说明：1．本试卷共 8 页，共两部分，三道大题，28 道小题。满分 100 分，考试时间 90 分钟。

2．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷、草稿纸上作答无效。

3．在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分　选择题

一、选择题（共 24 分，每题 3 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．北京中轴线是指位于北京老城中心，贯穿北京老城南北，并始终决定整个北京老城城市格局的庞大建筑群体. 它既是城市核心建筑群的杰出范例，也是中华文明的独特见证. 下面是 2021 北京中轴线文化遗产传承与创新大赛“北京中轴线标志设计赛道”中的几件入选设计方案，其中主体图案（不包含文字内容）不是轴对称图形的是

(A)　　　　(B)　　　　(C)　　　　(D)

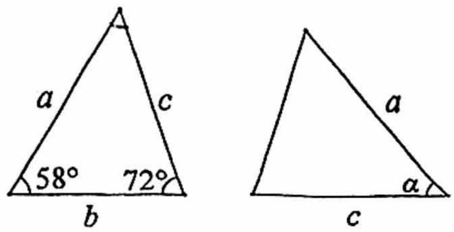
2．五边形的内角和为

(A) 180°　　　　(B) 360°　　　　(C) 540°　　　　(D) 720°

3．已知右图中的两个三角形全等，则∠α 等于

(A) 50°　　　　(B) 58°

(C) 60°　　　　(D) 72°



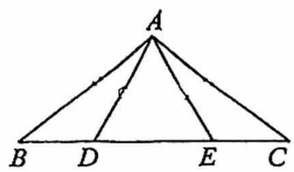
4．在平面直角坐标系 xOy 中，点（5，2）关于 x 轴对称的点的坐标为

(A)（−5，−2）　　　　(B)（5，2）　　　　(C)（5，−2）　　　　(D)（−5，2）

5．如图，在△ABC 中，$AB=AC$，点 D，E 在边 BC 上，满足 $AD=AE$，下列结论不一定成立的是

(A) $\angle ADE=\angle AED$　　　　(B) $AC=CD$

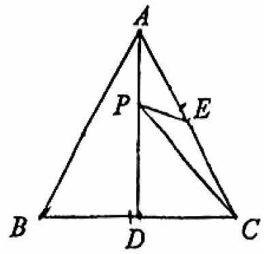
(C) $\angle BAE=\angle CAD$　　　　(D) $BE=CD$



6. 等腰三角形的一个角是 70°，它的底角的大小为

(A) 70°　　(B) 40°　　(C) 70°或 40°　　(D) 70°或 55°

7. 在等边三角形 ABC 中，D，E 分别是 BC，AC 的中点，点 P 是线段 AD 上的一个动点，当△PCE 的周长最小时，P 点的位置在



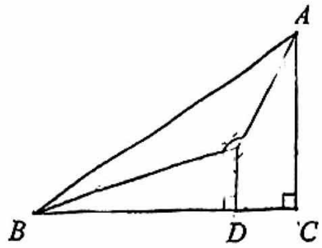
(A)△ABC 的重心处　　(B) AD 的中点处

(C) D 点处　　(D)线段 AD 靠近点 D 的四等分点处

8. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle BAC$ 与 $\angle ABC$ 的平分线交于点 P，过点 P 作 $PD\perp BC$ 于点 D，记△ABC 的周长为 p，$PD=r$，给出下面三个结论：

①$\angle APB=135°$；　②$CD=r$；　③$AC\cdot BC=pr$

上述结论中，所有正确结论的序号是



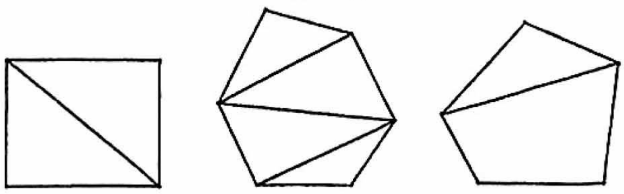
(A) ①②　　(B) ①③

(C) ②③　　(D) ①②③

第二部分　非选择题

二、填空题（共 20 分，每题 2 分）

9. 下列图形中，所有具有稳定性的图形序号是________.

