2022 北京铁路二中初二（下）期中

数　　学

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1．下列二次根式中，最简二次根式是（　　）

A．$\sqrt{20}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{\frac{1}{2}}$　　D．$\sqrt{0.2}$

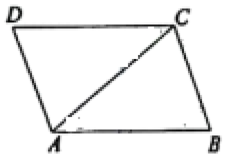
2．以下列各组数为边长，可以构成直角三角形的是（　　）

A．5，12，13　　B．1，1，$\sqrt{3}$　　C．3，3，3　　D．4，5，6

3．下列计算正确的是（　　）

A．$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　B．$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$　　C．$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$　　D．$\sqrt{10}\div\sqrt{5}=2$

4．如图，在▱*ABCD* 中，*AB*＝*AC*，∠*CAB*＝40°，则∠*D* 的度数是（　　）



A．40°　　B．50°　　C．60°　　D．70°

5．一个菱形的两条对角线的长度分别是 6*cm* 和 8*cm*，这个菱形的面积是（　　）

A．$12cm^2$　　B．$14cm^2$　　C．$24cm^2$　　D．$48cm^2$

6．若$\sqrt{(a-1)^2}=1-a$，则 *a* 的取值范围是（　　）

A．$a\leqslant1$　　B．$a<1$　　C．$a\geqslant1$　　D．$a>1$

7．下列结论中，错误的有（　　）

①在 Rt△*ABC* 中，已知两边长分别为 3 和 4，则第三边的长为 5；

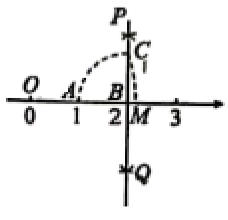
②△*ABC* 的三边长分别为 *AB*，*BC*，*AC*，若 $BC^2+AC^2=AB^2$，则∠*A*＝90°；

③在△*ABC* 中，若∠*A*：∠*B*：∠*C*＝1：5：6，则△*ABC* 是直角三角形；

④若三角形的三边长之比为 3：4：5，则该三角形是直角三角形；

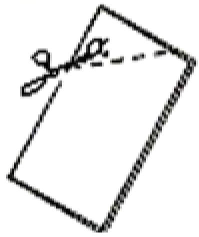
A．0 个　　B．1 个　　C．2 个　　D．3 个

8．如图，数轴上点 *A*，*B* 分别对应 1，2，过点 *B* 作 *PQ*⊥*AB*，以点 *B* 为圆心，*AB* 长为半径画弧，交 *PO* 于点 *C*，以原点 *O* 为圆心，*OC* 长为半径画弧，交数轴于点 *M*，则点 *M* 对应的数是（　　）



A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\sqrt{6}$　　D．$\sqrt{7}$

9．如图，把一个长方形的纸片对折两次，然后剪下一个角，为了得到一个锐角为 60°的菱形，剪口与折痕所成的角 α 的度数应为（　　）



A．15°或 30°　　B．30°或 45°　　C．45°或 60°　　D．30°或 60°

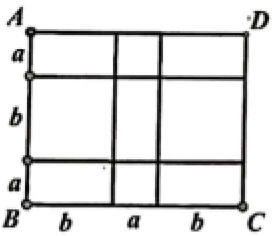
10．如图，已知长方形 $ABCD$ 可以按图示方式分成九部分，在 a，b 变化的过程中，下面说法正确的是（　　）

①图中存在三部分的周长之和恰好等于长方形 $ABCD$ 的周长；

②长方形 $ABCD$ 的长宽之比可能是 2；

③当长方形 $ABCD$ 为正方形时，九部分都为正方形；

④当长方形 $ABCD$ 的周长为 60 时，它的面积可能为 200．



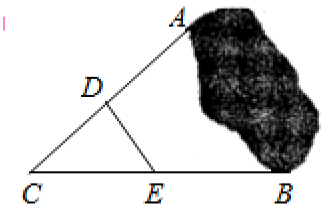
A．0②　　B．①③　　C．②③④　　D．①③④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

11．若二次根式$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是 ______．

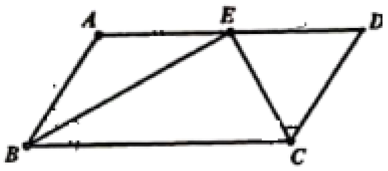
12．若 $x=\sqrt{2}-1$，则 $x^2+2x+1=$______．

13．如图，A，B 两点被池塘隔开，在 AB 外选一点 C，连接 AC 和 BC．分别取 AC，BC 的中点 D，E，测得 D，E 两点间的距离为 20m，则 A，B 两点间的距离为 ______m．

