北京市铁路第二中学2022-2023学年度

九年级期中考试数学试卷

2023年11月

（时间：120分钟　满分：100分）班级

一、选择题.（本题共16分，每小题2分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1．抛物线 $y=(x-1)^2+1$ 的顶点坐标为（　　）

A、$(1,1)$　B. $(1,-1)$　C. $(-1,1)$　D. $(-1,-1)$

2.平面直角坐标系内一点（-3，4）关于原点对称点的坐标是（　　）

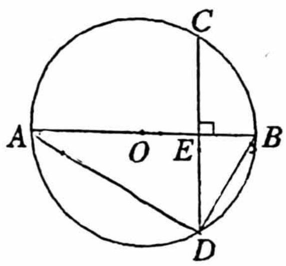
A、（3，4）　B、（-3，-4）　C.（3，-4）　D、（4，-3)

3.一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一根为零,则下列说法正确的是（　　）

A. $b^2-4ac=0$　B. $c=0$　C. $b=0$　D. $c\neq0$

4．如图，在⊙O中，直径AB⊥弦CD于E，连接BD，若∠D=30°，BD=2，则AE的长为（　　）

A．2　B．3　C．4　D．5



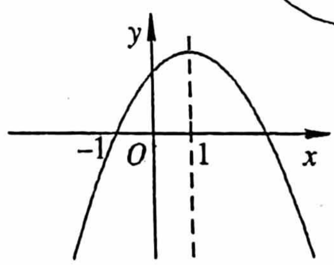
5．如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 $(-1,0)$，对称轴为 $x=1$，则下列结论中正确的是（　　）

A. $a>0$

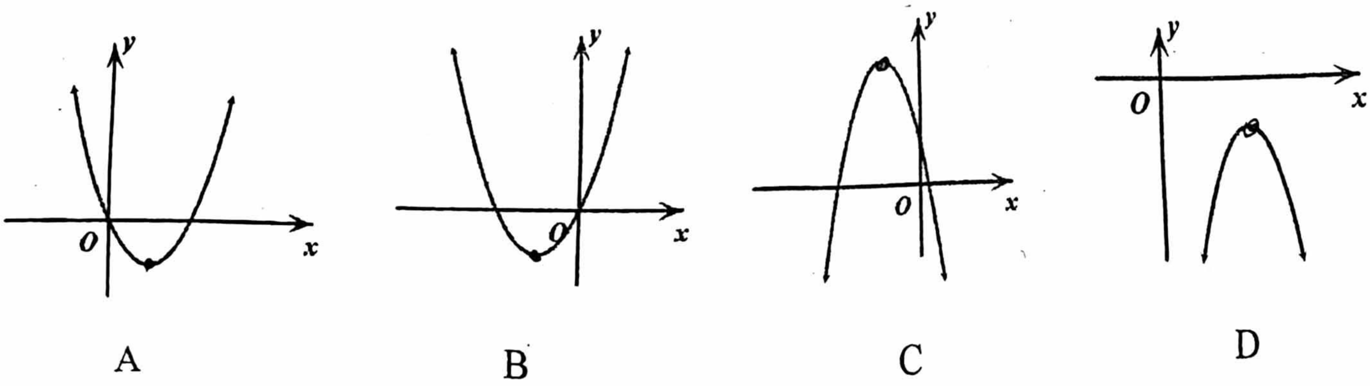
B．当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大

C. $c<0$

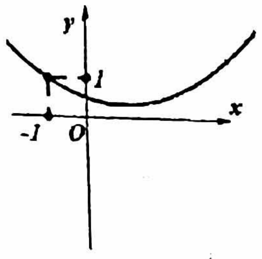
D. $x=3$ 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根

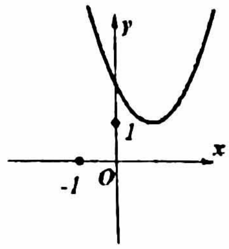


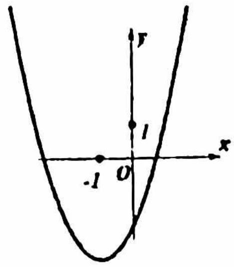
6．关于 x 的二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 中，若 $ahk<0$，则下列示意图中符合要求的是（　　）

