

2022—2023 学年度第一学期 10 月练习题

年级：高一 科目：数学

考试时间 90 分钟，满分 150 分



题号	一	二	15	16	17	18	19	总分
得分								

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

- 使不等式 $x^2 - x - 6 < 0$ 成立的一个充分不必要条件是()
 A. $-2 < x < 0$ B. $-3 < x < 2$ C. $-2 < x < 5$ D. $-2 < x < 4$
- 若 a, b, c 是三角形的三个边长，则 $(a-b)^2 - c^2$ 的值是()
 A. 整数 B. 负数 C. 零 D. 不确定
- 设 $a+b < 0$ ，且 $a > 0$ ，则()
 A. $a^2 < -ab < b^2$ B. $b^2 < -ab < a^2$ C. $a^2 < b^2 < -ab$ D. $ab < b^2 < a^2$
- 已知 $a, b \in \mathbb{R}$ ，则“ $ab > 0$ ”是“ $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$ ”的()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 已知命题 $p: \exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 + 2x_0 + a \leq 0$ 是假命题，则实数 a 的取值范围是()
 A. $(-\infty, 1]$ B. $[1, +\infty)$ C. $(-\infty, 1)_{a=b^2-2bc}$ D. $(1, +\infty)$
- 若 $-\frac{1}{2} < \alpha < \beta < \frac{1}{2}$ ，则 $\alpha - \beta$ 的取值范围是()
 A. $(-1, 1)$ B. $(0, 1)$ C. $(-1, 0)$ D. $\{0\}$

已知不等式 $x^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $\{x | x > 2 \text{ 或 } x < 1\}$ ，则不等式 $cx^2 + bx + 1 \leq 0$ 的解集为)

A. $(\frac{1}{2}, 1)$

B. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$

C. $(-\infty, \frac{1}{2}] \cup [1, +\infty)$

D. $[\frac{1}{2}, 1]$



8. 甲、乙两人同时从寝室到教室，甲一半路程步行，一半路程跑步，乙一半时间步行，一半时间跑步，如果两人步行速度、跑步速度均相同，则先到教室的是()

A. 甲

B. 乙

C. 同时到达

D. 无法判断

二、填空题 (共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分)

9. 设 $A = \{x | x^2 - 8x + 15 = 0\}$ ， $B = \{x | ax - 1 = 0\}$ ，若 $B \subseteq A$ ，则实数 a 组成的集合 $C =$ _____

10. 某工厂引进一批生产设备，根据市场分析，每台设备可获得的总利润 y (单位：万元) 与该设备运行时间 (单位：年) 的关系为 $y = -x^2 + 16x - 9 (x \in \mathbb{N}^+)$ ，则当每台设备运转 _____ 年时，年平均利润最大，最大值是 _____ 万元。

11. 关于 x 的不等式 $\frac{x+1}{x+a} < 0$ 的解集为 P ，若 $1 \notin P$ ，则实数 a 的取值范围为 _____

12. 已知关于 x 的一元二次不等式 $x^2 - 2ax - 8a^2 < 0$ 的解集为 $[-4, 3]$ 的子集，则实数 a 的取值范围是 _____。

13. 若 $x > 0, y > 0, x + y = 5$ ，则 $\frac{4}{x+1} + \frac{4}{y+1}$ 的最小值为 _____。

14. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + m + 4 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 ，若 x_1, x_2 满足

$$3x_1 = |x_2| + 2, \text{ 则实数 } m \text{ 的值为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、解答题（共 5 题，共 80 分）

15. （10 分）求下列方程组的解集。

$$(1) \begin{cases} x + 3y + 2z = 2 \\ 3x + 2y - 4z = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 + x - 2y - 2 = 0 \\ 3x + 2y - 11 = 0 \end{cases}$$



16. （28 分）求下列不等式的解集：

$$(1) x^2 - 3x - 1 > 0;$$

$$(2) |x + 3| - |x - 1| \geq -2;$$

$$(3) \frac{x+1}{x-2} \leq 2$$

$$(4) (x^2+2x-3)(x^2-3x+2) \geq 0$$

17. (14分) 已知 $a+b+c=0$, 求证: $a^3+b^3+c^3=3abc$.



18. (14 分) 解关于 x 的不等式 $ax^2 - (a+1)x + 1 > 0$ ($a \in \mathbf{R}$).



19. (14分) 若 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的两个实数根, 且 $|x_1| + |x_2| = 2|k|$ (k 是整数), 则称方程 $x^2 + bx + c = 0$ 为“偶系二次方程”. 如方程 $x^2 - 6x - 27 = 0$, $x^2 - 2x - 8 = 0$, $x^2 + 3x - \frac{27}{4} = 0$, $x^2 + 6x - 27 = 0$, $x^2 + 4x + 4 = 0$, 都是“偶系二次方程”.

(1) 判断方程 $x^2 + x - 12 = 0$ 是不是“偶系二次方程”, 并说明理由:

(2) 对于任意一个整数 b , 是否存在实数 c , 使得关于 x 的方程 $x^2 + bx + c = 0$ 是“偶系二次方程”, 并说明理由.