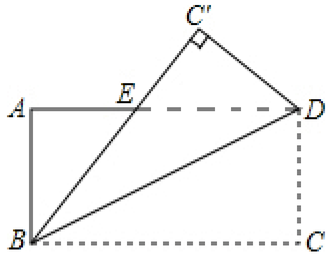


14．在▱$ABCD$ 中，$\angle A=30°$，$AD=4\sqrt{3}$，$BD=4$，则▱$ABCD$ 的面积等于 ______．

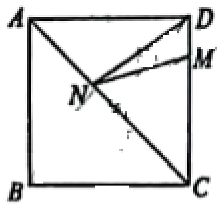
15．如图：在▱$ABCD$ 中，$AB=2$，$\angle ABC$ 的角平分线与$\angle BCD$ 的角平分线交于点 E，若点 E 恰好在边 AD 上，则 BE^2+CE^2 的值为 ______．



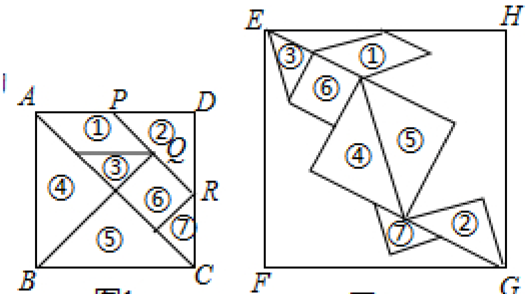
16．如图，把矩形 $ABCD$ 沿直线 BD 向上折叠，使点 C 落在点 C 的位置上，BC 交 AD 于点 E，若 $AB=3$，$BC=6$，则 DE 的长为 ______．



17．如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 8，点 M 在 DC 上且 $DM=2$，N 是 AC 上的一动点，则 $DN+MN$ 的最小值是 ______.



18．七巧板是我国祖先的一项卓越创造，被誉为“东方魔板”．由边长为 $4\sqrt{2}$ 的正方形 $ABCD$ 可以制作一副如图 1 所示的七巧板，现将这副七巧板在正方形 $EFGH$ 内拼成如图 2 所示的“拼搏兔”造型（其中点 Q、R 分别与图 2 中的点 E、G 重合，点 P 在边 EH 上），则“拼搏兔”所在正方形 $EFGH$ 的边长是 ______.



三、解答题（本题共 54 分，第 19 题 10 分，第 20 题 5 分，第 21--23 题各分第 24--26 题各 7 分）

19．计算

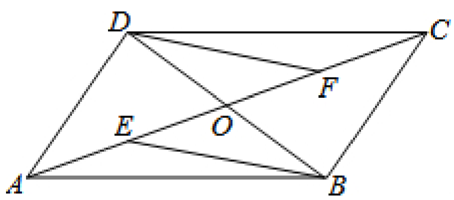
（1）$\sqrt{12}-\sqrt[3]{\frac{1}{3}}+|2-\sqrt{3}|$；

（2）$(\sqrt{80}+\sqrt{40})\div\sqrt{5}$；

（3）$\frac{2}{b}\sqrt{ab^5}\bullet(-\frac{1}{2}\sqrt{a^3b})$（$a>0$，$b>0$）.

20．如图▱$ABCD$ 的对角线 AC、BD 相交于点 O，E．F 分别是 OA．OC 的中点

求证：$BE=DF$.



21．已知：△ABC 为锐角三角形，$AB=AC$.

求作：菱形 $ABDC$．

作法：如图，

①以点 A 为圆心，适当长为半径作弧，交 AC 于点 M 交 AB 于点 N；

②分别以点 M．N 为圆心，大于$\frac{1}{2}MN$的长为半径作弧，两弧在∠CAB 的内部相交于点 E，作射线 AE 与 BC 交于点 O；

③以点 O 为圆心，以 AO 长为半径作弧，与射线 AE 交于点 D，连接 CD，BD；

四边形 $ABDC$ 就是所求作的菱形．

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明：

证明：∵$AB=AC$．AE 平分∠CAB，

∴$CO=$______，

∵$AO=DO$，

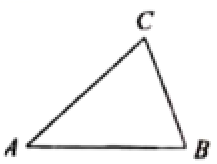
∴四边形 $ABDC$ 是平行四边形（______）

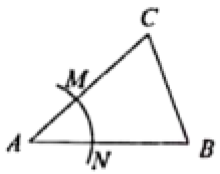
（填推理的依据）．

∵$AB=AC$，

∴四边形 $ABDC$ 是菱形（______）

（填推理的依据）

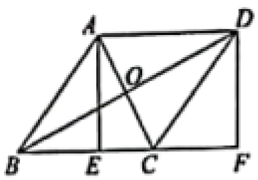




22．如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E，延长 BC 到点 F，使 $CF=BE$，连接 DF．

