

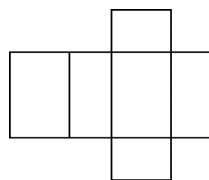
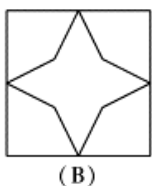
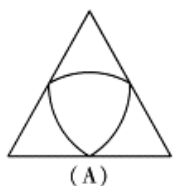
## 2019-2020 学年度第二学期阶段测试

年级：初三 科目：数学 班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

考 生 须 知	<p>1. 本试卷共 7 页，共三道大题 28 道小题。满分 100 分。考试时间 100 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号。</p> <p>3. 试题答案一律书写在答题纸上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 请按规定时间将选择题在平台录入，非选择题按要求拍照上传到平台。</p>
------------------	---

## 一. 选择题 (本题共 16 分，每小题 2 分) (第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个)

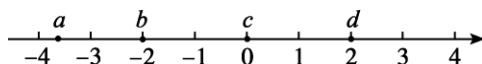
1. 下列图形中，是轴对称图形不是中心对称图形的是



2. 右图是某个几何体的展开图，该几何体是

- A. 圆锥                      B. 圆柱  
C. 三棱柱                    D. 四棱柱

3. 实数  $a, b, c, d$  在数轴上的对应点的位置如图所示，



下列结论 ①  $a < b$ ; ②  $|b| = |d|$ ; ③  $a + c = a$ ; ④  $ad > 0$  中，正确的有

- A. 4 个                      B. 3 个                      C. 2 个                      D. 1 个

4. 如果  $m + n = 2$ ，那么代数式  $(m + \frac{m^2 + n^2}{2n}) \cdot \frac{n}{m + n}$  的值是

- A. 2                      B. 1                      C.  $\frac{1}{2}$                       D. -1

5. 甲、乙两位同学做中国结，已知甲每小时比乙少做 6 个，甲做 30 个所用的时间与乙做 45 个所用的时间相同，求甲每小时做中国结的个数。如果设甲每小时做  $x$  个，那么可列方程为

- A.  $\frac{30}{x-6} = \frac{45}{x}$               B.  $\frac{30}{x} = \frac{45}{x-6}$               C.  $\frac{30}{x} = \frac{45}{x+6}$               D.  $\frac{30}{x+6} = \frac{45}{x}$

6. 为了迎接 2022 年的冬奥会，中小学都积极开展冰上运动。小乙和小丁进行 500 米短道速滑比赛，他们的五次成绩 (单位：秒) 如下表所示：



	1	2	3	4	5
小乙	45	63	55	52	60
小丁	51	53	58	56	57

设两人的五次成绩的平均数依次为  $\bar{x}_Z$ ,  $\bar{x}_T$ , 成绩的方差依次为  $s_Z^2$ ,  $s_T^2$ , 则下列判断中正确的是

- A.  $\bar{x}_Z = \bar{x}_T$ ,  $s_Z^2 < s_T^2$       B.  $\bar{x}_Z = \bar{x}_T$ ,  $s_Z^2 > s_T^2$   
 C.  $\bar{x}_Z > \bar{x}_T$ ,  $s_Z^2 > s_T^2$       D.  $\bar{x}_Z < \bar{x}_T$ ,  $s_Z^2 < s_T^2$

7. 已知二次函数  $y = (a-1)x^2 + 3ax + 1$  图象上四个点的坐标为  $A(x_1, m)$ ,  $B(x_2, m)$ ,  $C(x_3, n)$ ,  $D(x_4, n)$ , 其中  $m < n$ . 下列结论可能正确的是.

- A. 若  $a > \frac{3}{2}$ , 则  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$       B. 若  $a > \frac{3}{2}$ , 则  $x_4 < x_1 < x_2 < x_3$   
 C. 若  $a < -\frac{3}{2}$ , 则  $x_1 < x_3 < x_2 < x_4$       D. 若  $a < -\frac{3}{2}$ , 则  $x_3 < x_2 < x_1 < x_4$

8. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $P(a, b)$  经过某种变换后得到对应点为  $P'(\frac{1}{2}a+1, \frac{1}{2}b-1)$ .