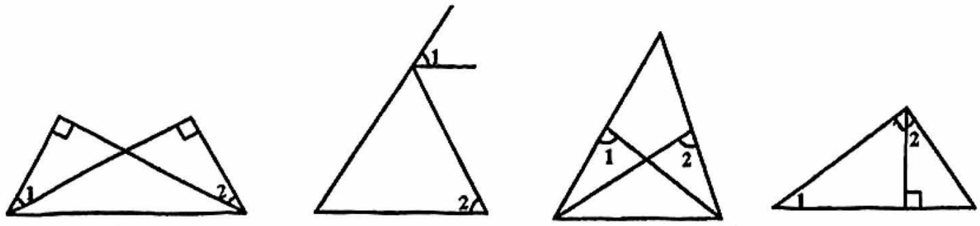


①　②　③

10. 一个三角形的两条边长分别为 2 和 5，则第三边长度 x 的取值范围是________.

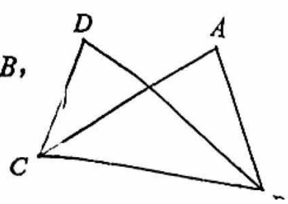
11. 若一个多边形的每个内角都是 140°，则这个多边形的边数为________.

12. 根据图中给定的条件，下列各图中可以判断∠1 与∠2 一定相等的是________（填序号）

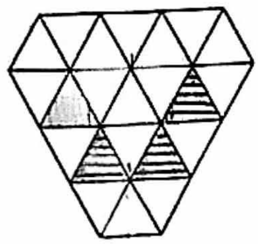


①　②　③　④

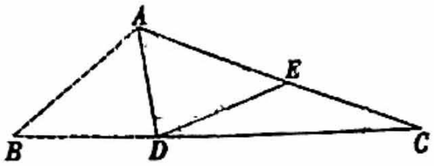
13. 如图，已知 $\angle ABC=\angle BCD$，请你再添加一个条件，使得△ABC≌△DCB，这个条件可以是________，判定全等的依据是________.



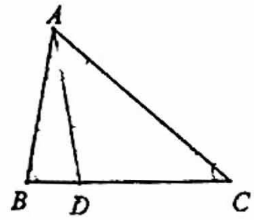
14．如图所示的“钻石”型网格（由边长都为1个单位长度的等边三角形组成），其中已经涂黑了3个小三角形（阴影部分表示），若再只涂黑一个小三角形，使这4个涂黑的三角形可以构成一个轴对称图形．请画出一种涂色方式并画出此时的对称轴（用虚线表示）．



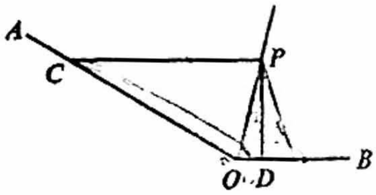
15．如图，AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，$\angle B=2\angle C$，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 所在直线翻折，点 B 在 AC 边上的落点记为点 E，若 $AC=8$，$AB=5$，则 BD 的长为________．



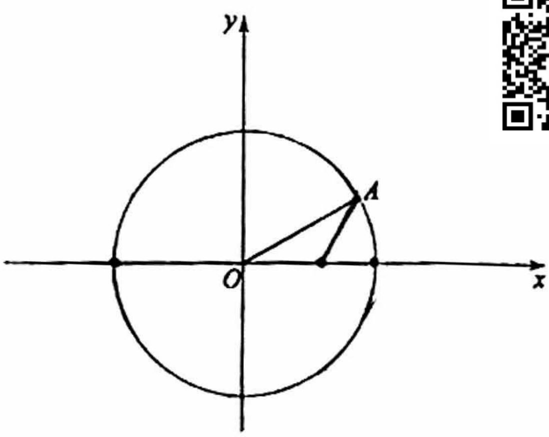
16．如图，$AB=AD=DC$，$\angle BAC=75°$，则 $\angle ABD$ 的度数为________．



17．如图，$\angle AOB=150°$，OP 平分 $\angle AOB$，$PD\perp OB$ 于点 D，$PC/\!/OB$ 交 OA 于点 C，若 $PD=3$，则 OC 的长为________．



18．在课堂的学习中，我们知道：在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 在第一象限，要在 x 轴上找一点 P，使 $\triangle AOP$ 是等腰三角形．当点 A 确定时，符合题意的点 P 的位置及其个数 m 也会随之确定．那么对于所有第一象限的点 A，m 的所有可能值为________．

