

北师大附中 2015-2016 学年度第一学期期中考试

初一数学试卷

试卷说明：本试卷满分 120 分，考试时间为 100 分钟。

一. 选择题：(本题 30 分，每小题 3 分)

1. $-2\frac{1}{2}$ 的绝对值是 ().

- A. $-2\frac{1}{2}$ B. 0 C. $-\frac{2}{5}$ D. $\frac{5}{2}$

【答案】D

【解析】 $\because \left| -2\frac{1}{2} \right| = 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$. $\therefore -2\frac{1}{2}$ 的绝对值是 $\frac{5}{2}$.

2. 光年是天文学中的距离单位，1 光年大约是 9500 000 000 000，这个数据用科学记数法表示是 ().

- A. 0.95×10^{13} km B. 9.5×10^{12} km C. 9.5×10^{11} km D. 950×10^{10} km

【答案】B

【解析】 \because 一个绝对值大于等于 1 或小于 10 的实数记为 $a \times 10^n$ 的形式 (比如 $1 \leq |a| < 10$), 这种记数法叫做科学记数法. $\therefore 9500\ 000\ 000\ 000$ 用科学计数法表示为 9.5×10^{12} km.

3. 在有理数中，绝对值等于它本身的数有 ().

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 无穷多个

【答案】D

【解析】在有理数中，绝对值等于它本身的数为所有非负有理数，而非负有理数有无穷多个。

4. 如果数 a, b ，满足 $ab < 0, a + b > 0$ ，那么下列结论正确的是 ().

- A. $|a| > |b|$ B. $|a| < |b|$
C. 当 $a > 0, b < 0$ 时， $|a| > |b|$ D. 当 $a < 0, b > 0$ 时， $|a| > |b|$

【答案】C

【解析】 $\because ab < 0, \therefore a, b$ 为异号， $a + b > 0, \therefore$ 正数的绝对值较大. 故选 C.

5. 在代数式： $a^2 + 1, -b + \frac{3}{\pi}, 1 + \frac{3}{x}, \frac{9}{2}xy, -\frac{1}{3}ab^2, x - \frac{1}{21}, \frac{a+b}{2}$ 中，是多项式的有 ().

A. 3个 B. 4个 C. 5个 D. 6个

【答案】B

【解析】几个单项式的和为多项式，而单项式是指字母与数字的乘积，单独的一个数或字母也是单项式。由以上定义可以得出，是多项式的有： a^2+1 ， $-b+\frac{3}{\pi}$ ， $x-\frac{1}{21}$ ， $\frac{a+b}{2}$ 。

6. 现有五种说法：① $-a$ 表示负数；②若 $|x|=-x$ ，则 $x<0$ ；③绝对值最小的有理数是0；

④ $3\times 10^2x^2y$ 是5次单项式；⑤ $\frac{x-y}{5}$ 是多项式，其中正确的是()。

A. ①② B. ②③ C. ③⑤ D. ④⑤

【答案】C

【解析】① $-a$ 不一定表示负数，当 $a<0$ 时， $-a$ 表示正数，故错误；

②若 $|x|=-x$ ， x 一定为负数或0，则 $x\leq 0$ ；故错误；

③根据绝对值的定义绝对值最小的有理数是0，故正确；

④一个单项式中所有字母的指数的和叫这个单项式的次数， $\therefore 3\times 10^2x^2y$ 是3次单项式；

⑤ $\frac{x-y}{5}=\frac{x}{5}-\frac{y}{5}$ 是多项式。故正确。

\therefore ③⑤是正确的，故选C。

7. 今年某药品的单价比去年便宜了10%，如果今年的单价 a 元，则去年的单价是()元。

A. $(1+10\%)a$ B. $(1-10\%)a$ C. $\frac{a}{1+10\%}$ D. $\frac{a}{1-10\%}$

【答案】D

【解析】设去年的单价为 x ，则根据题意得 $(1-10\%)x=a$ ，解得 $x=\frac{a}{(1-10\%)}$ 。

8. 下列合并同类项中，不正确的有()。

① $3x-2y=1$ ；② $x^2+x^2=x^4$ ；③ $3mn-3mn=0$ ；④ $4ab^2-5ab^2=ab^2$ ；⑤ $3a^2+4a^3=7a^5$ 。

