



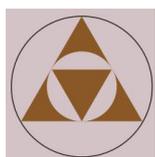
考
生
须
知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，25 道小题。满分 100 分。考试试卷 120 分钟。
2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

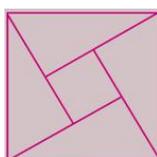
1. 下列图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是



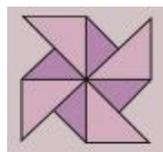
A.



B.



C.



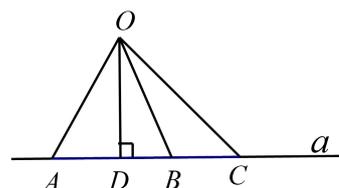
D.

2. 抛物线 $y = 2(x-1)^2 + 5$ 的顶点坐标是

- A. (1, 5) B. (2, 1) C. (2, 5) D. (-1, 5)

3. 如图, 以点 O 为圆心作圆, 所得的圆与直线 a 相切的是

- A. 以 OA 为半径的圆 B. 以 OB 为半径的圆
C. 以 OC 为半径的圆 D. 以 OD 为半径的圆



4. 下列关于二次函数 $y = 2x^2$ 的说法正确的是

- A. 它的图象经过点 (0, 2) B. 它的图象的对称轴是直线 $x = 2$
C. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小 D. 当 $x = 0$ 时, y 有最大值为 0

5. 点 $P(2, -1)$ 关于原点对称点的坐标是

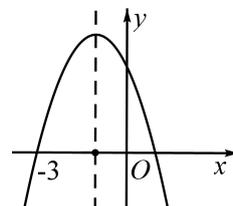
- A. (-2, 1) B. (-2, -1) C. (-1, 2) D. (1, -2)

6. $\odot O$ 的半径为 5, 点 P 到圆心 O 的距离为 4, 点 P 与 $\odot O$ 的位置关系是

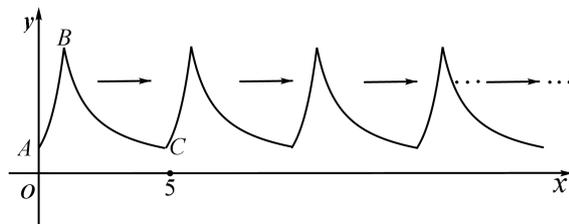
- A. 无法确定 B. 点 P 在 $\odot O$ 外 C. 点 P 在 $\odot O$ 上 D. 点 P 在 $\odot O$ 内

7. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则下列选项中不正确的是

- A. $a < 0$ B. $4a + 2b + c > 0$ C. $c > 0$ D. $-3 < -\frac{b}{2a} < 0$



8. 如图, $A(0, 1), B(1, 5)$, 曲线 BC 是双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的一部分. 曲线 AB 与 BC 组成图形 G . 由点 C 开始不断重复图形 G 形成一线“波浪线”. 若点 $P(2020, m), Q(x, n)$ 在该“波浪线”上, 则 m 的值为_____, n 的最大值为_____.



- A. $m = 1, n = 1$ B. $m = 5, n = 1$ C. $m = 1, n = 5$ D. $m = 1, n = 4$

二、填空题 (本题共 24 分, 每小题 3 分) -

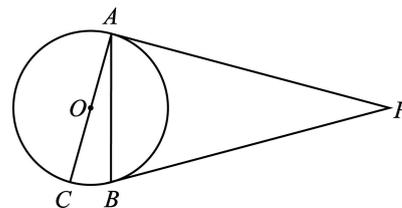
9. 二次函数 $y = -3x^2 + 2x - 3$ 图象的开口方向是_____.

10. 已知点 $A(1, a)$ 与点 $B(3, b)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{12}{x}$ 的图象上, 则 a _____ b (填“<”或“=”或“>”).

11. 小区草坪上的自动喷水装置的旋转角为 200° , 且它的喷灌区域是一个扇形. 若它能喷灌的扇形草坪面积为 5π 平方米, 则这个扇形的半径是_____米.

12. 请写出一个开口向下, 且与 y 轴的交点坐标为 $(0, 3)$ 的抛物线的表达式: _____.

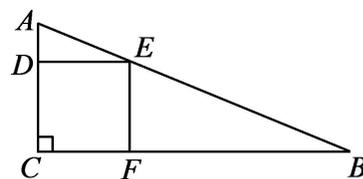
13. 如图, PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, A, B 为切点, AC 是 $\odot O$ 的直径, $\angle BAC = 15^\circ$, 则 $\angle P$ 的度数为 _____.



