



顺义区 2019 届初三第一次统一练习

数学试卷

学校名称 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 准考证号 \_\_\_\_\_

考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将答题卡交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下面四个美术字中可以看作轴对称图形的是



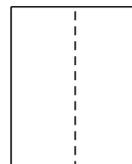
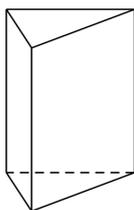
- A.                      B.                      C.                      D.

2. 实数  $a$ ,  $b$  在数轴上的位置如图所示，以下说法正确的是



- A.  $a+b=0$               B.  $a-b>0$               C.  $ab>0$               D.  $|b|<|a|$

3. 如左图所示，该几何体的主视图是



- A                      B                      C                      D

4. 如果一个多边形的内角和为  $720^\circ$ ，那么这个多边形是

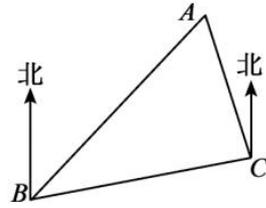
- A. 五边形              B. 六边形              C. 七边形              D. 八边形

5. 已知点  $M(1-2m, m-1)$  在第二象限，则  $m$  的取值范围是

- A.  $m>1$               B.  $m<\frac{1}{2}$               C.  $\frac{1}{2}<m<1$               D.  $-\frac{1}{2}<m<1$

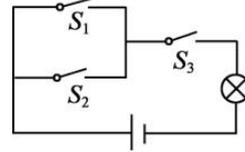
6. 如图,  $A$  处在  $B$  处的北偏东  $45^\circ$  方向,  $A$  处在  $C$  处的北南偏西  $15^\circ$  方向, 则  $\angle BAC$  等于

- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $50^\circ$       D.  $60^\circ$

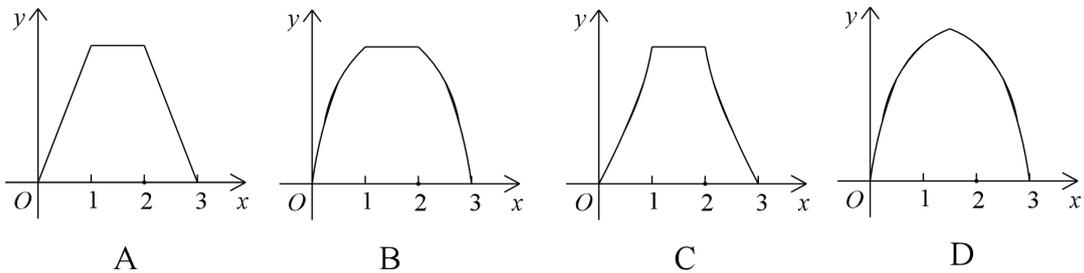
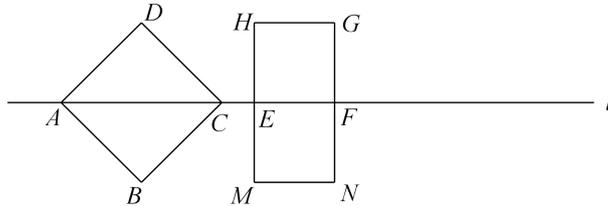


7. 如图, 随机闭合开关  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$  中的两个, 则灯泡发光的概率为

- A.  $\frac{3}{4}$       B.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{2}$



8. 如图, 点  $A$ 、 $C$ 、 $E$ 、 $F$  在直线  $l$  上, 且  $AC=2$ ,  $EF=1$ , 四边形  $ABCD$ ,  $EFGH$ ,  $EFNM$  均为正方形, 将正方形  $ABCD$  沿直线  $l$  向右平移, 若起始位置为点  $C$  与点  $E$  重合, 终止位置为点  $A$  与点  $F$  重合. 设点  $C$  平移的距离为  $x$ , 正方形  $ABCD$  的边位于矩形  $MNGH$  内部的长度为  $y$ , 则  $y$  与  $x$  的函数图象大致为



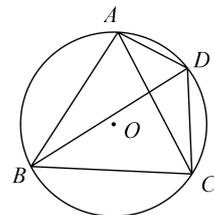
二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 分解因式:  $a^2b - 4ab^2 + 4b^3 =$  \_\_\_\_\_ .