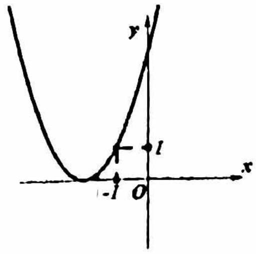


7．二次函数$y=x^2+bx+b$的图象可能是（　　）

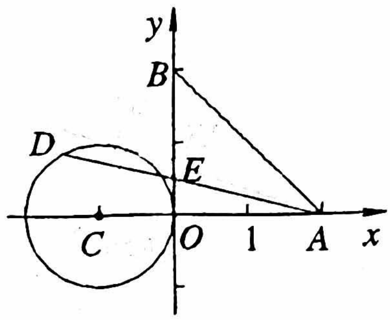

A.


B.


C.


D.

8．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，$A(2,0)$，$B(0,2)$，⊙C 的圆心为点$C(-1,0)$，半径为 1．若 D 是⊙C 上的一个动点，线段 DA 与 y 轴交于点 E，则△ABE 面积的最大值是（　　）



A．2　　　　B．$\frac{8}{3}$

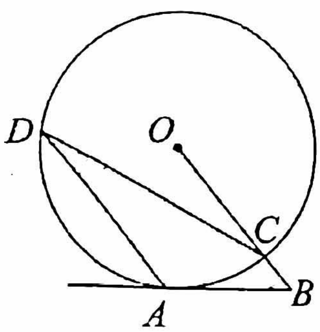
C．$2+\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　D．$2-\frac{\sqrt{2}}{2}$

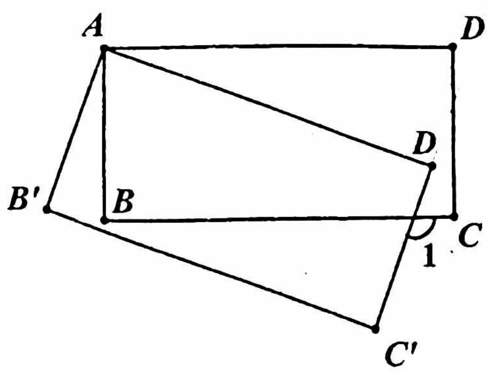
二、填空题.（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．请写出一个常数 c 的值，使得关于 x 的方程$x^2+2x+c=0$有两个不相等的实数根，则 c 的值可以是____________.

10．二次函数$y=(x-1)^2+2$，当$-3<x<2$时，y的取值范围是____________

11．如图，在⊙O 中，AB 切⊙O 于点 A，连接 OB 交⊙O 于点 C，过点 A 作 $AD\parallel OB$ 交⊙O 于点 D，连接 CD．若∠B=50°，则∠OCD 等于_______°.

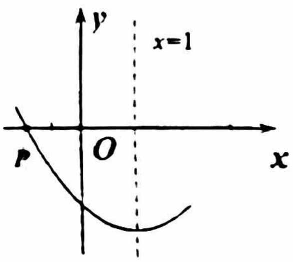

第 11 题图


第 12 题图

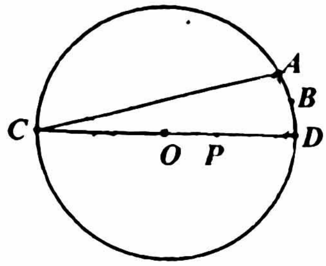
12.如图，将矩形 ABCD 绕点 A 顺时针旋转到矩形 A′B′C′D′ 的位置，旋转角为α（0°＜α＜90°），若∠1=110°，则∠α＝________°.

13. 为响应国家号召打赢脱贫攻坚战，小明利用信息技术开了一家网络商店，将家乡的土特产销往全国．今年 6 月份盈利 12000 元，8 月份盈利 27000 元，求 6 月份到 8 月份盈利的月平均增长率．设 6 月份到 8 月份盈利的月平均增长率为 x，根据题意，可列方程为____________________.

14. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为 $x=1$，点 P，点 Q 是抛物线与 x 轴的两个交点，若点 P 的坐标为$(-1,0)$，则点Q 的坐标为 ________.



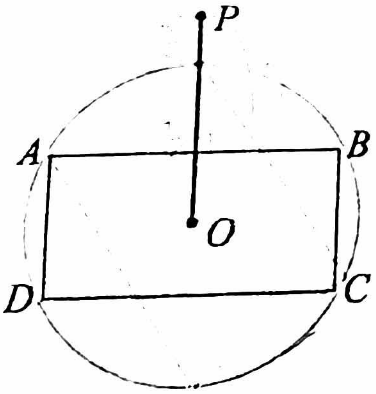
第 14 题图



第 15 题图

15．如图，CD 是⊙O 的直径，CD=8,∠ACD=20°，点 B 为弧 AD 的中点，点 P 是直径 CD 上的一个动点，则 PA+PB 的最小值为 ____________ .

16．我们给出如下定义：在平面内，点到图形的距离是指这个点到图形上所有点的距离的最小值．在平面内有一个矩形 $ABCD$，$AB=4$，$AD=2$，中心为 O，在矩形外有一点 P，$OP=3$，当矩形绕着点 O 旋转时，则点 P 到矩形的距离 d 的取值范围为__________.



三、解答题：（本题共68分，第17题8分，第21、24题各4分，第18、20、22、23题各5分，第19、25、26题各6分，第27、28题各7分）

17. 解方程（1）$x^2+6x+7=0$

解：

（2）$x^2+2x-\frac{6}{x^2+2x}=1$

解：

18. 已知关于x的方程$x^2-2x+2k-3=0$有两个不相等的实数根．

（1）求k的取值范围；

（2）若k为符合条件的最大整数，求此时方程的根．

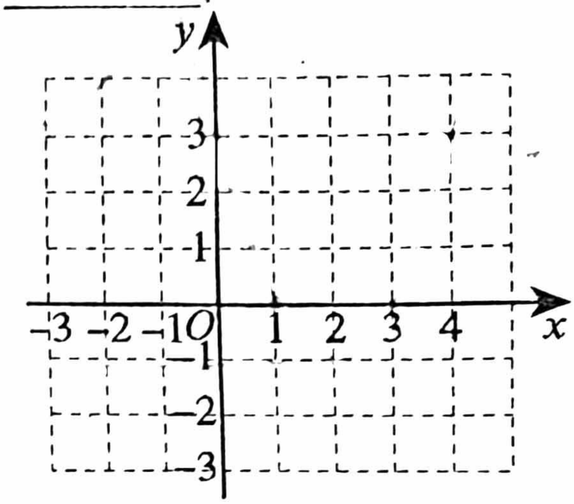
（1）解：

（2）解：

19. 对于抛物线 $y=x^2-4x+3$．（1）它与 x 轴交点的坐标为__________．

与 y 轴交点的坐标为__________，顶点坐标为__________；

（2）在坐标系中利用描点法画出此抛物线；



x	…						…
y	…						…

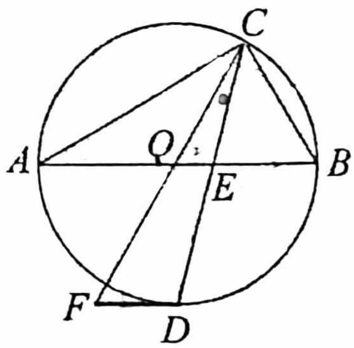
（3）利用以上信息解答下列问题：

若关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+3-t=0$（t 为实数）在 $-1<x<\frac{7}{2}$ 的范围内有解，则 t 的取值范围是__________．

20. 如图，点 C 在以 AB 为直径的⊙O 上，CD 平分∠ACB 交⊙O 于点 D，交 AB 于点 E，过点 D 作 $DF\parallel AB$ 交 CO 的延长线于点 F．

(1)求证：直线 DF 是⊙O 的切线；

(2)若∠A=30°，$AC=2\sqrt{3}$，求 DF 的长．



（1）证明：

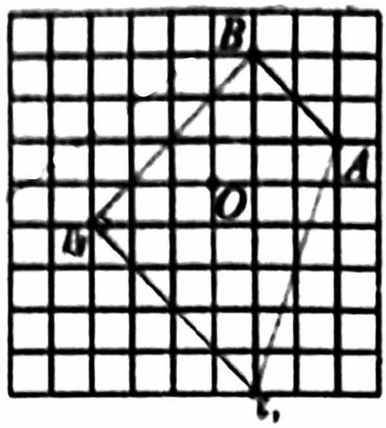
（2）解：

21. 如图，在边长均为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，点 A，B，O 均为格点(每个小正方形的顶点叫做格点).

