓度比采用静坐方式休息时的血乳酸浓度高;
- B. 运动员高强度运动后, 最高血乳酸浓度大约为 250mg/L ;
- C. 采用慢跑活动方式放松时, 运动员必须慢跑 70min 后才能基本消除疲劳;
- D. 运动员进行完剧烈运动, 为了更快达到消除疲劳的效果, 应该采用慢跑活动方式来放松.

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 若 $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则锐角 $\angle A$ 的度数为_____

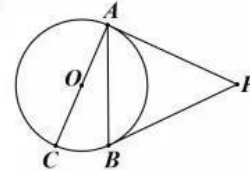
10. 如图, $AB \parallel CD$, $AB = \frac{1}{3}CD$, 线段 AD 与 BC 交于点 M , $\triangle AMB$ 的周长为 2, 则 $\triangle CMD$ 的周长为_____



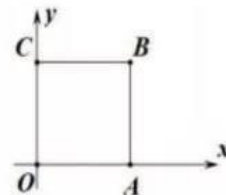
11. 已知点 $P(-4, y_1)$ 和 $Q(-1, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图像上, 则 y_1 与 y_2 的大小关系为 y_1 _____ y_2 (填“>”, “<”或“=”)

12. 将抛物线 $y = x^2$, 沿 x 轴向左平移 1 个单位后, 得到的抛物线的解析式是_____

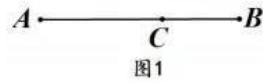
13. 如图, PA , PB 是 $\odot O$ 的两条切线, AC 是 $\odot O$ 的直径, $\angle P = 50^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的度数是_____



14. 如图, 边长为 3 的正方形 $OABC$ 的顶点 A , C 分别在 x 轴和 y 轴的正半轴上, 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像与正方形 $OABC$ 的边有公共点, 则 k 的取值范围是_____



15.如图1, 在线段 AB 上找一点 C , C 把 AB 分为 AC 和 CB 两段, 其中 BC 是较小的一段, 如果 $\frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC}$, 那么线段 AB 被点 C 黄金分割, 黄金分割经常被应用于建筑学等领域.



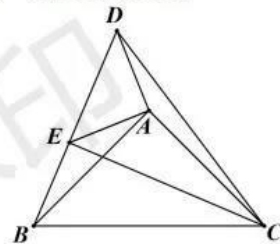
如图2, 在“附中学子故宫行”活动中, 同学们沿着紫禁城的中轴线, 从内金水桥走到了太和殿, 领略了古代建筑的美轮美奂, 太和门位于太和殿于内金水桥之间靠近内金水桥的一侧, 三个建筑的位置关系满足黄金分割, 已知太和殿到内金水桥的距离约为, 100 丈, 设太和门到太和殿之间的距离为 x 丈, 要求 x , 则可列方程为 _____



16.如图, 点 E 在 $\triangle DBC$ 的边 DB 上, 点 A 在 $\triangle DBC$ 内部, $\angle DAE = \angle BAC = 90^\circ$, $AD = AE$, $AB = AC$. 给出如下结论:

- ① $BD \perp CE$;
- ② $\angle DCB - \angle ABD = 45^\circ$
- ③ $CE - BE = \sqrt{2} AD$
- ④ $BE^2 + CD^2 = 2(AD^2 + AB^2)$

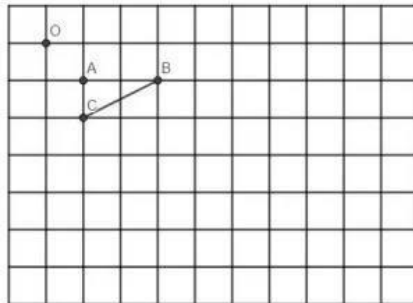
其中正确的结论是 _____ (填序号)



三、解答题(本题共 68 分, 算 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 7 分)

17.计算: $\sqrt{3} \tan 60^\circ - 4 \sin 30^\circ \cos 45^\circ$

18. 如图, 在由边长为 1 个单位的长度的小正方形组成的网格图中, 已知点 O 及 $\triangle ABC$ 的顶点均为网格线的交点

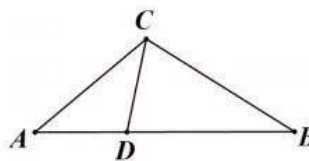


(1)在给定网格中, 以 O 为位似中心, 将 $\triangle ABC$ 放大为原来的 3 倍, 得到 $\triangle A'B'C'$, 请画出 $\triangle A'B'C'$

(2) $B'C'$ 的长度为 _____ 单位长度, $\triangle A'B'C'$ 的面积为 _____ 平方单位.