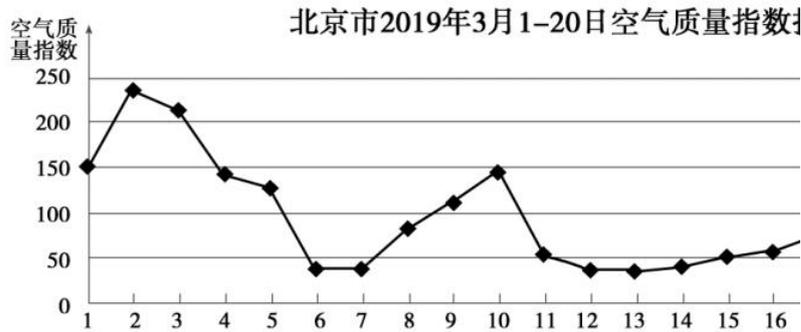
10. 已知:  $m$ 、 $n$  为两个连续的整数, 且  $m < \sqrt{11} < n$ , 则  $m+n=$  \_\_\_\_\_ .

11. 已知  $|x-y+3| + \sqrt{2x+y} = 0$ , 则  $x \cdot y$  的值为 \_\_\_\_\_ .

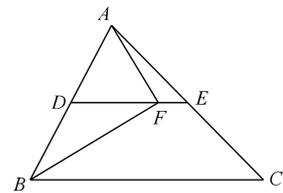
12. 如图, 等边三角形  $ABC$  内接于  $\odot O$ , 点  $D$  在  $\odot O$  上,  $\angle ABD = 25^\circ$ , 则  $\angle BAD =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



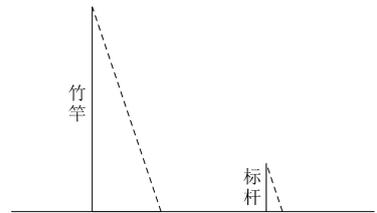
13. 下图是北京市 2019 年 3 月 1 日至 20 日的空气质量指数趋势图，空气质量指数小于 100 表示空气质量优良。那么在这 20 天中空气质量优良天数比例是\_\_\_\_\_。



14. 如图， $DE$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线，点 $F$ 在 $DE$ 上，且 $\angle AFB=90^\circ$ ，若 $AB=6$ ， $BC=8$ ，则 $EF$ 的长为\_\_\_\_\_。



15. 《孙子算经》是中国古代重要的数学著作，成书于约一千五百年前，其中有首歌谣：“今有竿不知其长，量得影长一丈五尺，立一标杆，长一尺五寸，影长五寸，问竿长几何？”意思就是：有一根竹竿不知道有多长，量出它在太阳下的影子长一丈五尺，同时立一根一尺五寸的小标杆（如图所示），它的影长五寸（提示：1丈=10尺，1尺=10寸），则竹竿的长为\_\_\_\_\_。



16. 利用二维码可以进行身份识别。某校建立了一个身份识别系统，图1是某个学生的识别图案，黑色小正方形表示1，白色小正方形表示0，将第一行数字从左到右依次记为 $a, b, c, d$ ，那么可以转换为该生所在班级序号，其序号为

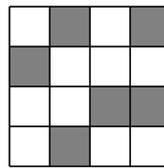


图1

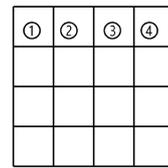


图2

$a \times 2^3 + b \times 2^2 + c \times 2^1 + d \times 2^0$ 。如图1中的第一

行数字从左到右依次为0, 1, 0, 1, 序号即为

$0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5$ ，表示该生为5班学生。若想在图2中表示4班学生的识别图案，请问应该把标号为①、②、③、④的正方形中的\_\_\_\_\_（只填序号）涂成黑色。

**三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分）**

解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

17. 计算： $\sqrt{12} - 3 \tan 30^\circ - (1 - \pi)^0 + |1 - \sqrt{3}|$ 。

18. 已知  $x^2 + 3x - 3 = 0$ ，求代数式  $\left(1 - \frac{3}{x}\right) \div \frac{x-3}{x+3} - \frac{x+6}{x+3}$  的值。