(1)作点 A 关于点 O 的对称点 A_1；

(2)连接 A_1B，将线段 A_1B 绕点 A_1 顺时针旋转 90°得到线段 A_1B_1，点 B 的对应点为 B_1，画出旋转后的线段 A_1B_1；

(3)连接 AB_1，BB_1，则 $\triangle ABB_1$ 的面积为______.（直接写出结果即可）.

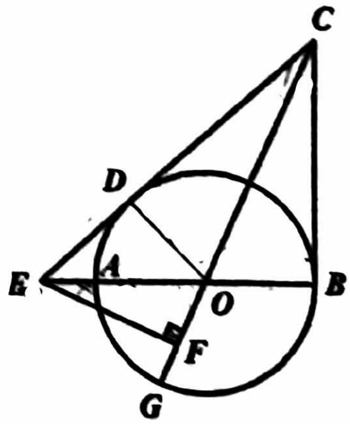


22. 如图，AB 为⊙O 的直径，CB，CD 分别切⊙O 于点 B，D，CD 交 BA 的延长线于点 E，CO 的延长线交⊙O 于点 G，$EF\perp OG$ 于点 F. 若 $BC=6$，$DE=4$.

（1）求证：$\angle FEB=\angle ECF$；

（2）求⊙O 的半径长.

（3）求线段 EF 的长.



（1）证明：

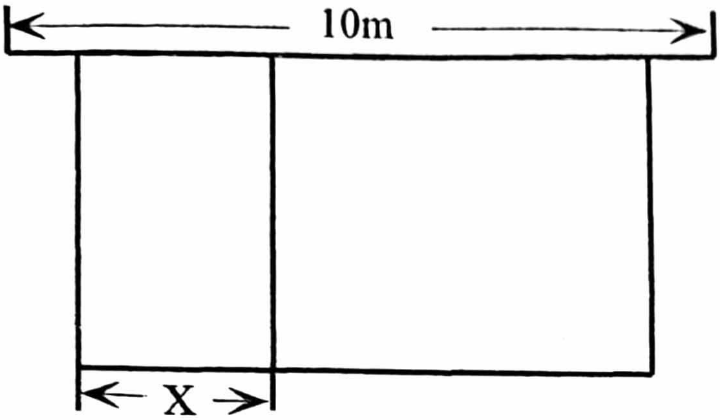
（2）解：

（3）解：

23.某农场计划建造一个矩形养殖场，为充分利用现有资源，该矩形养殖场一面靠墙（墙的长度为 10 米），另外三面用栅栏围成，中间再用栅栏把它分成两个面积为 1：2 的矩形（如图），已知栅栏的总长度为 24 米，设较小矩形的宽为 x 米.

（1）若矩形养殖场的总面积为 36 平方米，求此时的 x 的值；

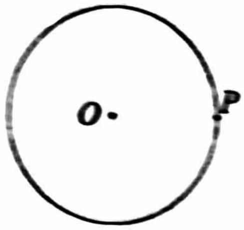
（2）当 x 为多少时，矩形养殖场的总面积最大？最大面积为多少？



（1）解：

（2）解：

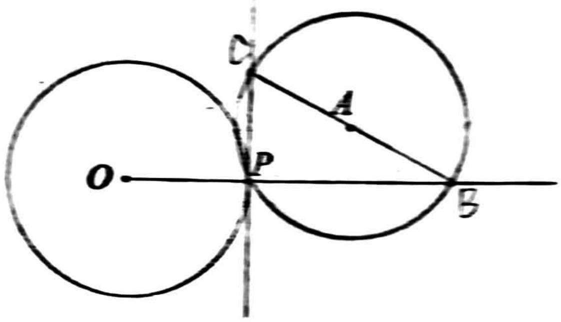
24. 下面是小元设计的"过圆上一点作圆的切线"的尺规作图过程.