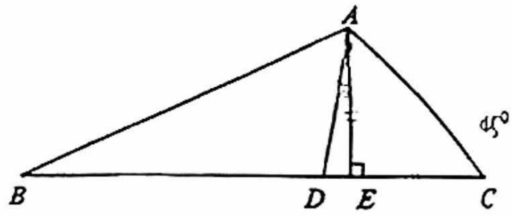


三、解答题（本题共56分，第19-23题，每题5分，第24题6分，第25题5分，第26-27题，每题6分，第28题8分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

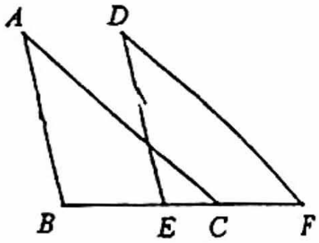
19．已知一个等腰三角形的两边长 x，y 满足方程组 $\begin{cases}x+y=5\\2x-y=4\end{cases}$，求这个等腰三角形的周长．

20．如图，在$\triangle ABC$中，$AB>AC$，AD是角平分线，AE是高，$AE=CE$，$\angle DAE=10°$，求$\angle CAE$和$\angle B$的度数．



21．如图，B，C，E，F在同一条直线上，$AB\parallel DE$，$\angle A=\angle D$，$BE=CF$．

求证：$AC=DF$．



22．下面是“过直线上一点作已知直线的垂线”的尺规作图过程：

已知：如图，点P在直线l上．

求作：直线PQ，使$PQ\perp l$．

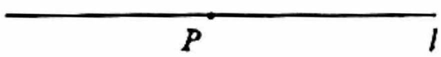
作法：①以点P为圆心，任意长为半径画弧，交直线l于A，B两点，

②分别以A，B为圆心，大于$\frac{1}{2}AB$长为半径画弧，两弧在直线l上方交于点Q，

③作直线PQ．

直线PQ即为所求的垂线．

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；



（2）完成下面的证明．

证明：连接AQ，BQ，

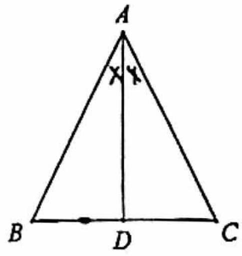
∵ 根据作法，有$AQ=BQ$，$AP=BP$，

∴ $PQ\perp AB$，即$PQ\perp l$（________________）（填推理的依据）

23. 小宇在研究“三线合一”这个结论时，有了这样的思考：当三角形的一条角平分线恰好也是这个三角形的中线时，这个三角形是等腰三角形吗？他画出图形分析后，找到了两种解决问题的方法，请任选其中一种，帮助他完成证明.

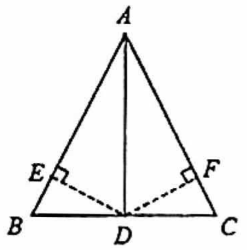
已知：如图，在$\triangle ABC$中，AD平分$\angle BAC$，且点D是BC的中点.

求证：$AB=AC$.



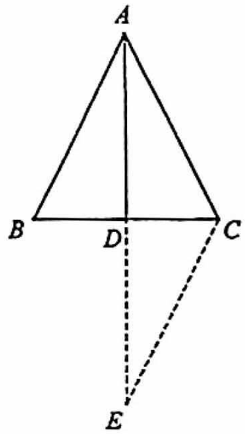
方法一

证明：过点D分别作AB，AC的垂线，垂足分别为E，F.



方法二

证明：延长AD到点E，使$AD=DE$，连接CE.



温馨提示：只选一种方法证明即可，如两种方法都选用的，只按方法一的证明给分.

24. 小宇和小明一起进行数学游戏：已知$\angle MON=90°$，将等腰直角三角板$\triangle ABC$摆放在平面内，使点A在$\angle MON$的内部，且两个底角顶点B，C分别放在边OM，ON上.

（1）如图1，小明摆放$\triangle ABC$，恰好使得$AB\perp OM$，$AC\perp ON$，又由于$\triangle ABC$是等腰直角三角形，$AB=AC$，从而直接可以判断出点A在$\angle MON$的角平分线上. 请回答：小明能够直接作出判断的数学依据是____________________.

（2）如图2，小宇调整了$\triangle ABC$的位置，请判断OA平分$\angle MON$是否仍然成立？若成立，请证明，若不成立，请举出反例.