14. “书香伴我成长.” 某校倡导学生读书, 下面的表格是该校毕业年级学生本学期内阅读课外书籍情况统计表. 请你根据统计表中提供的信息, 求出表中 a, b 的值: $a =$ _____, $b =$ _____.

图书种类	频数	频率
科普常识	210	b
名人传记	204	0.34
中外名著	a	0.25
其他	36	0.06

15. 《九章算术》是中国古代的数学专著, 书中记载了这样一个问题: “今有句五步, 股十二步. 问句中容方几何.” 其大意是: 如图, $Rt\triangle ABC$ 的两条直角边的长分别为 5 和 12, 则它的内接正方形 $CDEF$ 的边长为_____.



16. 在实数范围内定义一种运算“*”, 其运算法则为 $a * b = a^2 - ab$. 根据这个法则, 下列结论中错误的是_____. (把所有错误结论的序号都填在横线上)

- ① $\sqrt{2} * \sqrt{3} = 2 - \sqrt{6}$; ② 若 $a + b = 0$, 则 $a * b = b * a$; ③ $(x + 2) * (x + 1) = 0$ 是一元二次方程;
④ 方程 $(x + 2) * 1 = 3$ 的根是 $x_1 = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$.



三、解答题(本题共 52 分, 第 17-21 题, 每小题 5 分, 第 22 题 6 分, 第 23-25 题, 每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 用适当的方法解下列方程:

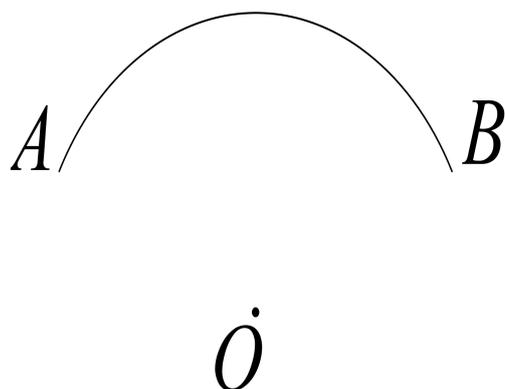
(1) $x^2 = 3x - 2$.

(2) $(m-1)^2 = 1-m$

18. 如图, 健身广场地面上有一段以点 O 为圆心的 \widehat{AB} , 小明要站在 \widehat{AB} 的中点 C 的位置上. 小明的想法是: 只要从点 O 出发, 沿着与弦 AB 垂直的方向走到 \widehat{AB} 上, 就能找到 \widehat{AB} 的中点 C .

老师肯定了小明的想法.

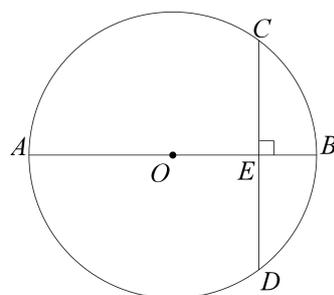
(1) 请按照小明的想法, 在图中画出点 C ;



(2) 小明确定点 C 所用方法的依据是_____

_____.

19. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 若 $CD=8$, $EB=2$, 求 $\odot O$ 的半径.



20. 已知关于 x 的方程 $mx^2 + nx - 2 = 0 (m \neq 0)$.

(1) 求证：当 $n=m-2$ 时，方程总有两个实数根；

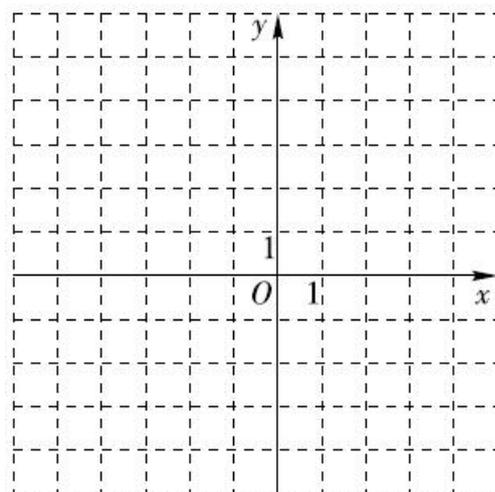
(2) 若方程两个相等的实数根都是整数，写出一组满足条件的 m, n 的值，并求此时方程的根 .

21 . 已知一个二次函数图象上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表所示：

x	...	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	0	-3	-4	-3	0	...