19.如图, $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 AB 上, $\angle ACD = \angle ABC$

- (1)求证: $\triangle ACD \sim \triangle ABC$
(2)若 $AD=2$, $AB=6$, 求 AC 的长



20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根

- (1)求 m 的取范围;
(2)若 m 是满足条件的最大整数, 求方程的根.

21. 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x=2$, 且其顶点在直线 $y = -2x + 2$ 上

- (1)直接写出抛物线的顶点坐标;
(2)求抛物线的解析式.

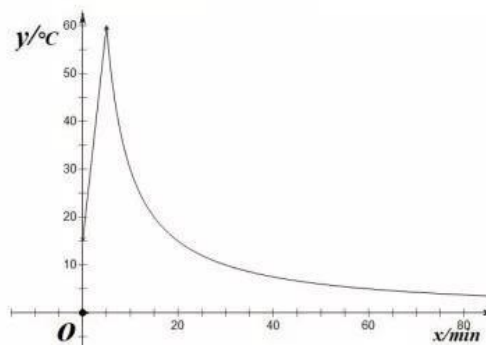
22.工厂对某种新型材料进行加工, 首先要将其加热, 使这种材料保持在一定温度范围内方可加工, 如图是在这种材料的加工过程中, 该材料的温度 $y(^{\circ}\text{C})$ 随时间 $x(\text{min})$ 变化的函数图像, 已知该材料, 初始温度为 15°C , 在温度上升阶段, y 与 x 成一次函数关系, 在第 5 分钟温度达到 60°C 后停止加热, 在温度下降阶段, y 与 x 成反比例关系.

(1)写出该材料温度上升和下降阶段, y 与 x 的函数关系式:

①上升阶段: 当 $0 \leq x \leq 5$ 时, $y =$ _____

②下降阶段: 当 $x > 5$ 时, $y =$ _____

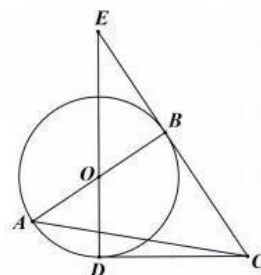
(2)根据工艺要求, 当材料的温度不低于 30°C , 可以进行产品加工, 请在图中所示的温度变化过程中, 可以进行加工多长时间?



第 4 页 共 8 页

23.如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 过点 B 作 $\odot O$ 的切线 BC , 点 D 为 $\odot O$ 上一点, 且 $CD=CB$, 连接 DO 并延长交 CB 的延长线于点 E .

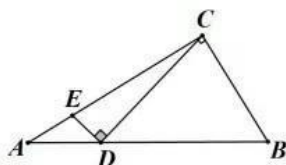
- (1) 求证: CD 是 $\odot O$ 切线;
- (2) 连接 AC , 若 $BE=4$, $DE=8$, 求线段 AC 的长.



24.在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图像过点 $A(6, 1)$.

- (1) 求反比例函数的表达式;
- (2) 过点 A 的直线与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图像的另一个交点为 B , 与 y 轴交于点 P .
 - ① 若点 P 为原点, 直接写出点 B 的坐标;
 - ② 若 $PA=2PB$, 求点 P 的坐标.