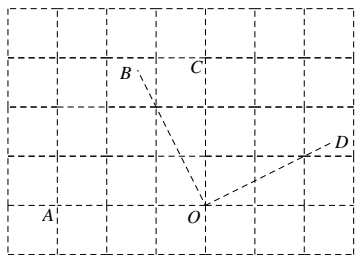
已知点  $A, B, C$  是不共线的三个点, 它们经过某种变换后, 得到对应点分别是点  $A', B', C'$ . 若  $\triangle ABC$  的面积为  $S_1$ ,  $\triangle A'B'C'$  的面积为  $S_2$ , 则用等式表示  $S_1$  与  $S_2$  的关系为

- A.  $S_1 = \frac{1}{2}S_2$       B.  $S_1 = \frac{1}{4}S_2$       C.  $S_1 = 2S_2$       D.  $S_1 = 4S_2$

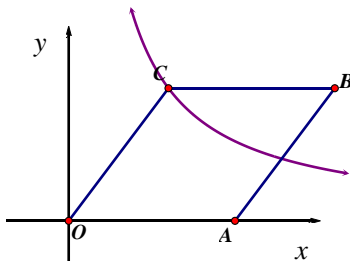
## 二. 填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 分解因式:  $ab^2 - 4ab + 4a =$  \_\_\_\_\_

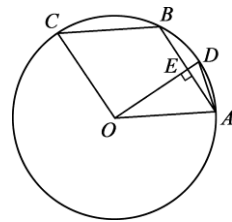
10. 如图所示的网格是正方形网格, 则  $\angle AOB$  \_\_\_\_\_  $\angle COD$ . (填“>”, “=”或“<”)



第 10 题图



第 11 题图



第 12 题图

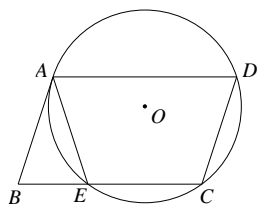
11. 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形  $OABC$  的边  $OA$  在  $x$  轴上, 点  $A(5, 0)$ ,

$\sin \angle COA = \frac{4}{5}$ . 若反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  经过点  $C$ , 则  $k$  的值等于 \_\_\_\_\_

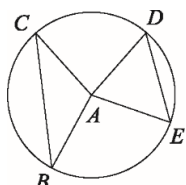
12. 如图, 点  $A, B, C$  在  $\odot O$  上, 四边形  $OABC$  是平行四边形,  $OD \perp AB$  于点  $E$ , 交  $\odot O$  于  $D$ , 则  $\angle BAD =$  \_\_\_\_\_ 度.



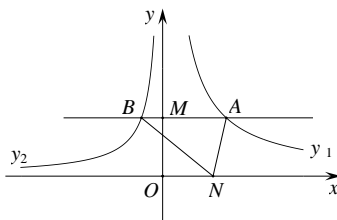
13. 如图, 四边形  $ABCD$  是平行四边形,  $\odot O$  经过点  $A, C, D$ , 与  $BC$  交于点  $E$ , 连接  $AE$ , 若  $\angle D = 72^\circ$ , 则  $\angle BAE =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .



第 13 题图



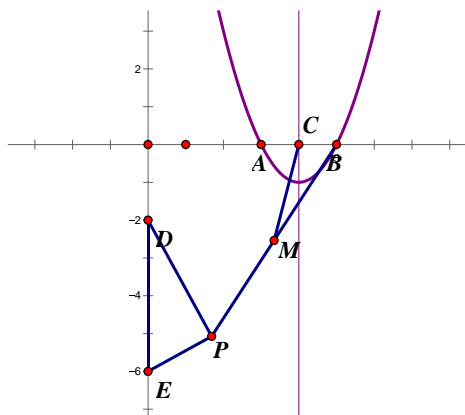
第 14 题图



第 15 题图

15. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知函数  $y_1 = \frac{3}{x} (x > 0)$  和  $y_2 = -\frac{1}{x} (x < 0)$ , 点  $M$  为  $y$  轴正半轴上一点,  $N$  为  $x$  轴上一点, 过  $M$  作  $y$  轴的垂线分别交  $y_1, y_2$  的图象于  $A, B$  两点, 连接  $AN, BN$ , 则  $\triangle ABN$  的面积为\_\_\_\_\_.