(1) 求这个二次函数的表达式；

(2) 在给定的平面直角坐标系中画出这个二次函数的图象；



(3) 当 $-3 < x < 1$ 时，直接写出 y 的取值范围.



22. 学完《概率初步》的知识，小聪设计了一个问题：经过某十字路口的汽车，可能直行，也可能向左转或向右转. 如果这三种可能性大小相同，求三辆汽车经过这个十字路口时，下列事件的概率：

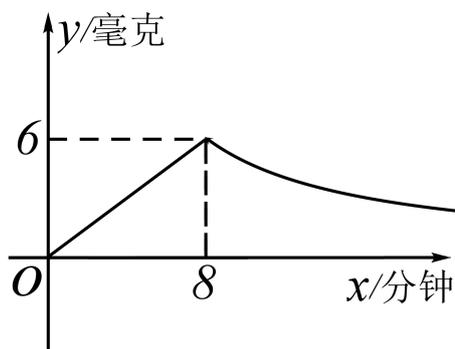
(1) 三辆车全部继续直行；

(2) 两辆车向左转，一辆车向右转；

(3) 至少有两辆车向右转.

请你选择列表法或者树状图解决小聪的问题.

23. 为了预防“流感”，某学校对教室采取药熏消毒法进行消毒，已知药物燃烧时，室内每立方米空气中的含药量 y (毫克) 与时间 x (分钟) 成正比例，药物燃烧完后， y 与 x 成反比例 (如图所示). 现测得药物 8 分钟燃毕，此时室内空气中每立方米的含药量为 6 毫克.



根据题中所提供的信息解答下列问题：

(1) 求药物燃烧时 y 关于 x 的函数关系式及其自变量 x 的取值范围；



(2) 药物燃烧后 y 关于 x 的函数关系式是_____;

研究表明, ①当空气中每立方米的含药量低于 1.6 毫克时学生方可进教室, 那么从消毒开始, 至少需要经过多少分钟后, 学生才能回到教室;

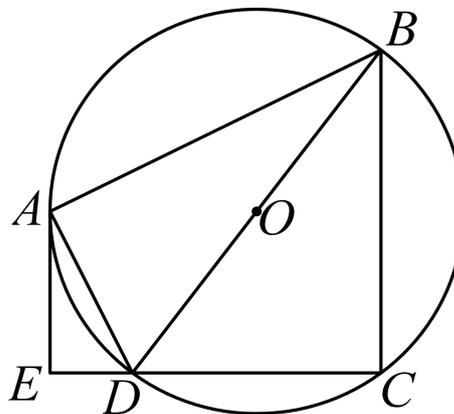
②当空气中每立方米的含药量不低于 3 毫克且持续时间不低于 10 分钟时, 才能有效杀灭空气中的病菌, 你认为此次消毒有效吗? 请说明理由.



24. 如图，以四边形 $ABCD$ 的对角线 BD 为直径作圆，圆心为 O ，过点 A 作 $AE \perp CD$ 的延长线于点 E ，已知 DA 平分 $\angle BDE$.

(1) 求证： AE 是 $\odot O$ 切线；

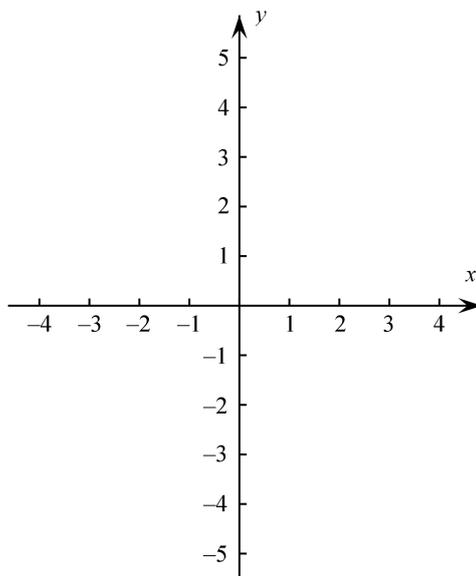
(2) 若 $AE=4$ ， $CD=6$ ，求 $\odot O$ 的半径和 AD 的长.



25.在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = 2x^2 + mx + n$ 经过点 $A(0, -2)$, $B(3, 4)$.

(1) 求抛物线的表达式及顶点 M 的坐标;

(2) 线段 OB 绕点 O 旋转 180° 得到线段 OC , 点 D 是抛物线对称轴上一动点, 记抛物线在 A, B 之间的部分为图象 W (包含 A, B 两点). 结合函数图像, ①若直线 CD 与图象 W 有公共点, 求 $S_{\triangle CMD}$ 的最大值; ②若直线 CD 与图象 W 没有公共点, 直接写出点 D 纵坐标 t 的取值范围.