25.如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 点 D 为 AB 边上的动点(点 D 不与点 A , 点 B 重合), 过点 D 作 $ED \perp CD$ 交直线 AC 于点 E , 已知 $\angle A=30^\circ$, $AB=4cm$ 在点 D 由点 A 到点 B 运动的过程中, 设 $AD=xcm$, $AE=y$ (规定 $x=0$ 时, $y=0$)
小琴同学根据学习函数的经验, 对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了研究



下面是她的探究过程, 请补充完整:

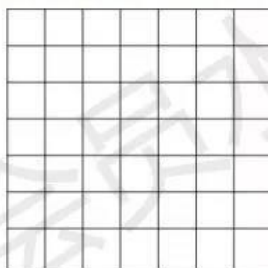
(1)根据图形分析, x 的取值范围是_____

(2)通过取点, 画图测量, 得到了 x 与 y 的几组值, 如下表:

x/cm	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{7}{2}$...
y/cm	0.0	0.4	0.8	1.0		1.0	0.0	4.0	...

说明:补全表格是相关数值, 保留一位小数

(3)建立直角坐标系, 描出以补全后的表中各对应值为坐标的点, 画出该函数的图像.



(4)结合画出的函数图像解决问题:当 $AE = \frac{1}{2}AD$, AD 的长度约为_____ cm .

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 3 (a \neq 0)$ 的顶点 A 在第一象限, 它的对称轴与 x 轴交于点 B ,

$\triangle AOB$ 为等腰直角三角形.

(1) 写出抛物线的对称轴为直线_____;

(2) 写出抛物线的解析式;

(3) 垂直于 y 轴的直线 l 与该抛物线交于点 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$, 其中 $x_1 < x_2$, 直线 l 与函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 的图像交于点 $R(x_3, y_3)$, 若 $\frac{PR}{QR} \geq 1$, 求 $x_1 + x_2 + x_3$ 的取值范围.

27. 如图, $\angle MON = \alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$, A 为 OM 上一点 (不与 O 重合), 点 A 关于直线 ON 的对称点为 B , AB 与 ON 交于点 C , P 为直线 ON 上一点 (不与 O, C 重合), 将射线 PB 绕点 P 顺时针旋转 β 角, 其中 $2\alpha + \beta = 180^\circ$, 所得到的射线与直线 OM 交于点 Q .

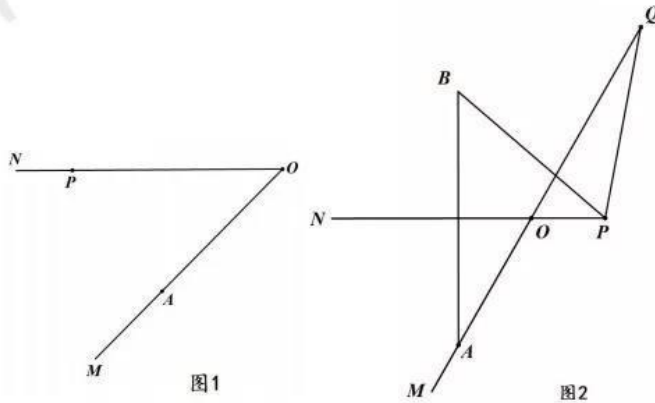
这个问题中, 点 P 的位置和 α 的大小都不确定, 在这里我们仅研究两种特殊情况, 更一般的情况留给同学们深入思考.

(1) 如图 1, 当 $\alpha = 45^\circ$ 时, 此时 $\beta = 90^\circ$, 若点 P 在线段 OC 的延长线上

① 依题意补全图形;

② 求 $\angle PQA - \angle PBA$ 的值.

(2) 如图 2, 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, 点 P 在线段 CO 的延长线上时, 用等式表示线段 OC, OP, AQ 之间的数量关系, 并证明.