16. 如图, 抛物线  $y = x^2 - 8x + 15$  与  $x$  轴交于  $A, B$  两点, 对称轴与  $x$  轴交于点  $C$ , 点  $D(0, -2)$  点  $E(0, -6)$ , 点  $P$  是平面内一动点, 且满足  $\angle DPE = 90^\circ$ ,  $M$  是线段  $PB$  的中点, 连结  $CM$ . 则线段  $CM$  的最大值是\_\_\_\_\_.



三. 解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分; 第 23-26 题, 每小题 6 分; 第 27, 28 题 每小题 7 分)

17. 计算:  $(\pi - 2019)^0 + |\sqrt{2} - 1| + (\frac{1}{2})^{-1} - 2 \sin 45^\circ$

18. 在数学课上, 老师提出如下问题: 如何使用尺规完成“过直线  $l$  外一点  $P$  作已知直线  $l$  的平行线”.

小明的作法如下:

- ①在直线  $l$  上取一点  $A$ , 以点  $A$  为圆心,  $AP$  长为半径作弧, 交直线  $l$  于点  $B$ ;
- ②分别以  $P, B$  为圆心, 以  $AP$  长为半径作弧, 两弧相交于点  $Q$  (与点  $A$  不重合);
- ③作直线  $PQ$ .

所以直线  $PQ$  就是所求作的直线.



根据小明的作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

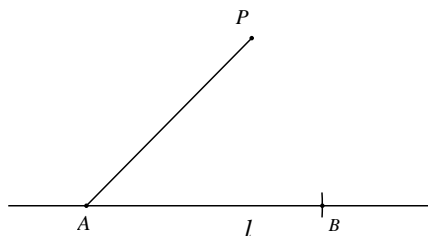
(2) 完成下面的证明.

证明:  $\because AB=AP=$ \_\_\_\_\_= $_____$ .

$\therefore$  四边形  $ABQP$  是菱形

(\_\_\_\_\_)(填推理的依据).

$\therefore PQ \parallel l$ .



19. 解分式方程:  $\frac{x}{x-2} - \frac{2}{x^2-4} = 1$ .

20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $(m-2)x^2 + 3x - 1 = 0$  有两个不相等的实数根.

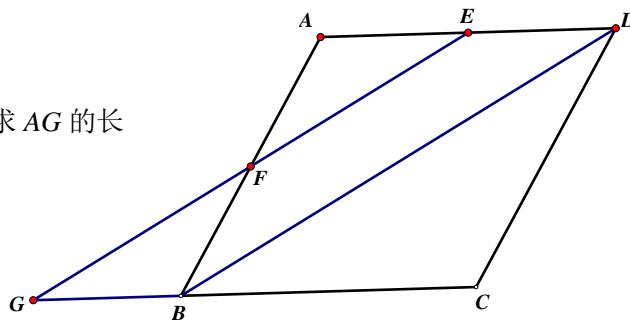
(1) 求  $m$  的取值范围;

(2) 若方程的两个根都是有理数, 请选择一个合适的  $m$ , 并求出此方程的根.

21. 如图, 菱形  $ABCD$  中,  $E, F$  分别为  $AD, AB$  上的点, 且  $AF=AE$ , 连接  $EF$  并延长与  $CB$  的延长线交于点  $G$ , 连接  $BD$ .

(1) 求证: 四边形  $EGBD$  是平行四边形;

(2) 连接  $AG$ , 若  $\angle FGB=30^\circ$ ,  $GB=AE=2$ , 求  $AG$  的长



22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $y = \frac{m}{x} (x > 0)$  的图象  $G$  经过点  $A(3, 2)$ ,

直线  $l: y = kx - 1 (k \neq 0)$  与  $y$  轴交于点  $B$ , 与图象  $G$  交于点  $C$ .

(1) 求  $m$  的值;

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记图象  $G$  在点  $A, C$  之间的部分与线段  $BA, BC$  围成的区域 (不含边界) 为  $W$ .

① 当直线  $l$  过点  $(2, 0)$  时, 直接写出区域  $W$  内的整点个数;

② 若区域  $W$  内的整点不少于 4 个, 结合函数图象, 求  $k$  的取值范围.