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】D

【解析】① $3x-2y\neq 1$ ；② $x^2+x^2=2x^2\neq x^4$ ；③ $3mn-3mn=0$ ；④ $4ab^2-5ab^2=-ab^2\neq ab^2$ ；⑤ $3a^2+4a^3\neq 7a^5$ 。

只有③正确。其他四个都错误，故选D。

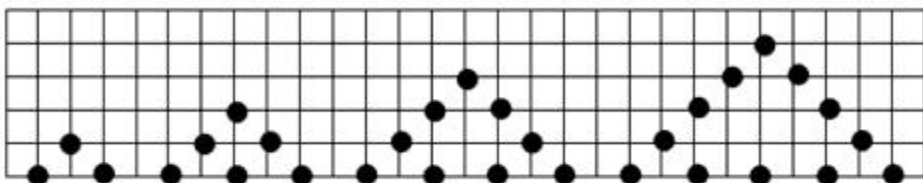
9. 小刚做了一道数学题:“已知两个多项式为 A, B , 求 $A+B$ 的值,”他误将“ $A+B$ ”看成了“ $A-B$ ”, 结果求出的答案是 $x-y$, 若已知 $A=3x-2y$, 那么原来的 $A+B$ 的值应该是 ().

- A. $4x+3y$ B. $5x-5y$ C. $5x-3y$ D. $7x-5y$

【答案】C

【解析】根据题意 $A-B=x-y$, $\because A=3x-2y$, $\therefore 3x-2y-B=x-y$, 解得 $B=2x-y$.
 $\therefore A+B=3x-2y+2x-y=5x-3y$.

10. 用棋子摆出一组三角形, 三角形边上有 n 枚棋子时, 该三角形的棋子总数 S 等于 ().



$(n=2, S=3)$ $(n=3, S=6)$ $(n=4, S=9)$ $(n=5, S=12)$

- A. $3n-3$ B. $n-3$ C. $2n-2$ D. $2n-3$

【答案】A

【解析】根据题意得: 当 $n=2$ 时, $S=3=3 \times 2-3$;

当 $n=3$ 时, $S=6=3 \times 3-3$;

当 $n=4$ 时, $S=9=3 \times 4-3$;

当 $n=5$ 时, $S=12=3 \times 5-3$;

L L

\therefore 当 $n=n$ 时, $S=3n-3$.

二. 填空题 (本题共 30 分, 每小题 3 分)

11. $-2\frac{1}{2}$ 的倒数是 _____; $a-b$ 的相反数是 _____.

【答案】 $-\frac{2}{5}$; $b-a$

【解析】互为倒数的两个数的乘积为 1, 互为相反数的两个数和为 0.

$\therefore -2\frac{1}{2}$ 的倒数是 $-\frac{2}{5}$; $a-b$ 的相反数是 $b-a$.

12. 数轴上的点 A 表示的数是 -4 , 那么距 A 点 6 个单位长度的点所表示的数是 _____.

【答案】 -10 和 2

【解析】距 A 点 6 个单位长度的点有两个, 左边的点为 -10 , 右边的点为 2 .

13. 已知代数式 $2a^3b^{n+1}$ 与 $-3a^{m-2}b^2$ 是同类项, 则 $(-m)^{n+1} =$ _____.

【答案】 25

【解析】 根据同类项性质, $3 = m - 2$, $n + 1 = 2$, 解得 $m = 5$, $n = 1$, $\therefore (-m)^{n+1} = (-5)^2 = 25$.

14. 把多项式 $2x^2y - 3xy^2 + x^3 - 5y^5 + 2^6$ 按 y 的降幂排列是 _____.

【答案】 $-5y^5 - 3xy^2 + 2x^2y + x^3 + 2^6$

【解析】 多项式 y 的指数分别为 5, 2, 1, 降幂排列为 $-5y^5 - 3xy^2 + 2x^2y + x^3 + 2^6$.

15. 已知 $|3m - 15| + \left(\frac{n}{2} + 2\right)^2 = 0$, 则 $2m - n^2 =$ _____.