19. 下面是小明同学设计的“过直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程。

已知：直线  $l$  及直线  $l$  外一点  $P$ 。

•  $P$

求作：直线  $PQ$ ，使得  $PQ \perp l$ 。

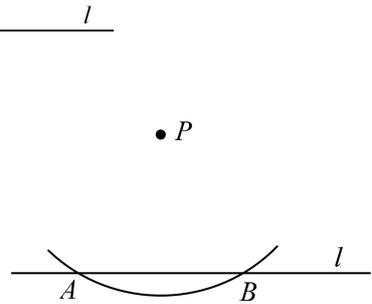
作法：如图，

① 在直线  $l$  上取一点  $A$ ，以点  $P$  为圆心， $PA$  长为半径画弧，与直线  $l$  交于另一点  $B$ ；

② 分别以  $A, B$  为圆心， $PA$  长为半径在直线  $l$  下方画弧，两弧交于点  $Q$ ；

③ 作直线  $PQ$ 。

所以直线  $PQ$  为所求作的直线。



根据小明设计的尺规作图过程，

(1) 使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

(2) 完成下面的证明。

证明：连接  $PA, PB, QA, QB$ 。

$\because PA=PB=QA=QB$ ,

$\therefore$  四边形  $APBQ$  是菱形（\_\_\_\_\_）（填推理的依据）。

$\therefore PQ \perp AB$ （\_\_\_\_\_）（填推理的依据）。

即  $PQ \perp l$ 。

20. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x + m - 1 = 0$  有两个不相等的实数根。

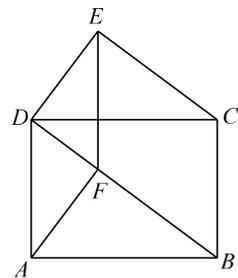
(1) 求  $m$  的取值范围；

(2) 若  $m$  为正整数，且该方程的根都是整数，求  $m$  的值。

21. 已知：如图，四边形  $ABCD$  是矩形， $\angle ECD = \angle DBA$ ， $\angle CED = 90^\circ$ ， $AF \perp BD$  于点  $F$ 。

(1) 求证：四边形  $BCEF$  是平行四边形；

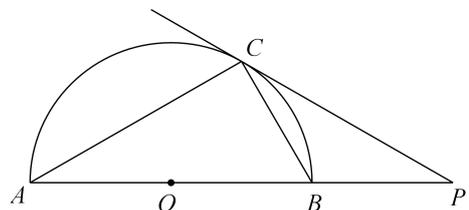
(2) 若  $AB=4$ ， $AD=3$ ，求  $EC$  的长。



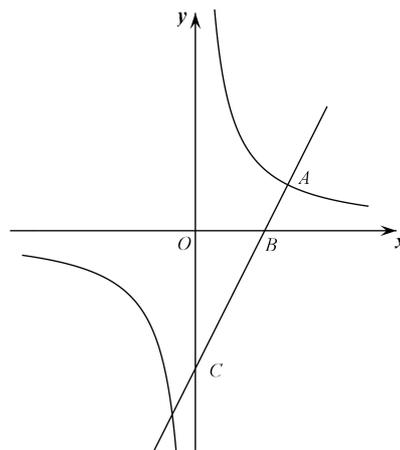
22. 已知：如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径，点  $C$  是  $\odot O$  上一点，点  $P$  在  $AB$  的延长线上，且  $\angle A = \angle P = 30^\circ$ 。

(1) 求证： $PC$  是  $\odot O$  的切线；

(2) 连接  $BC$ ，若  $AB=4$ ，求  $\triangle PBC$  的面积。



23. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $y = 2x - 6$  与双曲线  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的一个交点为  $A(m, 2)$ , 与  $x$  轴交于点  $B$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ .

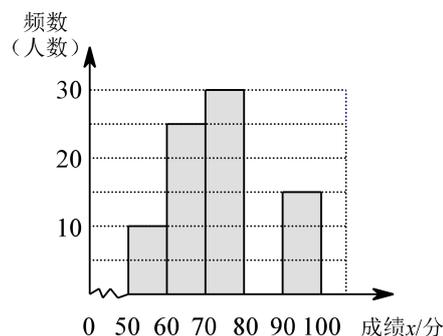


- (1) 求点  $B$  的坐标及  $k$  的值;
- (2) 若点  $P$  在  $x$  轴上, 且  $\triangle APC$  的面积为 16, 求点  $P$  的坐标.

24. 为了传承中华优秀传统文化, 某校学生会组织了一次全校 1200 名学生参加的“汉字听写”大赛, 并设成绩优胜奖.

