



数 学 试 卷

2021. 5

本试卷共 6 页，共 100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案填涂或写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1 - 8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 自 2021 年 1 月 1 日起，全市启动九类重点人群新冠疫苗接种工作。昌平设置 46 个疫苗接种点位，共配备医务人员 1200 多名。截至 3 月 28 日 18 时，昌平区累计新冠疫苗接种共完成 1015000 人次，整体接种秩序井然。将 1015000 用科学记数法表示应为

(A) 10.15×10^6 (B) 1.015×10^6 (C) 0.1015×10^7 (D) 1.015×10^7

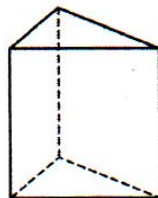
2. 下列几何体的主视图和俯视图完全相同的是



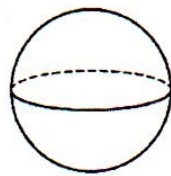
(A)



(B)

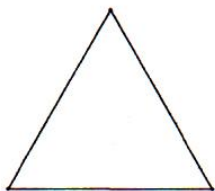


(C)



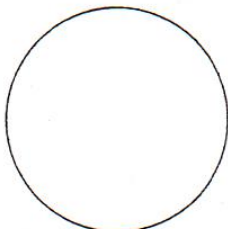
(D)

3. 下列图形中是轴对称图形，但不是中心对称图形的是



等边三角形

(A)



圆

(B)



正方形

(C)



正六边形

(D)

4. 实数 a, b, c, d 在数轴上对应的点的位置如图所示，下列结论正确的是

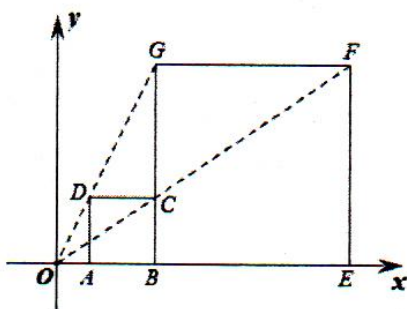


(A) $|a| < |b|$ (B) $ad > 0$ (C) $a + c > 0$ (D) $d - a > 0$

5. 如果一个多边形的内角和与外角和相等，那么这个多边形的边数是

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

6. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，正方形 $ABCD$ 和正方形 $BEFG$ 是以原点 O 为位似中心的位似图形，且相似比是 $\frac{1}{3}$ ，点 A, B, E 在 x 轴上，若正方形 $BEFG$ 的边长为 12，则点 C 的坐标为



- (A) (6,2) (B) (6,4) (C) (4,4) (D) (8,4)

7. 疫情期间进入学校都要进入测温通道，体温正常才可进入学校。昌平某校有 2 个测温通道，分别记为 A、B 通道，学生可随机选取其中的一个通道测温进校园。某日早晨该校所有学生体温正常。小王和小李两同学该日早晨进校园时，选择同一通道测温进校园的概率是

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

8. 世界各国温度的计量单位尚不统一，常用的有摄氏温度 ($^{\circ}\text{C}$) 和华氏温度 ($^{\circ}\text{F}$) 两种，它们之间的换算关系如下表所示：

摄氏 (单位 $^{\circ}\text{C}$)	0	1	2	3	4	5	6
华氏 (单位 $^{\circ}\text{F}$)	32	33.8	35.6	37.4	39.2	41	42.8

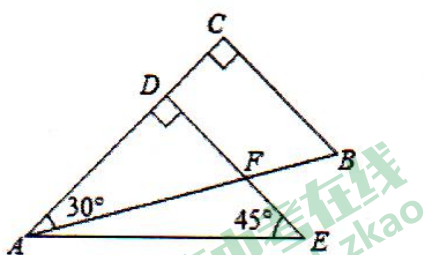
那么当华氏度与摄氏度对应相等时的温度值是

- (A) 32 (B) -20 (C) -40 (D) 40

二、填空题 (本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 代数式 $\sqrt{2x-4}$ 有意义时， x 应满足的条件是_____。

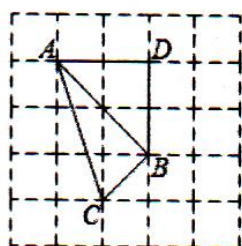
10. 将一副三角板如图摆放，斜边 AB 与直角边 DE 相交于点 F ，则 $\angle BFE =$ _____。



11. 写出一个比 $\sqrt{8}$ 小的正整数是_____。

12. 如图所示的网格是正方形网格，点 A, B, C, D 是网格线交点，则 $\triangle ABC$ 的面积与 $\triangle ADB$ 的面积大小关系为：

$S_{\triangle ABC}$ _____ $S_{\triangle ADB}$ (填“>”“=”或“<”).





13. 方程组 $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$ 的解为_____.