【答案】 -6

【解析】 根据题意得: $|3m - 15| = 0$, $\left(\frac{n}{2} + 2\right)^2 = 0$, 解得 $m = 5$, $n = -4$,

$\therefore 2m - n^2 = 2 \times 5 - (-4)^2 = 10 - 16 = -6$.

16. 若 $|m - n| = n - m$, 且 $|m| = 4$, $|n| = 3$, 则 $m + n =$ _____.

【答案】 -1 或 -7

【解析】 $\because |m| = 4$, $|n| = 3$, $\therefore m = \pm 4$, $n = \pm 3$

$\because |m - n| = n - m$, $\therefore m < n$. $\therefore m = -4$, $n = \pm 3$.

$\therefore m + n = -4 + 3 = -1$ 或 $m + n = -4 - 3 = -7$.

17. 若多项式 $x^2 - 3kxy - 3y^2 + 6xy - 8$ 不含 xy 项, 则 $k =$ _____.

【答案】 2

【解析】 $\because x^2 - 3kxy - 3y^2 + 6xy - 8 = x^2 + (6 - 3k)xy - 3y^2 - 8$,

\therefore 根据题意多项式不含 xy 项, 则 $6 - 3k = 0$, 解得 $k = 2$.

18. 已知代数式 $x^2 + xy = 2$, $y^2 + xy = -5$, 则 $2x^2 + 5xy + 3y^2 =$ _____.

【答案】 -11

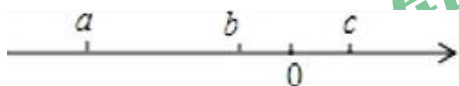
【解析】 $\because x^2 + xy = 2, y^2 + xy = -5,$

$$\therefore 2x^2 + 2xy = 4, 3y^2 + 3xy = -15,$$

$$\therefore 2x^2 + 2xy + 3y^2 + 3xy = 4 - 15.$$

$$\therefore 2x^2 + 5xy + 3y^2 = -11.$$

19. 有理数 a, b, c 在数轴上的对应点如图,



化简代数式: $|a - b| + |a + b| - 2|c - a| =$ _____.

【答案】 $-2c$

【解析】 如图所示可得: $a < b < 0 < c,$

$$\therefore |a - b| + |a + b| - 2|c - a| = (b - a) - (a + b) - 2(c - a)$$

$$= b - a - a - b - 2c + 2a$$

$$= -2c.$$

20. 用“ \star ”定义一种新运算: 对于任意有理数 a 和 b , 规定 $a \star b$

例如: $(-3) \star 2 = \frac{-3 + 2 + |-3 - 2|}{2} = 2.$

(1) 计算: $-6 \star (-10) =$ _____.

(2) 从 $-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,$

$7, 8, 9, 10,$ 中任选两个有理数 $a, b (a \neq b)$ 的值, 并计算 $a \star b$, 那么所有运算结果中的最大值是 _____.

【答案】 $-6; 10$

【解析】 (1) 根据题意 $-6 \star (-10) = \frac{-6 - 10 + |-6 + 10|}{2} = -6.$

(2) 当 $a > b$ 时, $a \star b = \frac{a + b + |a - b|}{2} = \frac{a + b + a - b}{2} = a,$ \therefore 运算结果中的最大值是 $10.$

当 $a < b$ 时, $a \star b = \frac{a+b+|a-b|}{2} = \frac{a+b+b-a}{2} = b$, \therefore 运算结果中的最大值是 10.