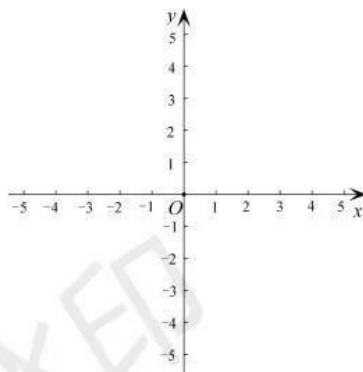
28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的 $\odot C$ 和点 P ，给出如下定义：若在 $\odot C$ 上存在一点 Q ，使得 $\triangle PCQ$ 是以 CQ 为底边的等腰三角形且底角 $\angle PCQ \leq 60^\circ$ ，则称点 P 为 $\odot C$ 的“邻等点”。

(1) 当 $\odot O$ 的半径为 2 时

① 在点 $P_1(-2, 0)$ ， $P_2(1, -1)$ ， $P_3(0, 3)$ 中， $\odot O$ 的“邻等点”是_____；

② 点 P 在直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上，若 P 为 $\odot O$ 的“邻等点”，求点 P 的横坐标 x_P 的取值范围。

(2) $\odot C$ 的圆心在 x 轴上，半径为 4，直线 $y=2x+4$ 与 x 轴， y 轴分别交于点 A ， B ，若线段 AB 上的点都是 $\odot C$ 的“邻等点”，直接写出圆心 C 的横坐标 t 的取值范围。



2018-2019 学年度第一学期初三年级数学练习 3
参考答案及评分标准

一、选择题（每小题 2 分，共 16 分）

1	2	3	4	5	6	7	8
C	A	B	D	A	D	A	D

二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

9. 45° ;

10. 6;

11. $>$

12. $y=(x+1)^2$ ，或写成 $y=x^2+2x+1$;

13. 25° ;

14. $0 < k \leq 9$; (回答出 $k \leq 9$ ，或者回答出 $k > 0$ ，或者是写对两端点的，给 1 分)

15. $\frac{x}{100} = \frac{100-x}{x}$ ，或写成 $x^2 = 100(100-x)$;

16. ①③④. (有错不给分，仅写对 1-2 个给 1 分)

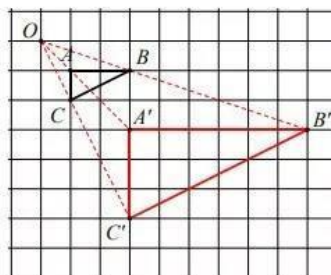
三、解答题（共 68 分，过程与标准答案不同，但合理，即可给分）

17. 解：原式 = $\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$ 3 分（每个三角函数值 1 分）
= $3 - \sqrt{2}$ 5 分（两个乘积各 1 分）

18. (1) 如图所示：..... 3 分
(描点 1 分，连线 1 分，标对应字母 1 分
因有网格，图中虚线可以不画)

(2) $3\sqrt{5}$; 4 分

9; 5 分



第 1 页

19. (1) 证明:

$\because \angle ACD = \angle ABC, \angle A = \angle A,$ 1分

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC$ 2分

(2) 解:

$\because \triangle ACD \sim \triangle ABC$

$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$ 4分

$\because AB = 6, AD = 2,$

$\therefore AC = 2\sqrt{3}.$ 5分

20. (1) 解:

$\because \Delta = (2m-1)^2 - 4(m^2-1) = -4m+5 > 0,$ 1分

解得: $m < \frac{5}{4}.$ 2分

注: 判别式列对即给1分.

(2) 解:

由题意: $m = 1,$ 3分

方程为: $x^2 + x = 0,$

解得: $x_1 = 0, x_2 = -1.$ 5分

21. (1) (2, -2) 2分

(2) 解法1:

抛物线对称轴为 $x = 2,$ 故 $-\frac{b}{2} = 2$ ① 3分

抛物线过点 (2, -2), 故 $4 + 2b + c = -2$ ② 4分

解得: $b = -4, c = 2,$

故抛物线解析式为 $y = x^2 - 4x + 2.$ 5分

解法2:

抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的顶点为 (2, -2), 且 $a = 1,$

由顶点式得 $y = (x-2)^2 + 2.$ 5分

22. (1) $y = 9x + 15$; 1分

$y = \frac{300}{x}$; 2分

(2) 解: 令 $y = 30$,

当 $0 \leq x \leq 5$ 时, $9x + 15 = 30$, $x = \frac{5}{3}$, 3分

当 $x > 5$ 时, $\frac{300}{x} = 30$, $x = 10$, 4分

由图象, 可加工时间为: $10 - \frac{5}{3} = \frac{25}{3}$ (分) 5分

答: 可以进行加工的时间为 $\frac{25}{3}$ 分.