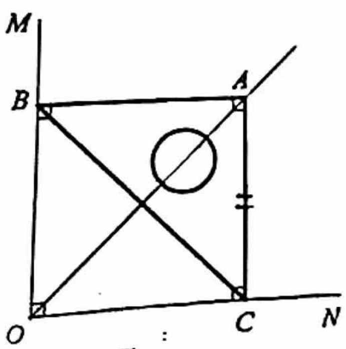


图1

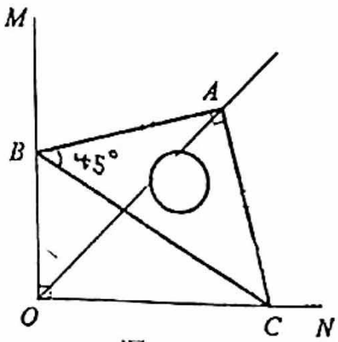


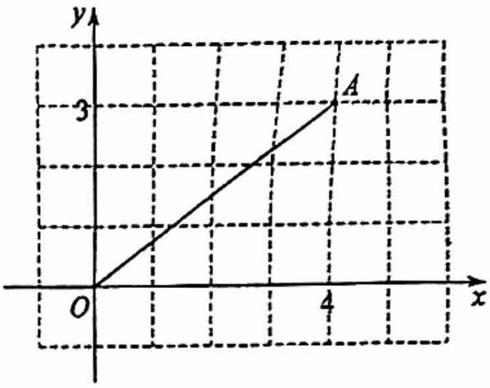
图2

25．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A 的坐标为（4，3），连接 AO，点 P 为 x 轴上一点，且△AOP 是以 AO 为底边的等腰三角形.

（1）利用圆规和无刻度的直尺，作出点 P.（保留作图痕迹）

（2）已知点 Q 的坐标为（3，0），请判断：点 P 与点 Q 在位置上满足________（填序号），并证明这个判断.

①点 P 在点 Q 左侧；　　②点 P 在点 Q 右侧；　　③点 P 与点 Q 重合.



26．已知：点 A 为直线 MN 上一定点，点 B 为直线 MN 外一定点，$\angle BAN=30°$. 将点 B 关于直线 MN 对称，得到点 C，连接 BC 交直线 MN 于点 P. 点 D 为直线 MN 上一动点（不与点 A 重合），以 BD 为边，作等边△BDE（B，D，E 三点按顺时针方向排列），直线 CE 交直线 MN 于点 F.

（1）如图 1，求证：$AD=CE$，并求$\angle BCE$ 的度数；

（2）当点 D 在直线 MN 上运动的过程中，

①下列结论：

(A) $AD=CE$ 始终成立，　　(B) $\angle BCE$ 的度数不变，

(C) 点 F 的位置不变，　　(D) $CF+DF=EF$ 始终成立.

其中所有正确结论的序号是____________.

②若线段 PE 长的最小值为 2，则线段 AB 的长为____________.

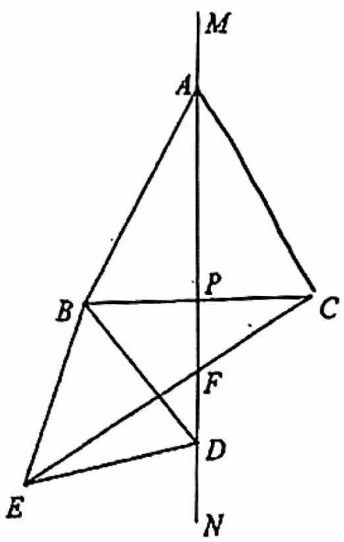
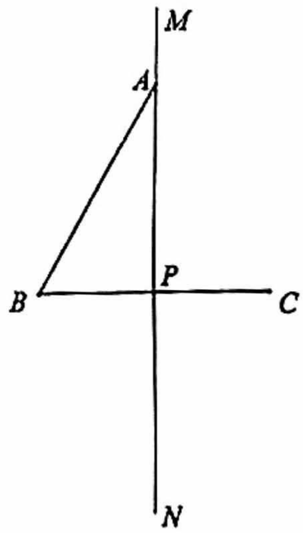


图 1



备用图

27．在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 P（a，b），给出如下定义：若 $b\geq 0$，则将点 P 关于 y 轴对称得到点 Q；若 $b<0$，则将点 P 向上平移 3 个单位，得到点 Q. 称点 Q 为点 P 的“对应点”.