二. 计算题: (本题共 20 分, 每小题 4 分)

$$21. -4\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2} + 7\frac{3}{4} - \left(-5\frac{1}{4}\right)$$

【解析】原式 $= -4\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2} + 7\frac{3}{4} + 5\frac{1}{4}$

$$= -4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} + 5\frac{1}{4} - 1\frac{1}{4} + 7\frac{3}{4}$$

$$= -8 + 4 + 7\frac{3}{4}$$

$$= -4 + 7\frac{3}{4}$$

$$= 3\frac{3}{4}$$

$$22. -2^2 + \left(-\frac{1}{42}\right) \div \left|\frac{1}{6} - \frac{2}{7}\right| - \frac{4}{5}$$

【解析】原式 $= -4 + \left(-\frac{1}{42}\right) \div \left|\frac{7}{42} - \frac{12}{42}\right| - \frac{4}{5}$

$$= -4 + \left(-\frac{1}{42}\right) \div \frac{5}{42} - \frac{4}{5}$$

$$= -4 + \left(-\frac{1}{42}\right) \times \frac{42}{5} - \frac{4}{5}$$

$$= -4 - \frac{1}{5} - \frac{4}{5}$$

$$= -4 - 1$$

$$= -5.$$

$$23. \frac{16}{5} \div (-2^3 \times 4) + (-3)^2 \div (-10)$$

【解析】原式 $= \frac{16}{5} \div (-8 \times 4) + 9 \div (-10)$

$$= \frac{16}{5} \div (-32) + 9 \div (-10)$$

$$= -\frac{16}{5} \times \frac{1}{32} - \frac{9}{10}$$

$$= -\frac{1}{10} - \frac{9}{10}$$

= -1.

$$24. -11.35 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 1.05 \times \left(-\frac{2}{9}\right) + 7.7 \times \left(-\frac{4}{3^2}\right)$$

【解析】原式 = $11.35 \times \left(-\frac{4}{9}\right) - 1.05 \times \left(-\frac{4}{9}\right) + 7.7 \times \left(-\frac{4}{9}\right)$

$$= (11.35 - 1.05 + 7.7) \times \left(-\frac{4}{9}\right)$$

$$= 18 \times \left(-\frac{4}{9}\right)$$

$$= -8.$$

$$25. \left(-\frac{1}{12}\right) \div \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right) \div (-0.5^3) + 1 \div 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

【解析】原式 = $\left(-\frac{1}{12}\right) \div \left(\frac{7}{12} - \frac{10}{12} + \frac{9}{12}\right) \times (-4) + \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

$$= \left(-\frac{1}{12}\right) \div \frac{1}{2} \times (-4) - \frac{1}{9}$$

$$= \left(-\frac{1}{12}\right) \times 2 \times (-4) - \frac{1}{9}$$

$$= \frac{2}{3} - \frac{1}{9}$$

$$= \frac{5}{9}.$$

四、化简（本题共 10 分，每小题 5 分）

$$26. 2(x^2 - y^2) - 3(x^2 y^2 + x^2) + 3(x^2 y^2 + y^2)$$

【解析】原式 = $2x^2 - 2y^2 - 3x^2 y^2 - 3x^2 + 3x^2 y^2 + 3y^2$

$$= 2x^2 - 3x^2 - 3x^2 y^2 + 3x^2 y^2 + 3y^2 - 2y^2$$

$$= -x^2 + y^2.$$

$$27. 3a^2 b - [2ab^2 - 2(-a^2 b + 4ab^2)] - 5ab^2$$

【解析】原式 = $3a^2 b - (2ab^2 + 2a^2 b - 8ab^2) - 5ab^2$

$$\begin{aligned}
 &= 3a^2b - 2ab^2 - 2a^2b + 8ab^2 - 5ab^2 \\
 &= 3a^2b - 2a^2b - 2ab^2 + 8ab^2 - 5ab^2 \\
 &= a^2b + ab^2.
 \end{aligned}$$

五、解答题（本题共 21 分，28,29,30 每小题 5 分，31 题 6 分）

28. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, m 的绝对值是 $\frac{1}{2}$ 的倒数, 求 $m^3 - 2cd + \frac{a+b}{m}$ 的值.

【解析】 $\because a, b$ 互为相反数, c, d 互为倒数, m 的绝对值是 $\frac{1}{2}$ 的倒数,

$$\therefore a+b=0, cd=1. m=\pm 2$$

$$\therefore m^3 - 2cd + \frac{a+b}{m} = m^3 - 2.$$

当 $m=2$ 时, 原式 $= 2^3 - 2 = 8 - 2 = 6$.

当 $m=-2$ 时, 原式 $= (-2)^3 - 2 = -8 - 2 = -10$.