23. 某同学所在年级的 500 名学生参加“志愿北京”活动，现有以下 5 个志愿服务项目：A. 纪念馆志愿讲解员；B. 书香社区图书整理；C. 学编中国结及义卖；D. 家风讲解员；E. 校内志愿服务.每位同学都从中选择一个项目参加.为了解同学们选择这 5 个项目的情况，该同学随机对年级中的 40 名同学选择的志愿服务项目进行了调查，过程如下.

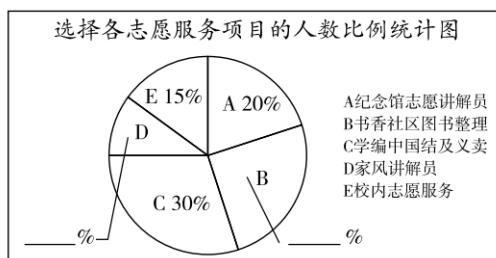
**收集数据** 设计调查问卷，收集到如下的数据（志愿服务项目的编号，用字母代号表示）

B, E, B, A, E, C, C, C, B, B,  
 A, C, E, D, B, A, B, E, C, A,  
 D, D, B, B, C, C, A, A, E, B,  
 C, B, D, C, A, C, C, A, C, E.

**整理、描述数据** 划记、整理、描述样本数据、绘制统计图如下.请补全统计表和统计图.

选择各志愿服务项目的人数统计表

志愿服务项目	划记	人数
A 纪念馆志愿讲解员	正 下	8
B 书香社区图书整理		
C 学编中国结及义卖	正 正 下	12
D 家风讲解员		
E 校内志愿服务	正 一	6
合计		40



**分析数据、推断结论**

- 抽样的 40 个样本数据（志愿服务项目的编号）的众数是\_\_\_\_\_（填 A-E 的字母代号）
- 请你任选 A-E 中的两个志愿服务项目，根据该同学的样本数据估计全年级大约有多少名同学选择这两个志愿服务项目.

24. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ,点  $D, E$  分别为  $BC, AB$  的中点，连接  $AD$ .在线段  $AD$  上任取一点  $P$ ，连接  $PB, PE$ .若  $BC=4, AD=6$ ，设  $PD=x$ （当点  $P$  与点  $D$  重合时， $x$  的值为 0）， $PB+PE=y$ .

小明根据学习函数的经验，对函数  $y$  随自变量  $x$  的变换而变化的规律进行了探究.

下面是小明的探究过程，请补充完整：

(1) 通过取点、画图、计算，得到了  $x$  与  $y$  的几组值，如下表：

$x$	0	1	2	3	4	5	6
$y$	5.2		4.2	4.6	5.9	7.6	9.5

（说明：补全表格时，相关数值保留一位小数）.

（参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236$ ）

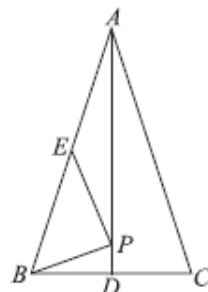
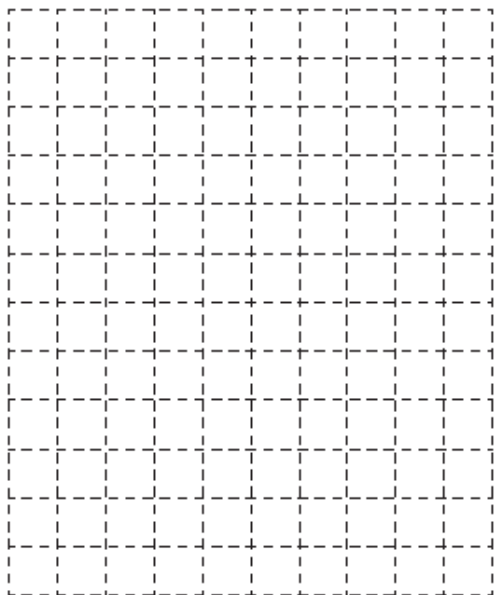


图 1



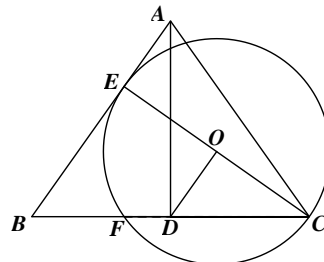
(2) 建立平面直角坐标系, 描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点, 画出该函数的图象;



(3) 函数  $y$  的最小值为\_\_\_\_\_ (保留一位小数), 此时点  $P$  在图 1 中的位置为\_\_\_\_\_.