（1）点 P（3，1）的对应点 Q 的坐标为__________；

（2）已知点 A（m，0），B（$m-1$，3），C（$m+3$，-3），连接 AB，AC，得到折线段 B-A-C，

①当 $m=-\dfrac{1}{2}$ 时，如图 1，请判断是否存在这样的点 Q，使得点 Q 同时是折线段 B-A-C 上不同的两个点 P_1，P_2 的对应点？若存在，请求出点 Q 的坐标，若不存在，请说明理由；（注：本问的求解过程或理由，只需图形+简要思路即可）

②若折线段 B-A-C 上任意两点 P_1，P_2 的对应点都不相同，直接写出 m 的取值范围.

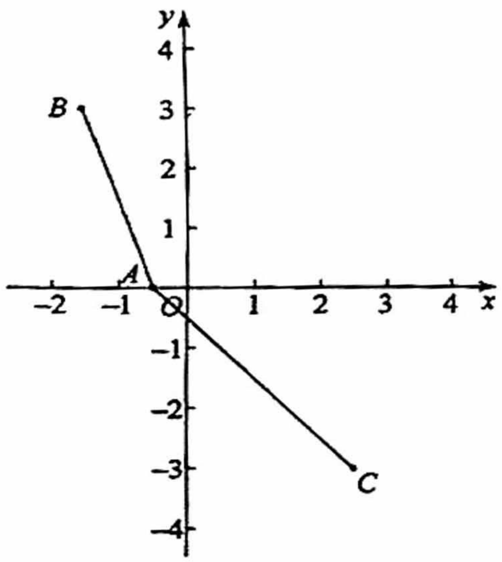
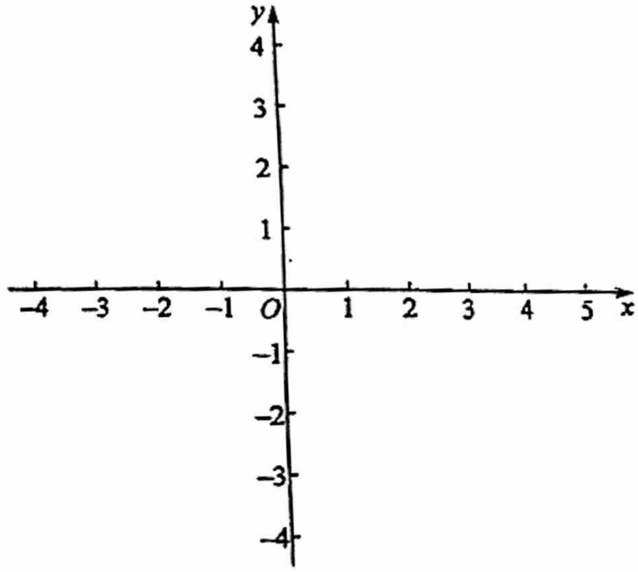


图 1



备用图

28. 已知在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=45°$，$\angle ACB$为锐角，AD是BC边上的高，在射线DA上取一点E，使$DE=DC$，在平面内取一点F，使$CF\perp CA$，$CF=CA$，且点E，F在直线BC的异侧，连接EF交BC于点M.

（1）如图1，当$\angle ACB<45°$时，补全图形，并证明$\angle FCB=\angle CAD$；

（2）在图1中用等式表示线段AD，AE，CM的数量关系，并证明；

（3）设$AD=1$，当$\angle ACB$的大小变化时，若$\dfrac{BM}{DM}<2$，直接写出线段CD长的取值范围.

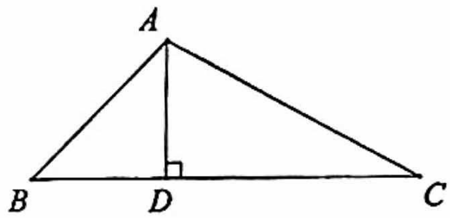
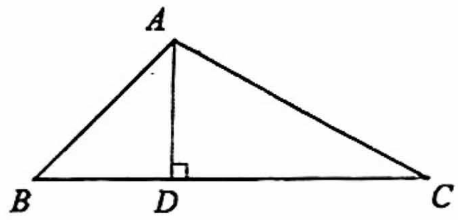


图1



备用图