

2022—2023 学年度第一学期

北京育才学校高一数学

九月考试试卷

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

1. 已知集合 $A = \{1, -1\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} | x < 3\}$, 那么集合 $A \cup B$ 等于 ()

- A. $[-1, 3)$ B. $\{-1, 1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

2. 已知命题 $p: \forall x < -1, x^2 > 1$, 则 $\neg p$ 是 ()

- A. $\exists x \leq -1, x^2 \leq 1$ B. $\exists x < -1, x^2 \leq 1$
C. $\forall x < -1, x^2 > 1$ D. $\forall x \geq -1, x^2 > 1$

3. 已知 $a > b$, 则下列不等式一定成立的是 ()

- A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $ac^2 > bc^2$ C. $a^2 > b^2$ D. $c - a < c - b$

4. 已知集合 $A = \{1, 2, m^2\}$, $B = \{1, m\}$. 若 $B \subseteq A$, 则 $m =$ ()

- A. 0 B. 2 C. 0 或 2 D. 1 或 2

5. “ $x=4$ ” 是 “ $x^2 - x - 12 = 0$ ” 的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 不等式组 $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x=3, y=2$ B. $\{3, 2\}$ C. $(3, 2)$ D. $\{(3, 2)\}$

7. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} | 0 < x < 5\}$, 则满足条件 $A \subseteq M \subseteq B$ 的集合 M 的个数为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

8. 如果方程 $ax^2 + bx - 2 = 0$ 的解为 $\left\{-2, -\frac{1}{4}\right\}$, 则实数 a, b 的值分别是 ()

- A. $-4, -9$ B. $-8, -10$ C. $-1, 9$ D. $-1, 2$

9. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $N = \{x | ax = 1\}$. 若 $M \cap N = N$, 则实数 a 的取值集合是 ()

- A. $\{1, \frac{1}{2}\}$ B. $\{0, 1, \frac{1}{2}\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

10. 对于集合 A, B , 定义 $A - B = \{x | x \in A, \text{且} x \notin B\}$, $A \oplus B = (A - B) \cup (B - A)$.

设 $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $Q = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, 则 $P \oplus Q$ 中元素个数为 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

11. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x = 0\}$, $B = \{0, 1, -1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

12. 能够说明“若 a, b 是无理数, 则 $a + b$ 是无理数”是假命题的一组实数 a, b 的值依次是 _____, _____.

13. 已知集合 $A = [0, 2]$, $B = \{a - 1, a\}$, 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要不充分条件, 则实数 a 的取值范围是 _____.

14. 集合 $M = \{x | ax^2 - 3x + 1 = 0\}$, 若集合 M 中只含有一个元素, 则实数 a 的值是 _____, 若 M 的真子集个数是 3 个, 则实数 a 的取值范围是 _____.

15. 某班有 50 名学生报名参加两项比赛, 参加 A 项的有 30 人, 参加 B 项的有 33 人, 且 A, B 都不参加的同学比 A, B 都参加的同学的三分之一多一人, 则同时参加 A 项 B 项的学生有 _____ 人.

16. 设全集为 $S = \mathbb{N}$, 集合 $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$, $B = \{x | x = 4n, n \in \mathbb{N}\}$, 则下列四个命题中正确的是 _____.

- ① $A \cup B = S$; ② $A \cup (C_S B) = S$; ③ $(C_S A) \cap B = \emptyset$; ④ $(C_S A) \subseteq (C_S B)$.



三、解答题：本大题共 5 小题，共 56 分。请写出必要的文字说明。

17. (本小题满分 8 分)

已知 $a > b > 0 > c$ ，求证： $\frac{c}{a-c} > \frac{c}{b-c}$ 。

18. (本小题满分 12 分)

$c < 0$

若方程 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 的两根分别是 x_1 和 x_2 ，计算：

(1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ； (2) $x_1^2 + x_2^2$ ； (3) $|x_1 - x_2|$ 。

19. (本小题满分 12 分)

求下列关于 x 的方程的解集：

(1) $-x^2 - 2x + 63 = 0$ ；

(2) $ax + 3 = 2$ (其中 a 常数, $a \in R$)；

(3) $x^2 - ax - 6a^2 = 0$ (其中 a 常数, $a \in R$)。

20. (本小题满分 12 分)

已知集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 4\}$ ， $B = \{x | m-1 < x < 2m-3\}$ 。

(1) 若 $m = 4$ ，求 $C_R A$ ， $A \cap B$ ， $A \cup B$ ；

(2) 从条件①和条件②选择一个作为已知，求实数 m 的取值范围。

条件①： $B \subseteq A$ ； 条件②： $A \cap B = \emptyset$

21. (本小题满分 12 分)

设集合 $S_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, 若 X 是 S_n 的子集, 把 X 中所有元素的和称为 X 的“容量”

(规定空集的容量为 0), 若 X 的容量为奇(偶)数, 则称 X 为 S_n 的奇(偶)子集.

- (1) 写出 S_3 的所有子集、所有偶子集;
- (2) 写出 S_4 的所有奇子集;
- (3) 求证: S_n 的奇子集与偶子集个数相等.