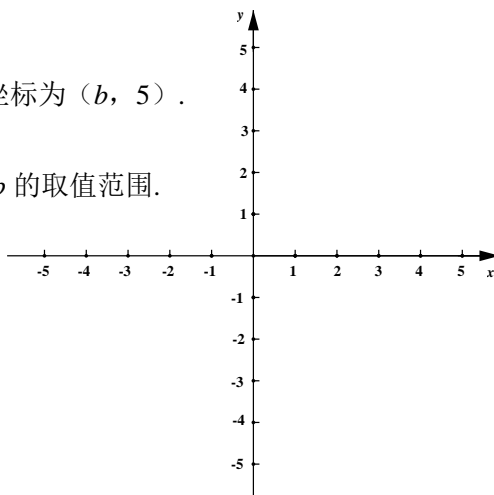
25. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $AD \perp BC$  于点  $D$ , 过点  $C$  作  $\odot O$  与边  $AB$  相切于点  $E$ , 交  $BC$  于点  $F$ ,  $CE$  为  $\odot O$  的直径.

- (1) 求证:  $OD \perp CE$ ;
- (2) 若  $DF=1$ ,  $DC=3$ , 求  $AE$  的长.

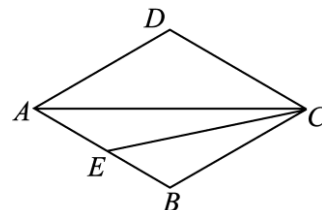


26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $M: y = -x^2 + 2bx + c$  与直线  $l: y = 9x + 14$  交于点  $A$ , 且点  $A$  的横坐标为  $-2$ .

- (1) 请用  $b$  的代数式表示  $c$ .
- (2) 点  $B$  在直线  $l$  上, 点  $B$  的横坐标为  $-1$ , 点  $C$  的坐标为  $(b, 5)$ .
  - ① 若抛物线  $M$  过点  $B$ , 求该抛物线的解析式.
  - ② 若抛物线  $M$  与线段  $BC$  恰有一个交点, 直接写出  $b$  的取值范围.



27. 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle DAB=60^\circ$ , 点  $E$  为  $AB$  边上一动点 (与点  $A, B$  不重合), 连接  $CE$ , 将  $\angle ACE$  的两边所在射线  $CE, CA$  以点  $C$  为中心, 顺时针旋转  $120^\circ$ , 分别交射线  $AD$  于点  $F, G$ .



- (1) 依题意补全图形;
- (2) 若  $\angle ACE=\alpha$ , 求  $\angle AFC$  的大小 (用含  $\alpha$  的式子表示);
- (3) 用等式表示线段  $AE, AF$  与  $CG$  之间的数量关系, 并证明.

28. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 过  $\odot T$  外一点  $P$  引它的两条切线, 切点分别为  $M, N$ , 若  $60^\circ \leq \angle MPN < 180^\circ$ , 则称  $P$  为  $\odot T$  的环绕点.

(1) 当  $\odot O$  半径为 1 时,

①在  $P_1(1,0), P_2(1,1), P_3(0,2)$  中,  $\odot O$  的环绕点是\_\_\_\_\_;

②直线  $y=2x+b$  与  $x$  轴交于点  $A$ ,  $y$  轴交于点  $B$ , 若线段  $AB$  上存在  $\odot O$  的环绕点, 求  $b$  的取值范围;

(2)  $\odot T$  的半径为 1, 圆心为  $(0, t)$ , 以  $(m, \frac{\sqrt{3}}{3}m)(m > 0)$  为圆心,  $\frac{\sqrt{3}}{3}m$  为半径的所有圆构成图形  $H$ , 若在图形  $H$  上存在  $\odot T$  的环绕点, 直接写出  $t$  的取值范围.