14. 今年五月某中学举行一次“新冠”防疫知识竞赛，该校九年级1班、2班各选派了6名学生参赛，为了全面了解、比较两个班级的参赛学生的实力，请你根据下表成绩对他们进行统计分析：

1班	65	70	70	70	75	82
2班	55	70	70	75	80	82

请问： \bar{x}_1 _____ \bar{x}_2 ， s_1^2 _____ s_2^2 (填“>”“=”或“<”).

15. 有一条抛物线，两位同学分别说了它的一个特点：

甲：对称轴是直线 $x = 4$ ；

乙：顶点到 x 轴的距离为 2.

请你写出一个符合条件的解析式：_____.

16. 盒子里有甲、乙、丙三种粒子，若相同种类的两颗粒子发生碰撞，则变成一颗乙粒子；不同种类的两颗粒子发生碰撞，会变成第三种粒子。例如一颗甲粒子和一颗乙粒子发生碰撞则变成一颗丙粒子。现有甲粒子 6 颗，乙粒子 4 颗，丙粒子 5 颗，如果经过各种两两碰撞后，只剩下 1 颗粒子，给出下列结论：

①最后一颗粒子可能是甲粒子；

②最后一颗粒子一定不是乙粒子；

③最后一颗粒子可能是丙粒子.

其中正确结论的序号是：_____.

三、解答题 (本题共 68 分，第 17 - 22 题，每小题 5 分，第 23 - 26 题，每小题 6 分，第 27 - 28 题，每小题 7 分) 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17. 计算： $\sqrt{8} - (\frac{1}{2})^{-1} + |-2| - 4\sin 45^\circ$.

18. 解不等式组： $\begin{cases} 4x - 6 < 2x \\ 3x - 2 > \frac{x}{5} \end{cases}$ ，并把解集表示在数轴上.

19. 已知 $x^2 + x - 1 = 0$ ，求代数式 $(3x + 1)^2 - x(x - 2)$ 的值.



20. 下面是小明同学设计的“作一个角等于已知角的2倍”的尺规作图过程.

已知: $\angle AOB$

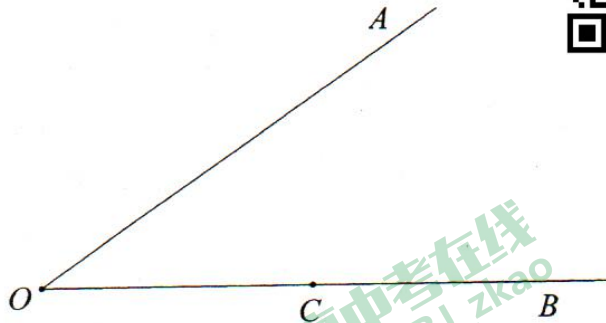
求作: $\angle ADC$, 使 $\angle ADC = 2\angle AOB$

作法: 如图,

①在射线 OB 上任取一点 C ;

②作线段 OC 的垂直平分线, 交 OA 于点 D , 交 OB 于点 E , 连接 DC .

所以 $\angle ADC$ 即为所求的角.



根据小明设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形 (保留作图痕迹)

(2) 完成下面证明 (说明: 括号里填写作图依据)

证明: $\because DE$ 是线段 OC 的垂直平分线,

$\therefore OD = \underline{\hspace{2cm}}$ ($\hspace{2cm}$).

$\therefore \angle AOB = \underline{\hspace{2cm}}$ ($\hspace{2cm}$).

$\because \angle ADC = \angle AOB + \angle DCO$,

$\therefore \angle ADC = 2\angle AOB$.

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + a = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 a 的取值范围;

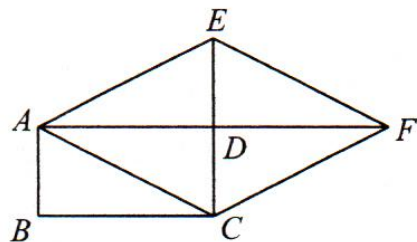
(2) 请你给出一个符合条件的 a 的值, 并求出此时方程的解.

22. 如图, 矩形 $ABCD$, 延长 AD 至点 F , 使 $DF = AD$, 连接 AC , CF , 过点 A 作 $AE \parallel CF$ 交 CD 的延长线于点 E , 连接 EF .

(1) 求证: 四边形 $ACFE$ 是菱形;

(2) 连接 BE 交 AD 于点 G . 当 $AB = 2$,

$\tan \angle ACB = \frac{1}{2}$ 时, 求 BE 的长.