已知：如图，⊙O及⊙O上一点P. 求作：过点P的⊙O的切线.

作法：①如图，作射线OP；

② 在直线OP外任取一点A，以点A为圆心，AP为半径作⊙A，与射线OP交于另一点B；



③ 连接并延长BA与⊙A交于点C；

④ 作直线PC；

则直线PC即为所求.

根据小元设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成证明：

∵ BC是⊙A的直径，

∴ $\angle BPC=90°$（____________________）（填推理的依据）.

∴ $OP\perp PC$.

又∵ OP是⊙O的半径，

∴ PC是⊙O的切线（____________________________）（填推理的依据）

25.已知函数 $y=x^2+bx+c(x\geq 2)$ 的图象过点 $A(2,1)$，$B(5,4)$.

（1）直接写出 $y=x^2+bx+c(x\geq 2)$ 的解析式：________.

（2）如图，请补全分段函数 $y=\begin{cases}-x^2+2x+1(x<2),\\ x^2+bx+c(x\geq 2),\end{cases}$

的图象（不要求列表）．并回答以下问题：

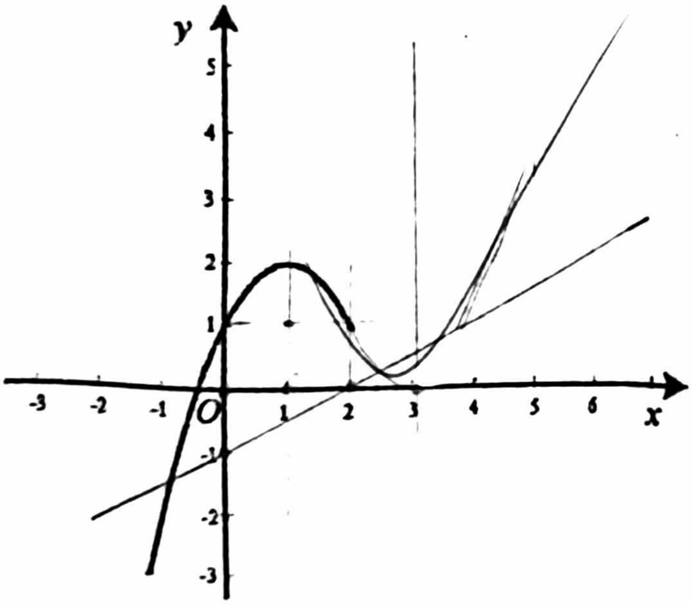
①写出此分段函数的一条性质：

________；

②若此分段函数的图象与直线 $y=m$ 有三个公共点，请结合函数图象直接写出实数 m 的取值范围：

________；

（3）横、纵坐标都是整数的点叫做整点，记(2)中函数的图象与直线 $y=\frac{1}{2}x-1$ 围成的封闭区域（不含边界）为"W 区域"，请直接写出区域内所有整点的坐标________.



26．在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(m-2,y_1)$，(m,y_2)，$(2-m,y_3)$ 在抛物线 $y=x^2-2ax+1$ 上，其中 $m\neq1$，且 $m\neq2$．

（1）直接写出该抛物线的对称轴的表达式（用含 a 的式子表示）；

（2）当 $m=0$ 时，若 $y_1=y_3$，比较 y_1 与 y_2 的大小关系，并说明理由；

（3）若存在大于 1 的实数 m，使 $y_1>y_2>y_3$，求 a 的取值范围．

（1）对称轴的表达式为____________

（2）解：

（3）解：

27. 已知$\angle MAN=45°$，点 B 为射线 AN 上一定点，点 C 为射线 AM 上一动点（不与点 A 重合），点 D 在线段 BC 的延长线上，且 $CD=CB$．过点 D 作 $DE\perp AM$ 于点 E.