（1）求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

（2）连接 OE，若 $AD=10$，$EC=4$，求 OE 的长．



23．我国是世界上最早发明历法的国家之一．《周礼》中记载：垒土为圭，立木为表，测日影，正地中，定四时．如图 1，圭是地面上一根水平标尺，指向正北，表是一根垂直于地面的杆．正午，表的日影（即表影）落在圭上，根据表影的长度可以测定节气．

在一次数学活动课上，要制作一个圭表模型．如图 2，地面上放置一根长 2*m* 的杆 *AB*，向正北方向画一条射线 *BC*，在 *BC* 上取点 *D*，测得 *BD*＝1.5*m*，*AD*＝2.5*m*．

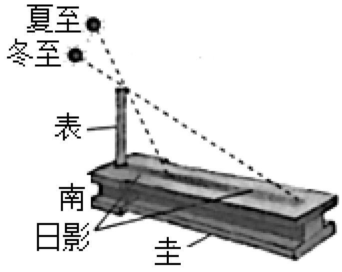


图 1

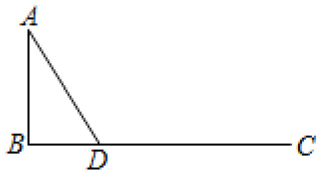


图 2

（1）判断：这个模型中 *AB* 与 *BC* 是否垂直．答：______（填“是”或“否”）；你的理由是：______．

（2）某地部分节气正午时分太阳光线与地面夹角 α 的值，如下表：

节气	夏至	秋分	冬至
太阳光线与地面夹角 α	74°	50°	27°

①记夏至和冬至时表影分别为 *BM* 和 *BN*，利用上表数据，在射线 *BC* 上标出点 *M* 和点 *N* 的位置；

②记秋分时的表影为 *BP*，推测点 *P* 位于 ______．

A．线段 *MN* 中点左侧

B．线段 *MN* 中点处

C．线段 *MN* 中点右侧

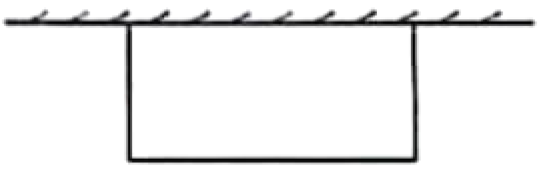
24．（1）用“＝”、“＞”、“＜”填空：

4+3 ______ $2\sqrt{4\times3}$，$1+\frac{1}{6}$______ $2\sqrt{1\times\frac{1}{6}}$，5+5 ______ $2\sqrt{5\times5}$．

（2）由（1）中各式猜想 *m*+*n* 与 $2\sqrt{mn}$（*m*≥0，*n*≥0）的大小，并说明理由．

（3）请利用上述结论解决下面问题：

某园林设计师要对园林的一个区域进行设计改造，将该区域用篱笆围成矩形的花圃．如图所示，花圃恰好可以借用一段墙体，为了围成面积为 200*m*'的花圈，所用的篱笆至少需要 ______*m*．



25．在正方形 *ABCD* 中，点 *E* 在射线 *BC* 上（不与点 *B*、*C* 重合），连接 *DBE*，将 *DE* 绕点 *E* 逆时针旋转 90°得到 *EF*，连接 *BF*．

（1）如图 1，点 *E* 在 *BC* 边上．

①依题意补全图 1；

②若 *AB*＝6，*EC*＝2，求 *BF* 的长；

（2）如图 2，点 *E* 在 *BC* 边的延长线上，用等式表示线段 *BD*，*BE*，*BF* 之间的数量关系，并证明．

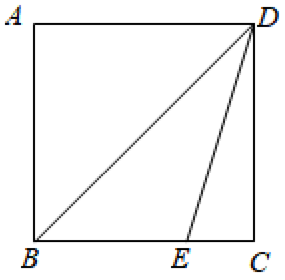


图1

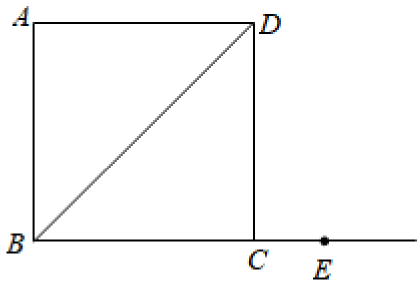


图2

26．在平面直角坐标系：xOy 中，对于两个点 P，Q 和图形 W，如果在图形 W 上存在点 M，N（M，N 可以重合）使得 $PM=QN$，那么称点 P 与点 Q 是图形 W 的一对平衡点．