赛后发现所有参赛学生的成绩均不低于 50 分. 为了更好地了解本次大赛的成绩分布情况, 随机抽取了其中 100 名学生的成绩 (成绩  $x$  取整数, 总分 100 分) 作为样本进行整理, 得到下列不完整的统计图表:

成绩 $x$ /分	频数	频率
$50 \leq x < 60$	10	0.10
$60 \leq x < 70$	25	0.25
$70 \leq x < 80$	30	$b$
$80 \leq x < 90$	$a$	0.20
$90 \leq x \leq 100$	15	0.15



成绩在  $70 \leq x < 80$  这一组的是:

70 70 71 71 71 72 72 73 73 73 73 75 75 75 75 76 76 76 76 76  
76 76 76 77 77 78 78 78 79 79

请根据所给信息, 解答下列问题:

- (1)  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (2) 请补全频数分布直方图;
- (3) 这次比赛成绩的中位数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (4) 若这次比赛成绩在 78 分以上 (含 78 分) 的学生获得优胜奖, 则该校参加这次比赛的 1200 名学生中获优胜奖的约有多少人?

25. 有这样一个问题: 探究函数  $y = \frac{1}{x-2} + x$  的图象与性质.

小亮根据学习函数的经验，对函数  $y = \frac{1}{x-2} + x$  的图象与性质进行了探究.

下面是小亮的探究过程，请补充完整：

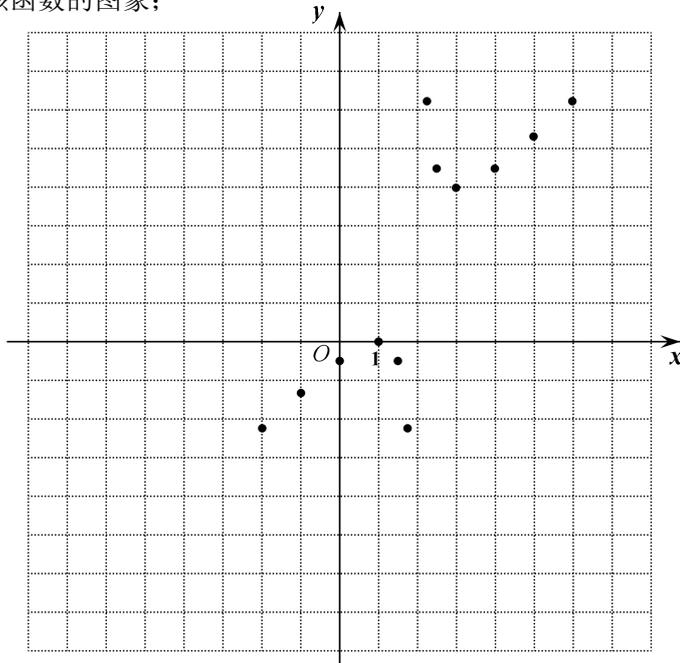
(1) 函数  $y = \frac{1}{x-2} + x$  中自变量  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_；

(2) 下表是  $y$  与  $x$  的几组对应值.

$x$	...	-2	-1	0	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{5}{2}$	3	4	5	6	...
$y$	...	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{9}{4}$	$\frac{25}{4}$	$\frac{9}{2}$	$m$	$\frac{9}{2}$	$\frac{16}{3}$	$\frac{25}{4}$	...

求  $m$  的值；

(3) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出该函数的图象：



(4) 根据画出的函数图象，发现下列特征：

①该函数的图象是中心对称图形，对称中心的坐标是 \_\_\_\_\_；

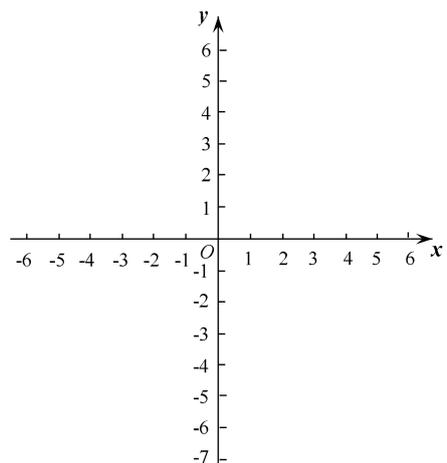
②该函数的图象与过点  $(2, 0)$  且平行于  $y$  轴的直线越来越靠近而永不相交，该函数的图象还与直线 \_\_\_\_\_ 越来越靠近而永不相交.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线

$y = mx^2 + (m-3)x - 3$  ( $m > 0$ ) 与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点 (点  $A$  在点  $B$  左侧)，与  $y$  轴交于点  $C$ ， $AB = 4$ ，点  $D$  为抛物线的顶点.