23. 为了解昌平区两校学生对垃圾分类知识的掌握情况，从甲、乙两所学校各随机抽取 40 名学生进行垃圾分类知识的测试，获得了他们的成绩（百分制）并对数据（成绩）进行了整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 甲、乙两校 40 名学生成绩的频数分布统计表如下：

学校 \ 成绩 x	$50 \leq x < 60$	$60 \leq x < 70$	$70 \leq x < 80$	$80 \leq x < 90$	$90 \leq x \leq 100$
甲	4	15	9	10	2
乙	6	3	15	14	2

(说明：成绩 80 分及以上为优秀，70 ~ 79 分为良好，60 ~ 69 分为合格，60 分以下为不合格)

b. 甲校成绩在 $70 \leq x < 80$ 这一组的是：70, 70, 71, 72, 73, 74, 76, 77, 79

c. 甲、乙两校成绩的平均分、中位数、众数如下：

学校	平均分	中位数	众数
甲	74.2	n	85
乙	73.5	76	84

根据以上信息，回答下列问题：

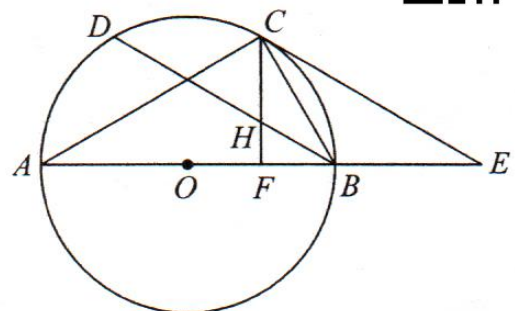
- 写出表中 n 的值；
- 估计乙校 200 名学生中，成绩优秀的学生人数是_____；
- 假设甲校 200 名学生都参加此次测试，并决定年级排名在前 100 名的学生都可以被评为“垃圾分类知识标兵”荣誉称号，预估甲校学生至少要达到_____分可以获得此荣誉称号.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与直线 $l: y = -x - 2$ 交于点 $A(a, -4)$ ，直线 l 与 x 轴交于点 B .

- 求 a, k 的值；
- 在 y 轴上存在一点 C ，使得 $S_{\triangle ABC} = 3$ ，求点 C 的坐标.

25. 如图， AB 为 $\odot O$ 直径，点 C, D 在 $\odot O$ 上，且 $\widehat{CD} = \widehat{CB}$ ，过点 C 作 $CE \parallel BD$ ，交 AB 延长线于点 E .

- 求证： CE 为 $\odot O$ 切线；
- 过点 C 作 $CF \perp AE$ 交 BD 于 H 点， $\angle E = 30^\circ$ ， $CH = 6$ ，求 BE 的长.



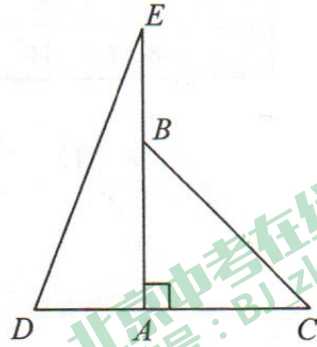
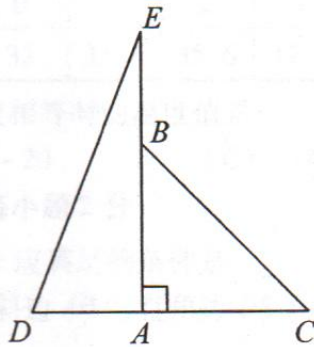


26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3a$ ($a \neq 0$) 与 x 轴的交点为点 $A(1, 0)$ 和点 B .

- (1) 直接写出抛物线的对称轴和点 B 的坐标;
- (2) 分别过点 $P(t, 0)$ 和点 $Q(t+2, 0)$ 作 x 轴的垂线, 交抛物线于点 M 和点 N , 记抛物线在 M, N 之间的部分为图象 G (包括 M, N 两点). 记图形 G 上任意一点的纵坐标的最大值是 m , 最小值为 n .
 - ① 当 $a=2$ 时, 画出抛物线的图象, 根据图象直接写出 $m-n$ 的最小值;
 - ② 若存在实数 t , 使得 $m-n=2$, 直接写出 a 的取值范围.

27. 如图, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, 点 D 是 CA 延长线上一点, 点 E 是 AB 延长线上一点, 且 $AD = BE$. 过点 A 作 DE 的垂线交 DE 于点 F , 交 BC 的延长线于点 G .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 当 $\angle AED = \alpha$, 请你用含 α 的式子表示 $\angle AGC$;
- (3) 用等式表示线段 CG 与 AD 之间的数量关系, 并写出证明思路.



备用图

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 M, N , 给出如下定义: P 为图形 M 上任意一点, Q 为图形 N 上任意一点, 如果 P, Q 两点间的距离有最小值, 那么称这个最小值为图形 M, N 间的“闭距离”, 记作 $d(M, N)$. 特殊地, 当图形 M 与图形 N 有公共点时, 规定 $d(M, N) = 0$.

已知点 $A(-2, 0)$, $B(0, 2\sqrt{3})$, $C(2, 0)$, $D(0, m)$.

- (1) ① 求 $d(\text{点 } O, \text{线段 } AB)$;
- ② 若 $d(\text{线段 } CD, \text{直线 } AB) = 1$, 直接写出 m 的值;
- (2) $\odot O$ 的半径为 r . 若 $d(\odot O, \text{线段 } AB) \leq 1$, 直接写出 r 的取值范围;
- (3) 若直线 $y = \sqrt{3}x + b$ 上存在点 E , 使 $d(E, \triangle ABC) = 1$, 直接写出 b 的取值范围.