29. 已知: $2(m+2)^2 + |n-1| = 0$, 求 $6m^2n^3 - \left[-4mn^3 - 3\left(mn - \frac{5}{3}mn^3\right) \right] - 2(mn + 3m^2n^3)$ 的值.

【解析】 $\because 2(m+2)^2 + |n-1| = 0$,

$$\therefore m = -2, n = 1.$$

$$\text{原式} = 6m^2n^3 - (-4mn^3 - 3mn + 5mn^3) - 2mn - 6m^2n^3$$

$$= 6m^2n^3 + 4mn^3 + 3mn - 5mn^3 - 2mn - 6m^2n^3$$

$$= 6m^2n^3 + 4mn^3 + 3mn - 5mn^3 - 2mn - 6m^2n^3$$

$$= -mn^3 + mn.$$

把 $m = -2, n = 1$ 代入得 $= -(-2) \times 1^3 + (-2) \times 1 = 0$.

30. 已知 $a^2 - a - 4 = 0$, 求 $a^3 - 2(a^2 - a + 3) - \frac{1}{2}(a^2 + a - 4) - 4a$ 的值.

【解析】 $\because a^2 - a - 4 = 0$,

$$\therefore a^2 = a + 4. \text{ 代入原式} = a^3 - 2(a + 4 - a + 3) - \frac{1}{2}(a + 4 + a - 4) - 4a$$

$$= a^3 - 14 - a - 4a$$

$$= a^3 - 5a - 14$$

$$\begin{aligned}
 &= a(a^2 - 5) - 14 \\
 &= a(a + 4 - 5) - 14 \\
 &= a(a - 1) - 14 \\
 &= a^2 - a - 14 \\
 &= a + 4 - a - 14 \\
 &= -10.
 \end{aligned}$$

31. “十一”黄金周期间，某市在8天中外出路由的人数变化如下表（整数表示比前一天多的人数，辅助表示比前一天少的人数）

| 日期 | 1日 | 2日 | 3日 | 4日 | 5日 | 6日 | 7日 |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|
| 人数变化 单位：万人 | +1.6 | +0.8 | +0.4 | -0.4 | -0.8 | +0.2 | -1.2 |

(1) 9月30日外出旅游人数记为 a ，请用含字母 a 的代数式表示10月2日外出旅游的人数：
_____万人。

(2) 请判断八天内外出旅游人数最多的是10月_____日，最少的是10月_____日。

(3) 如果最多一天出游人数有4万人，问9月30日出去旅游的人数有_____万人。

【解析】(1) 根据题意得：10月2日外出旅游的人数为 $a + 1.6 + 0.8 = a + 2.4$ 万人。

(2) 根据题意得：10月1日外出旅游的人数为 $a + 1.6$ 万人；

10月2日外出旅游的人数为 $a + 1.6 + 0.8 = a + 2.4$ 万人；

10月3日外出旅游的人数为 $a + 2.4 + 0.4 = a + 2.8$ 万人；

10月4日外出旅游的人数为 $a + 2.8 - 0.4 = a + 2.4$ 万人；

10月5日外出旅游的人数为 $a + 2.4 - 0.8 = a + 1.6$ 万人；

10月6日外出旅游的人数为 $a + 1.6 + 0.2 = a + 1.8$ 万人；

10月7日外出旅游的人数为 $a + 1.8 - 1.2 = a + 0.6$ 万人；

∴ 八天内外出旅游人数最多的是10月3日，最少的是10月7日。

(3) ∵ 最多一天出游人数有4万人，

∴ 10月3日外出旅游的人数为 $a + 2.8 = 4$ 万人，

∴ $a = 1.2$ 万人。

∴ 9月30日出去旅游的人数有1.2万人。

六、探究题（本题共9分）

32. 阅读材料：

如图1，已知大正方形的边长 a ，小正方形的边长为 b ，按照如下方式组合：

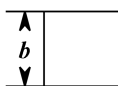
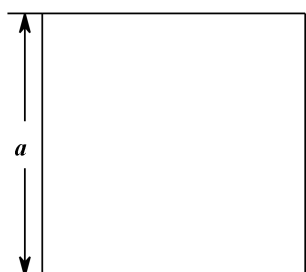