(1) 求点  $A$  和顶点  $D$  的坐标；

(2) 将点  $D$  向左平移 4 个单位长度，得到点  $E$ ，求直线  $BE$  的表达式；



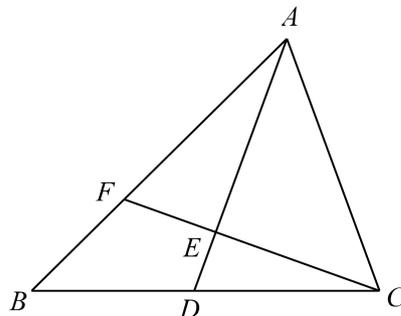
(3) 若抛物线  $y = ax^2 - 6$  与线段  $DE$  恰有一个公共点, 结合函数图象, 求  $a$  的取值范围.

27. 已知: 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB > AC$ ,  $\angle B = 45^\circ$ , 点  $D$  是  $BC$  边上一点, 且  $AD = AC$ , 过点  $C$  作  $CF \perp AD$  于点  $E$ , 与  $AB$  交于点  $F$ .

(1) 若  $\angle CAD = \alpha$ , 求  $\angle BCF$  的大小 (用含  $\alpha$  的式子表示);

(2) 求证:  $AC = FC$ ;

(3) 用等式直接表示线段  $BF$  与  $DC$  的数量关系.



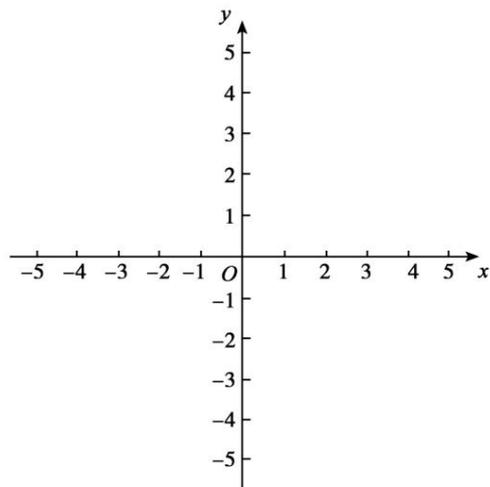
28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $A$ 、 $B$  为平面内不重合的两个点, 若  $Q$  到  $A$ 、 $B$  两点的距离相等, 则称点  $Q$  是线段  $AB$  的“似中点”.

(1) 已知  $A(1, 0)$ ,  $B(3, 2)$ , 在点  $D(1, 3)$ 、 $E(2, 1)$ 、 $F(4, -2)$ 、 $G(3, 0)$  中, 线段  $AB$  的“似中点”是点\_\_\_\_\_;

(2) 直线  $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$  与  $x$  轴交于点  $M$ , 与  $y$  轴交于点  $N$ .

① 求在坐标轴上的线段  $MN$  的“似中点”;

② 若  $\odot P$  的半径为 2, 圆心  $P$  为  $(t, 0)$ ,  $\odot P$  上存在线段  $MN$  的“似中点”, 请直接写出  $t$  的取值范围.



## 顺义区 2019 届初三第一次统一练习

### 数学参考答案及评分参考

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	D	C	B	A	D	B	A

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$b(a-2b)^2$	7	-2	95	55%或 $\frac{11}{20}$	1	四丈五尺	②

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题,每小题 6 分，第 27、28 题,每小题 7 分）

17. 计算： $\sqrt{12} - 3 \tan 30^\circ - (1 - \pi)^0 + |1 - \sqrt{3}|$ .

解：原式

$$= 2\sqrt{3} - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 1 + \sqrt{3} - 1 \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$= 2\sqrt{3} - 2 \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

18. 已知  $x^2 + 3x - 3 = 0$ ，求代数式  $\left(1 - \frac{3}{x}\right) \div \frac{x-3}{x+3} - \frac{x+6}{x+3}$  的值 .

解：∵  $x^2 + 3x - 3 = 0$

$$\therefore x^2 + 3x = 3 \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\left(1 - \frac{3}{x}\right) \div \frac{x-3}{x+3} - \frac{x+6}{x+3}$$

$$= \frac{x-3}{x} \cdot \frac{x+3}{x-3} - \frac{x+6}{x+3} \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$= \frac{x+3}{x} - \frac{x+6}{x+3}$$

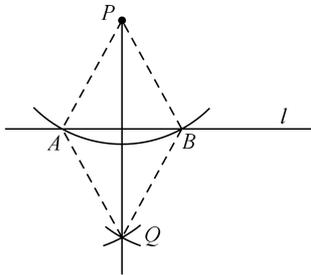
$$= \frac{x^2 + 6x + 9 - x^2 - 6x}{x(x+3)}$$

$$= \frac{9}{x^2 + 3x} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= 3 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

19.