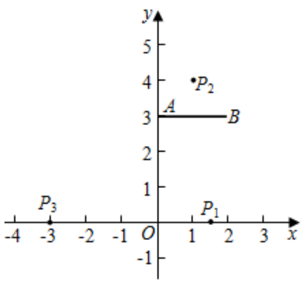


图 1

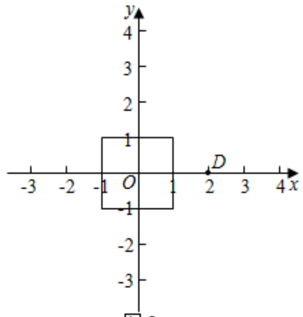


图 2

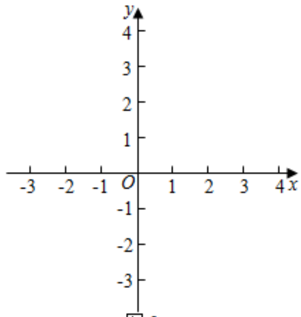


图 3

（1）如图 1，已知点 A（0.3），B（2，3）．

①设点 O 与线段 AB 上一点的距离为 d，则 d 的最小值是 ______，最大值是 ______；

②在 P_1（$\frac{3}{2}$，0），P_2（1，4），P_3（﹣3，0）这三个点中，与点 O 是线段 AB 的一对平衡点的是 ______；

（2）如图 2，已知正方形的边长为 2，一边平行于 x 轴，对角线的交点为点 O，点 D 的坐标为（2，0）．若点 E（x，2）在第一象限，且点 D 与点 E 是正方形的一对平衡点，求 x 的取值范围；

（3）已知点 F（﹣2，0），G（0，2），某正方形对角线的交点为坐标原点，边长为 a（$a\leqslant 2$）．若线段 FG 上的任意两个点都是此正方形的一对平衡点，直接写出 a 的取值范围．

四、附加题（本卷共 10 分，第 1 题 3 分，第 2 题 7 分）

27．斐波那契（约 1170﹣1250）是意大利数学家，他研究了一列数，这列数非常奇妙，被称为斐波那契数列（按照一定顺序排列着的一列数称为数列）．后来人们在研究它的过程中，发现了许多意想不到的结果，在实际生活中，很多花朵（如梅花、飞燕草、万寿菊等）的瓣数恰是斐波那契数列中的数．斐波那契数列还有很多有趣的性质，在实际生活中也有广泛的应用．

斐波那契数列中的第 n 个数可以用$\frac{1}{\sqrt{5}}[(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n-(\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n]$表示（其中，$n\geqslant 1$）．这是用无理数表示有理数的一个范例．

任务：请根据以上材料，通过计算求出斐波那契数列中的第 1 个数和第 2 个数．第 1 个数是 ______；第 2 个数是 ______．

斐波那契

28．如图，等腰 Rt△*ABC* 中，∠*BAC*＝90°，*AB*＝*AC*，点 *P* 为射线 *BC* 上一动点（不与 *B*，*C* 重合），以点 *P* 为中心，将线段 *PC* 逆时针旋转 α 角，得到线段 *PQ*，连接 *AP*、*BQ*，*M* 为线段 *BQ* 的中点．

（1）若点 *P* 在线段 *BC* 上，且 *M* 恰好也为 *AP* 的中点，

①依题意在图 1 中画出图形；

②写出此时 α 的值和$\frac{BP}{PC}$的值．

（2）写出一个 α 的值，使得对于任意线段 *BC* 延长线上的点 *P*，总有$\frac{AP}{PM}$的值为定值，并证明．

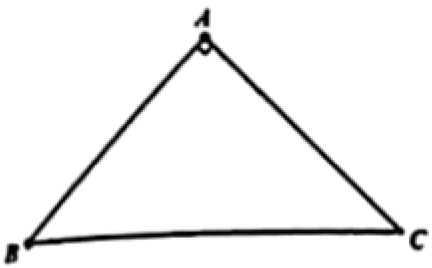
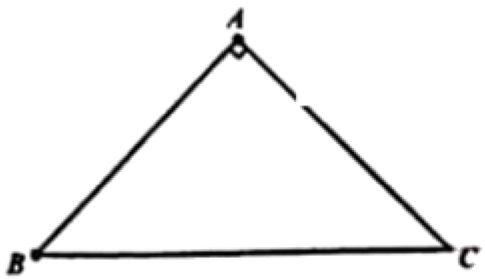


图 1



备用图