图1

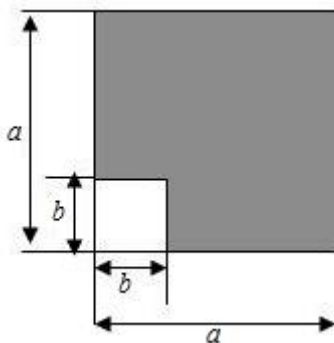


图2

(1) 如图2，图中阴影部分的面积为_____。

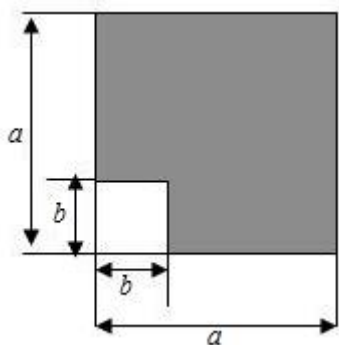


图3

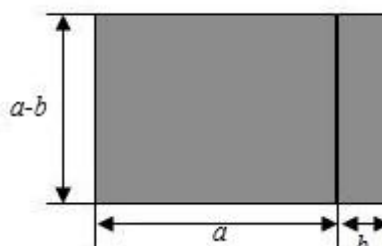


图4

(2) 如图3，将图2中的阴影部分分割为两个长方形，并重新组合成如图4所示的长方形，则图4中的长方形的面积为 $(a+b)(a-b)$ ；

综合(1)、(2)我们可得到等式：_____。

运用此公式计算：① $\left(49\frac{8}{9}\right)^2 - \left(49\frac{1}{9}\right)^2 =$ _____。

② $2009^2 - 2010 \times 2008 =$ _____。

【解析】(1) 图2中，阴影部分的面积为 $a^2 - b^2$ ；

(2) ∵ 图3中阴影部分面积为 $a^2 - b^2$ ，图4中阴影部分面积为 $(a+b)(a-b)$

∴ 我们可得到等式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 。

$$\therefore \textcircled{1} \left(49\frac{8}{9}\right)^2 - \left(49\frac{1}{9}\right)^2 = \left(49\frac{8}{9} + 49\frac{1}{9}\right) \left(49\frac{8}{9} - 49\frac{1}{9}\right) = 99 \times \frac{7}{9} = 77;$$

$$\textcircled{2} 2009^2 - 2010 \times 2008 = 2009^2 - (2009+1)(2009-1)$$

$$= 2009^2 - (2009^2 - 1)$$

$$= 2009^2 - 2009^2 + 1$$

$$= 1.$$

阅读后思考：

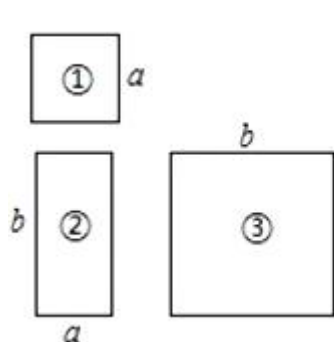


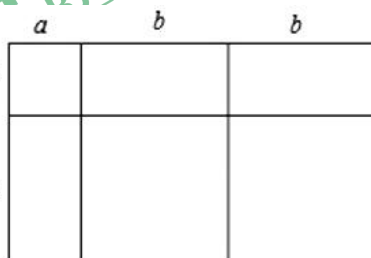
图5



图6

如图5，有1张边长为 a 的小正方形①、3张长为 b 宽为 a 的长方形②以及2张边长为 b 的大正方形③的纸片，请你将他们重新组合成一个大长方形，并在图6虚线框中画出图形，从而得到 $a^2 + 3ab + 2b^2 =$ _____

【解析】如图，



拼成长为 $a+2b$ 和宽为 $a+b$ 的长方形.

\therefore 这个长方形的面积为 $(a+2b) \times (a+b) = a^2 + ab + 2ab + 2b^2 = a^2 + 3ab + 2b^2$.

\therefore 从而得到 $a^2 + 3ab + 2b^2 = (a+2b) \times (a+b)$.