(1)



.....2 分

(2) 四条边都相等的四边形是菱形

菱形的对角线互相垂直.....5 分

20.

解: (1)  $\Delta = 16 - 4(m-1) = -4m + 20$  .....2 分

$\because$  原方程有两个不相等的实数根,

$\therefore -4m + 20 > 0$  即  $m < 5$ . .....3 分

(2) 符合条件的  $m$  的正整数值是 1, 2, 3, 4,

当  $m=1$  时, 该方程为  $x^2 - 4x = 0$ , 根都是整数;

当  $m=2$  时, 该方程为  $x^2 - 4x + 1 = 0$ , 根不是整数;

当  $m=3$  时, 该方程为  $x^2 - 4x + 2 = 0$ , 根不是整数;

当  $m=4$  时, 该方程为  $x^2 - 4x + 3 = 0$ , 根都是整数;

$\therefore$  符合条件的  $m$  的值为 1, 4. ....5 分

21.

(1) 证明:

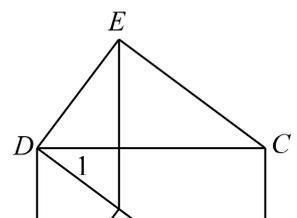
$\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$\therefore DC=AB, DC \parallel AB$ , .....1 分

$\therefore \angle 1 = \angle DBA$ .

$\because AF \perp BD$  于点  $F, \angle CED = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle BFA = \angle CED = 90^\circ$ .



又 $\because \angle ECD = \angle DBA$ ,

$\therefore \angle 1 = \angle ECD, \triangle ECD \cong \triangle FBA$ . .....2分

$\therefore EC \parallel FB, EC = BF$ .

$\therefore$  四边形  $BCEF$  是平行四边形. ....3分

(2) 解:

$\because AB = 4, AD = 3$ ,

$\therefore BD = 5$ , .....4分

易证  $\triangle DAB \sim \triangle AFB, \therefore \frac{AB}{BD} = \frac{BF}{AB}$ ,

可求  $BF = \frac{16}{5}$ ,

$\therefore EC = BF = \frac{16}{5}$ . .....5分

22.

(1) 证明: 连接  $OC$ ,

$\because OA = OC$ ,

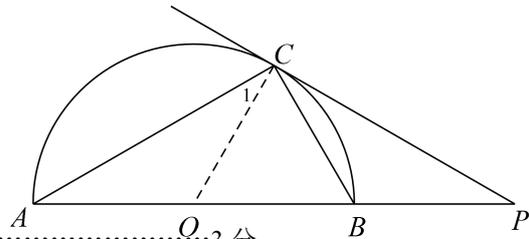
$\therefore \angle 1 = \angle A$ ,

又 $\because \angle A = \angle P = 30^\circ$ .

$\therefore \angle 1 = 30^\circ, \angle ACP = 120^\circ$ ,

$\therefore \angle OCP = 90^\circ$ ,

$\therefore PC$  是  $\odot O$  的切线. ....3分



(2) 解:

$\because AB = 4$ ,

$\therefore OA = OB = OC = 2$ ,

$\because \angle OCP = 90^\circ, \angle P = 30^\circ$ ,

$\therefore OP = 4, PC = 2\sqrt{3}$ ,

$\therefore BP = OB$ ,

$\therefore S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} S_{\triangle OPC}$ ,

$\because S_{\triangle OPC} = 2\sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3}$ .