一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	B	A	D	C	A	D	B	C

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. 向下； 10. < 11. 3； 12. 答案不唯一；
 13. 30° ； 14. 150； 0.35； 15. $\frac{60}{17}$ ； 16. ③④.

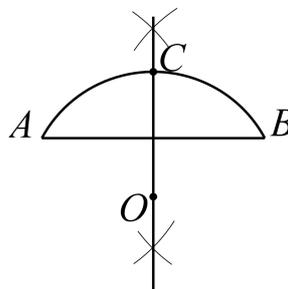
三、解答题（本题共 52 分，第 17 题 6 分，第 18—22 题，每小题 5 分，第 23—25 题，每小题 7 分）

17. (1) 解: $x^2 - 3x + 2 = 0$
 $(x-1)(x-2) = 0$ 1 分
 $x_1 = 1$ 或 $x_2 = 2$
3 分

(2) 解: $(m-1)^2 - (1-m) = 0$
 $(m-1)[(m-1)+1] = 0$ 1 分
 $(m-1)m = 0$
 $m_1 = 0$ 或 $m_2 = 1$
3 分

18. (1) 请按照小明的想法，在图中画出点 C

- 连结 AB;1 分
 AB 垂线 OC;2 分
 确定点 C.3 分



(关注痕迹和标注，光画图不作标注，酌情减分)

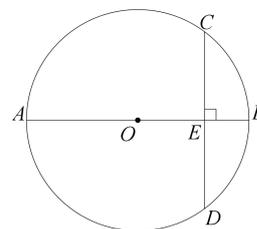
(2) 小明确定点 C 所用方法的依据是 垂直于弦的直径平分弦，并且平分弦所对的两条弧.
5 分

19. 解: $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ， $CD=8$

$\therefore \angle CEO = 90^\circ$ ， $CE = ED = 4$2 分
 设 $\odot O$ 的半径是 R ， $EB = 2$ ，则 $OE = R - 2$

连接 OC ， \because 在 $Rt\triangle OEC$ 中， $OC^2 = OE^2 + EC^2$ ，
 $R^2 = (R-2)^2 + 4^2$

$OC = 5$
 $\therefore \odot O$ 的半径是 5.5 分



20. (1) 证明: $\Delta = (m-2)^2 - 4m \times (-2) = m^2 + 4m + 4 = (m+2)^2 \geq 0$,

\therefore 方程总有两个实数根2 分

(2) 由题意可知， $m \neq 0$ $\Delta = n^2 - 4m \times (-2) = n^2 + 8m = 0$

即 $n^2 = -8m$ 3 分

以下答案不唯一，如:

当 $n=4, m=-2$ 时, 方程为 $x^2-2x+1=0$4 分

解得 $x_1=x_2=1$5 分

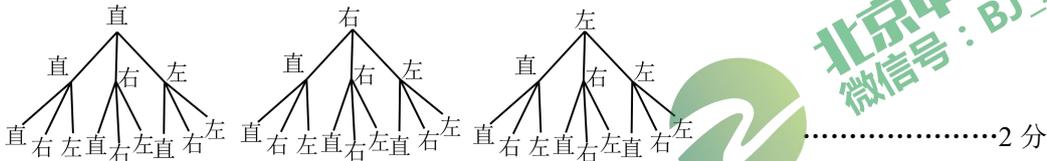
21. 解: (1) 设 $y = a(x+3)(x-1)$

将 $(0, 3)$ 代入, 得二次函数的表达式是 $y = x^2 + 2x - 3$ 2 分

(2) 略 (与 x, y 的交点, 顶点, 对称轴, 四点一线明晰)4 分

(3) 当 $-3 < x < 1$ 时, y 的取值范围是 $-4 \leq y < 0$5 分

22. 解: 根据题意, 可以画出如下的树状图:



所有可能出现的结果是 27 种, 三辆车全部继续直行的结果有 1 种, 两辆车向左转, 一辆车向右转结果有 3 种, 至少有两辆车向右转结果有 5 种

(1) 三辆车全部继续直行的概率是 $\frac{1}{27}$;3 分

(2) 两辆车向左转, 一辆车向右转概率是 $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$;4 分