23. (1) 证明: 连接 OC , 在 $\odot O$ 中,

$\because BC$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle OBC = \angle OBE = 90^\circ$, 1分

$\because OB = OD$, $OC = OC$, 由已知 $BC = CD$,

$\therefore \triangle CBO \cong \triangle CDO$, 2分

$\therefore \angle CDO = \angle OBC = 90^\circ$,

\therefore 半径 $OD \perp CD$,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线. 3分

(2) 解: 设 $CB = CD = x$,

$\because BE = 4$, $DE = 8$,

$\therefore CE = CB + BE = 4 + x$,

\because 在 $Rt\triangle CDE$ 中, $CD^2 + DE^2 = CE^2$,

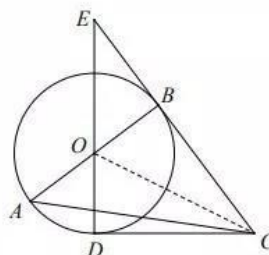
$\therefore x^2 + 8^2 = (4 + x)^2$,

解得: $x = 6$, 4分

$\because \angle E = \angle E$, $\angle EBO = \angle EDC = 90^\circ$,

$\therefore \triangle EBO \sim \triangle EDC$,

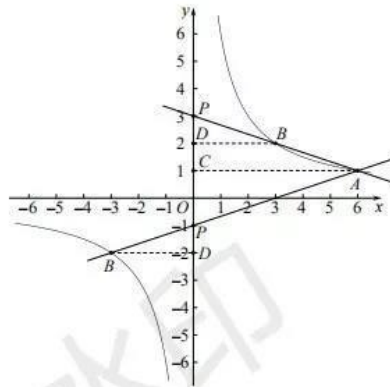
$\therefore \frac{BO}{DC} = \frac{EB}{ED} = \frac{1}{2}$,



$\therefore OB = 3,$ 5分
 $\therefore AB = 2OB = 6,$
 $\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 6\sqrt{2}.$ 6分

24. (1) 解:

\therefore 函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象过点 $A(6, 1),$
 $\therefore m = 6 \times 1 = 6,$ 1分
 \therefore 反比例函数为 $y = \frac{6}{x}.$ 2分



(2) ① $(-6, -1)$ 3分

② 如图所示, 有两种情况:

1°, 点 B 在第一象限,

作 $AC \perp y$ 轴于 $C, BD \perp y$ 轴于 $D,$

所以 $AC \parallel BD,$ 故 $\triangle PAC \sim \triangle PBD,$ 得 $\frac{AC}{BD} = \frac{PA}{PB} = 2,$

由 $A(6, 1), AC=6,$ 可得 $BD=3,$ 即 B 点横标为 $3,$ 4分

点 B 在双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 上, 故点 B 为 $(3, 2),$ 直线 AB 解析式为 $y = -\frac{1}{3}x + 3,$

得 P 点为 $(0, 3);$ 5分

2°, 点 B 在第三象限,

同法可得 $\triangle PAC \sim \triangle PBD,$ 进而 $\frac{AC}{BD} = \frac{PA}{PB} = 2, BD=3,$

此时 B 点横标为 $-3, B(-3, -2),$ 直线 AB 解析式为 $y = \frac{1}{3}x - 1,$

得 P 点为 $(0, -1);$

综上所述, 点 P 的坐标为 $(0, 3)$ 或 $(0, -1).$ 6分

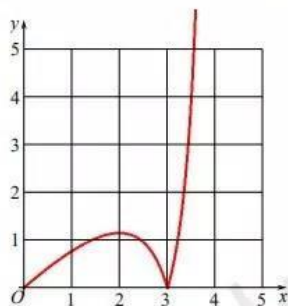
注: 两个点坐标各 1 分, 解题思路基本完整正确 1 分, 若写成两个 B 点坐标且正确, 只扣 1 分.