$\therefore S_{\triangle PBC} = \sqrt{3}$  .....5分

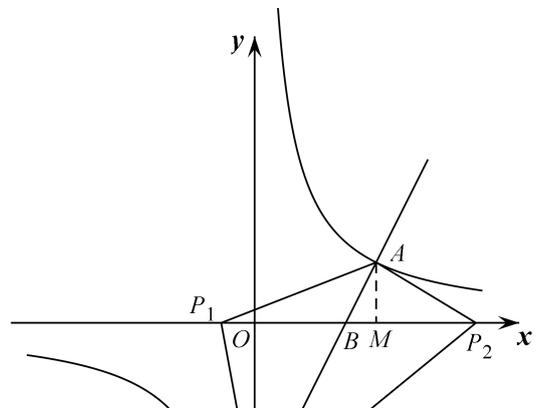
23. 解:

(1) 令  $y = 0$ , 则  $2x - 6 = 0$ , 可得  $x = 3$ ,

$\therefore$  直线  $y = 2x - 6$  与  $x$  轴交点  $B$  的坐标为  $(3, 0)$ , .....1分

将  $A(m, 2)$ , 代入  $y = 2x - 6$ , 得  $m = 4$ ,

将  $A(4, 2)$ , 代入  $y = \frac{k}{x}$ , 得  $k = 8$ , .....3分



(2) 过点  $A$  作  $AM \perp x$  轴于点  $M$ ,

$\because A(4, 2), C(0, -6), \dots\dots\dots 4$  分

$\therefore OC=6, AM=2,$

$$\because S_{\triangle APC} = S_{\triangle APB} + S_{\triangle CPB} = \frac{1}{2} \times PB \times 2 + \frac{1}{2} \times PB \times 6 = 4PB,$$

$\because S_{\triangle APC} = 16,$

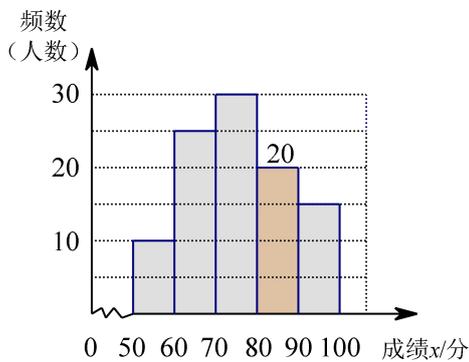
$\therefore PB=4,$

$\therefore P_1(-1, 0), P_2(7, 0) \dots\dots\dots 6$  分

24. 解:

(1)  $a=20, b=0.3 ; \dots\dots\dots 2$  分

(2)



$\dots\dots\dots 3$  分

(3) 75.5  $\dots\dots\dots 4$  分

(4) 样本中成绩在 78 分以上的人数为 40 人, 占样本人数的 40%,

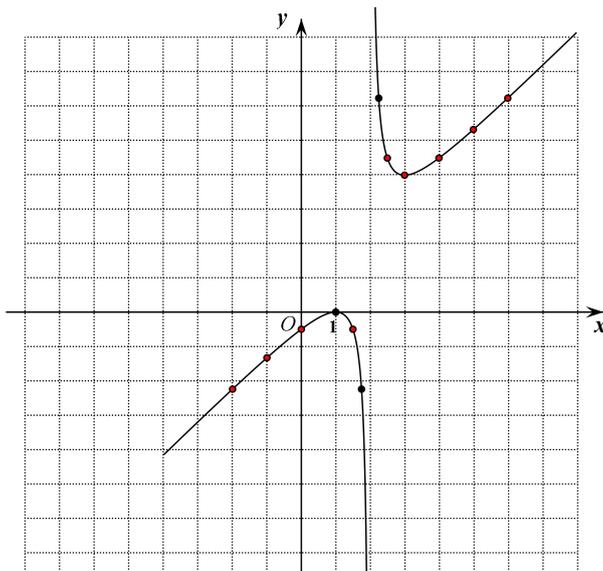
获优胜奖的人数约为  $1200 \times 40\% = 480$  (人)  $\dots\dots\dots 6$  分

25. 解:

(1)  $x \neq 2; \dots\dots\dots 1$  分

(2)  $m = 4 ; \dots\dots\dots 2$  分

(3)



$\dots\dots\dots 4$  分

(4)

- ① (2, 2); .....5分  
 ②  $y = x$ . .....6分

26.