(3) 至少有两辆车向右转概率是 $\frac{7}{27}$5 分

23. 解: (1) 物燃烧时, 室内每立方米空气中的含药量 y (毫克) 与

时间 x (分钟) 成正比例, 所以设 y 关于 x 的函数关系式是 $y = kx (k \neq 0)$

将点 $(8, 6)$ 代入, 得: $k = \frac{3}{4}$, 即 $y = \frac{3}{4}x$,

自变量 x 的取值范围是 $0 \leq x \leq 8$2 分

(2) 药物燃烧后 y 关于 x 的函数关系式是 $y = \frac{48}{x}$;3 分

① 当 $y = 1.6$ 时, 代入 $y = \frac{48}{x}$ 得 $x = 30$ 分钟

那么从消毒开始, 至少需要经过 30 分钟后, 学生才能回到教室;

.....5 分

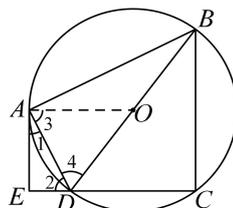
② 此次消毒有效

将 $y = 3$ 分别代入 $y = \frac{3}{4}x$, $y = \frac{48}{x}$ 得, $x = 4$ 和 $x = 16$,6 分

那么持续时间是 $16 - 4 = 12 > 10$ 分钟, 所以有效杀灭空气中的病菌.

.....7 分

24. (1) 证明: 连接 OA ,



$\because AE \perp CD \quad \therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$

DA 平分 $\angle BDE$, $\therefore \angle 2 = \angle 4$,

又 $\because OA = OD \quad \therefore \angle 3 = \angle 4$,

$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ \quad \therefore OA \perp AE$

$\therefore AE$ 是 $\odot O$ 切线3 分

(2) 取 CD 中点 F , 连接 OF ,

$\therefore OF \perp CD$ 于点 F .

\therefore 四边形 $AEFO$ 是矩形,

$\because CD = 6 \quad \therefore DF = FC = 3.$

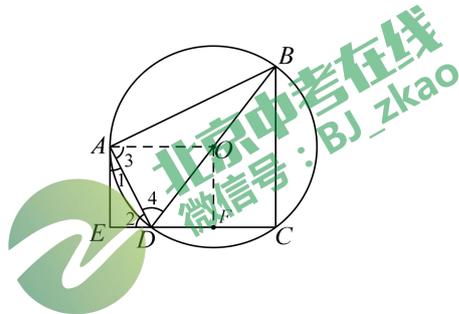
\therefore 在 $Rt\triangle OFD$ 中, 又 $OF = AE = 4$

$\therefore OD = 5$ 5 分

又在 $Rt\triangle AED$ 中, $AE = 4, ED = 2$

$\therefore AD = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$\therefore AD$ 的长是 $2\sqrt{5}$7 分



25. (1) $\because y = 2x^2 + mx + n$ 经过点 $A(0, -2), B(3, 4)$.

代入, 得: $\begin{cases} n = -2 \\ 18 + 3m + n = 4 \end{cases} \therefore \begin{cases} n = -2 \\ m = -4 \end{cases}$

\therefore 抛物线的表达式是 $y = 2x^2 - 4m - 2$, 顶点坐标是 $M(1, -4)$ 3 分

(2) 由题意可知 $C(-3, -4)$

二次函数 $y = 2x^2 - 4m - 2$ 的最小值是 -4 ,

直线 CD 与图象 W 有公共点时, 如图所示, 可以看出点 D 与 M 重合时面积最小, 连接 BC ,

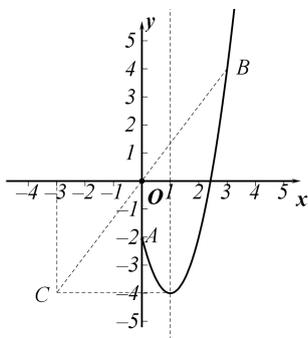
直线 BC 的解析式是 $y = \frac{4}{3}x$

当 $x = 1$ 时, $y = \frac{4}{3}$ 4 分

$\therefore S_{\triangle CMD}$ 的最大值是 $\frac{1}{2} \times 4 \times \frac{16 - 32}{3} = \frac{32}{3}$ 6 分

②若直线 CD 与图象 W 没有公共点, 点 D 纵坐标 t 的取值范围是 $t < -4$ 或 $t > \frac{4}{3}$.

.....7 分





说明：各解答题的其他正确解法请参照以上标准按分步给分的原则酌情评分。