25. (1) $0 \leq x < 4$ 1分

(注: 写 $0 < x < 4$ 也给分, 在 $x=0$ 时规定 $y=0$ 属于对函数的补充定义, 与问题中的模型本身不矛盾)

(2) 1.2 (写 1.1 也可以, 其他不给分) 2分

(3) 如下图所示 4分



注: 正确建立坐标系 1分, 描点连线正确 1分;
建立坐标系过于不规范的, 扣 1分;
 $x=4$ 是渐近线, 图象不能与渐近线有交点, 否则扣 1分;

(2) 2.2 或 3.3 6分

注: 每个值 1分, 答案在 ± 0.1 范围均可, 其余不给分.

26. (1) $x=1$ 1分

(2) 解:

抛物线对称轴 $x=1$ 与 x 轴交于点 $B(1, 0)$,

由顶点 A 满足 $\angle OBA=90^\circ$, $\triangle AOB$ 为等腰三角形,

故 $OA=OB=1$,

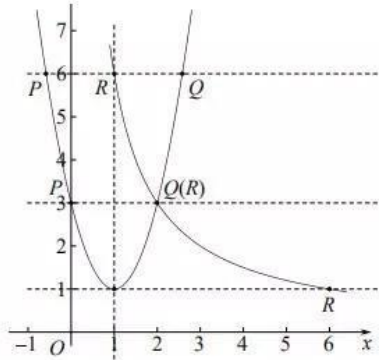
由 A 在第一象限, 得 $A(1, 1)$, 2分

代入抛物线解析式得 $a-2a+3=1$,

解得: $a=2$,

故抛物线解析式为 $y=2x^2-4x+3$ 3分

(3) 如图, 注意到 P, Q 两点关于 $x=1$ 对称, 故临界位置有三个:



- ① 直线 $x=1$ 与双曲线交于点 $R(1, 6)$, 此时 $x_3=1, PR=QR$, 直线 l 为 $y=6$,
- ② 直线 l 恰好过抛物线顶点 $(1, 1)$, 此时 $x_3=6$, 直线 l 为 $y=1$ 抛物线只有一个公共点,
- ③ 抛物线过点 $(0, 3)$, 关于 $x=1$ 的对称点为 $(2, 3)$, 这个点恰为抛物线与双曲线的交点, 此时 $x_3=2$, 点 Q 与点 R 重合, $QR=0$, 直线 l 为 $y=1$,

由题意, 抛物线与直线 l 有两个公共点, 且 $\frac{PR}{QR} \geq 1$, 因此直线 l 应在 $y=1$ 和 $y=6$ 之间 (包含 $y=6$, 不包含 $y=1$), 但要去掉 $y=3$ 的情况. 此时 $1 \leq x_3 < 6$ 且 $x_3 \neq 2$ 4分

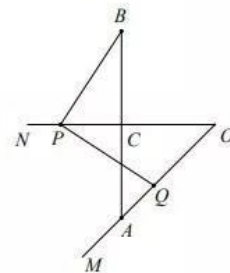
又由 P, Q 关于 $x=1$ 对称, $x_1+x_2=2$,

因此: $3 \leq x_1+x_2+x_3 < 8$ 且 $x_1+x_2+x_3 \neq 4$ 6分

注: 有较完整的解答思路 (画出较好的示意图后简要表述也可) 1分,

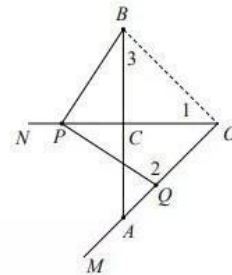
答案完全正确 2分, 若写对两个临界值, 或者答对 1 个临界值且不等号正确, 给 1分.