解:

(1)  $y = mx^2 + (m-3)x - 3$  与  $y$  轴交于点  $C(0, -3)$ ,

令  $y = 0$ , 则  $mx^2 + (m-3)x - 3 = 0$ ,

可得  $x_1 = -1, x_2 = \frac{3}{m}$  .....1分

由于点  $A$  在点  $B$  左侧,  $m > 0$  可知点  $A(-1, 0)$ , .....2分

又  $\because AB = 4, \therefore$  点  $B(3, 0), \therefore m = 1$

$\therefore$  点  $D(1, -4)$  .....3分

(2) 依题意可知点  $E(-3, -4)$ ,

设直线  $BE$  的表达式为  $y = kx + b$ ,

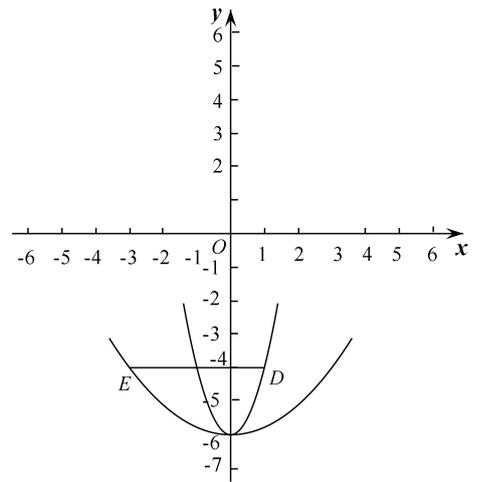
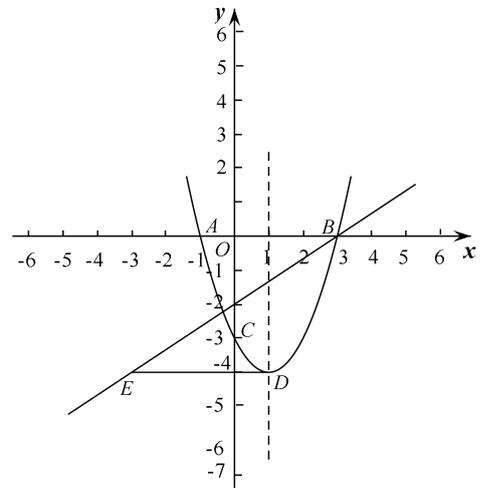
$$\therefore \begin{cases} -4 = -3k + b \\ 0 = 3k + b \end{cases} \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = -2 \end{cases}$$

$\therefore$  直线  $BE$  的表达式为  $y = \frac{2}{3}x - 2$ . .....4分

(3) 点  $D(1, -4), E(-3, -4)$  分别代入  $y = ax^2 - 6$ ,

可得  $a = \frac{2}{9}, a = 2$ ,

$\therefore a$  的取值范围为  $\frac{2}{9} \leq a < 2$ . .....6分



27. 解:

(1) 过点  $A$  作  $AG \perp BC$  于点  $G$ , .....1分

$\therefore \angle 2 + \angle 4 = 90^\circ$ ,

$\because AD = AC$ ,

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2} \angle CAD = \frac{1}{2} \alpha$ , .....2分

$\because CF \perp AD$  于点  $E$ ,

$\therefore \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$ ,

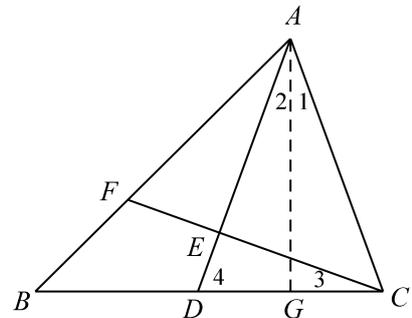
$\therefore \angle 3 = \angle 2 = \frac{1}{2} \angle CAD = \frac{1}{2} \alpha$ , .....3分

即  $\angle BCF = \frac{1}{2} \alpha$ .

(2) 证明:

$\because \angle B = 45^\circ$ ,

$\therefore \angle BAG = 45^\circ$ , .....4分



$\because \angle BAC = 45^\circ + \angle 1, \angle AFC = 45^\circ + \angle 3,$   
 $\therefore \angle BAC = \angle AFC,$   
 $\therefore AC = FC. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(3)  $DC = \sqrt{2}BF. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

28. 解:

(1)  $D, F \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) ①  $M(-1, 0), N(0, \sqrt{3}), MN=2, \angle MNO=30^\circ$

所求的点  $H$  为  $MN$  的垂直平分线与坐标轴的交点

当“似中点”  $H_1$  在  $x$  轴上时,  $H_1M=2$ , 则  $H_1$  为  $(1, 0)$

当“似中点”  $H_2$  在  $y$  轴上时,  $NH_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3},$

则  $OH_2 = ON - NH_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}, H_2$  为  $(0, \frac{\sqrt{3}}{3})$

$\therefore H_1$  为  $(1, 0), H_2$  为  $(0, \frac{\sqrt{3}}{3}). \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

②  $-3 \leq t \leq 5 \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