27. (1) 补全图形, 如图所示, 1分



(2) 连接 BO ,

$\because A, B$ 关于直线 ON 对称,
 $\therefore \angle 1 = \angle AOP = \alpha = 45^\circ$,
 $\therefore \angle AOB = \angle AOP + \angle 1 = 90^\circ$,
 由旋转, $\angle BPQ = \beta = 90^\circ$,
 $\therefore \angle PBO + \angle 2 = 360^\circ - \angle BPQ - \angle AOB = 180^\circ$,
 $\therefore \angle PQA + \angle 2 = 180^\circ$,
 $\therefore \angle PQA = \angle PBO$,
 $\therefore \angle PQA - \angle PBA = \angle PBO - \angle PBA = \angle 3$,
 \therefore 由对称, $ON \perp AB$ 于 C , $\angle OCB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle PQA - \angle PBA = \angle 3 = 90^\circ - \angle 1 = 45^\circ$ 3 分

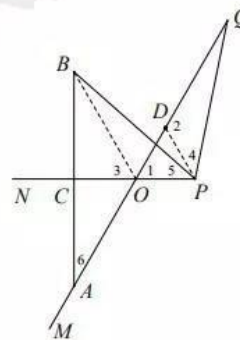


(3) $AQ = OP + 4OC$; 4 分

证明如下:

连接 OB , 在 OQ 上取点 D , 使 $OD = OP$, 连接 PD ,

$\because \angle OMN = \alpha = 60^\circ$,
 $\therefore \angle 1 = \angle MON = 60^\circ$,
 $\therefore OP = OD$,
 $\therefore \triangle POD$ 为等边三角形, 5 分
 $\therefore \angle PDO = \angle DPO = 60^\circ$, $OP = PD$ ①,
 $\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle PDO = 120^\circ$,
 $\therefore A, B$ 关于 ON 对称,
 $\therefore \angle 3 = \angle MON = 60^\circ$, $AO = BO$,
 $\therefore \angle POB = 180^\circ - \angle 3 = 120^\circ = \angle 2$ ②,
 \therefore 由旋转, $\angle BPQ = 60^\circ$,
 $\therefore \angle 4 + \angle BPD = 60^\circ$,
 $\therefore \angle 5 + \angle BPD = \angle OPD = 60^\circ$,
 $\therefore \angle 4 = \angle 5$ ③,
 \therefore 由①②③, 可得 $\triangle POB \cong \triangle PDQ$,
 $\therefore QD = OB$, 6 分



∵ 由对称, OC 垂直平分 AB ,
 ∴ $\angle OCA=90^\circ$, $OA=OB=OD$,
 ∴ $\angle 6=90^\circ-\angle MON=30^\circ$,
 ∴ 在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中, $AO=2OC$, 即 $DQ=2OC$,
 ∴ $OP=OD$,
 ∴ $AQ=AO+OD+DQ=OP+4OC$ 7 分

28. (1) ① P_1, P_2 , 2 分 (每个 1 分, 有错不给分)

② 如图所示, $\odot O$ 的所有“邻等点”所组成的区域为以 O 为圆心, 半径分别为 1 和 2 的圆之间的圆环区域(包含半径为 2 的圆, 但不包含半径为 1 的圆),

设直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 与该区域边界交于 P_1, P_2, P_3, P_4 四点,

作 $PQ_1 \perp x$ 轴于 Q_1 , $OP_1=2$, $\angle POQ_1=30^\circ$,

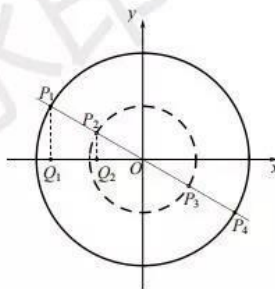
∴ $OQ_1=OP_1 \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3}$, 3 分

∴ P_1 的横坐标为 $-\sqrt{3}$,

同理, P_2, P_3, P_4 的横坐标分别为 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{3}$,

由题意, $-\sqrt{3} \leq x_p < -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{2} < x_p \leq \sqrt{3}$ 4 分



(2) $-2\sqrt{3} \leq t < -3$ 或 $\sqrt{5}-1 < t \leq 3$ 7 分

注: 回答全部正确, 给 3 分;

给 1 分的情况: ① 写对 2 个临界点但符号不全对,

② 仅写对 1 个临界点, 同时符号正确;

给 2 分的情况: ① 写对 2 个临界点, 同时符号都正确,

② 写对 3 个临界点但符号有部分对;

③ 写对全部 4 个临界点, 但没有全对



微信扫一扫, 快速关注