（1）当点 C 运动到如图 1 的位置时，点 E 恰好与点 C 重合，此时 AC 与 DE 的数量关系是____________；

（2）当点 C 运动到如图 2 的位置时，依题意补全图形，并证明：$2AC=AE+DE$；

（3）在点 C 运动的过程中，点 E 能否在射线 AM 的反向延长线上？若能，直接用等式表示线段 AC、AE、DE 之间的数量关系；若不能，请说明理由.

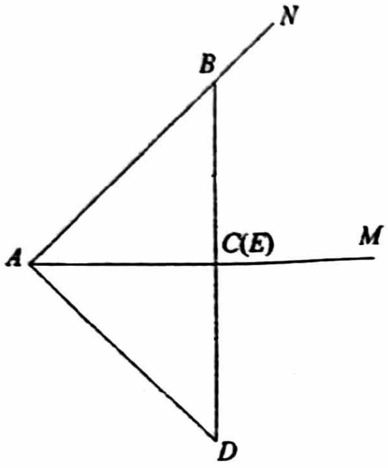


图 1

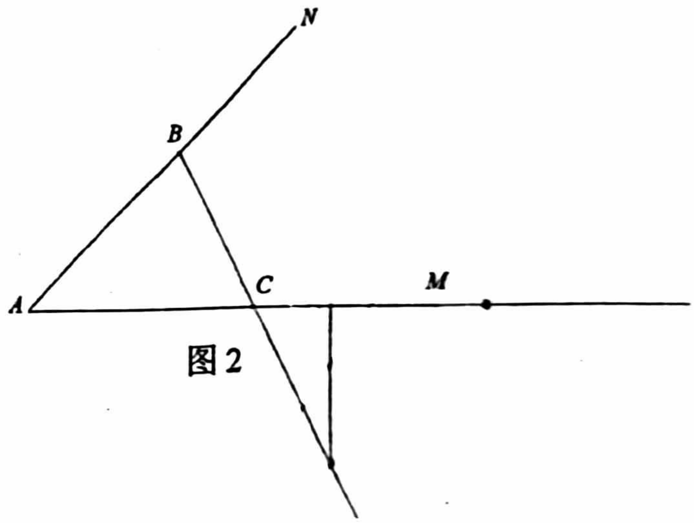


图 2

（2）证明：

（3）

28.在平面直角坐标系xOy中，对于点R和线段PQ，给出如下定义：M为线段PQ上任意一点，如果R，M两点间的距离的最小值恰好等于线段PQ的长，则称点R为线段PQ的“等距点”.

（1）已知点$A(5,0)$.

①在点$B_1(-3,4)$，$B_2(1,5)$，$B_3(4,-3)$，$B_4(3,6)$中，线段OA的“等距点”是________；

②若点C在直线$y=2x+5$上，并且点C是线段OA的“等距点”，求点C的坐标；

（2）已知点$D(1,0)$，点$E(0,-1)$，图形W是以点$T(t,0)$为圆心，1为半径的⊙T位于x轴及x轴上方的部分．若图形W上存在线段DE的“等距点”，直接写出t的取值范围．

（1）②解：

（2）t的取值范围是____________.

2023—2024 年度铁二中初三年级

数学期中考试参考答案（2023 年 11 月）

一、选择题：（每题 2 分，共 16 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	B	B	D	A	D	D

二、填空题：（每题 **2** 分，共 **16** 分）

9. 0（答案不唯一，c<1 即可）　　10. $2\le y<18$　　11. 20　　12. 20°

13. $12000（1+x)^2=27000$　　14. (3,0)　　15. 4　　16. $3-\sqrt{5}\le d\le 2$

三、解答题：（本题共 68 分，第 17 题 8 分，第 21、24 题各 4 分，第 18、20、22、23 题各 5 分，第 19、26、27 题各 6 分，第 25、28 题各 7 分）

17.（1）解：$x^2+6x=-7$

$x^2+6x+9=2$ ……………1 分

$(x+3)^2=2$ ……………2 分

$x+3=\pm\sqrt{2}$

$x=-3\pm\sqrt{2}$ ……………4 分

（2）设 t=x^2+2x 则原方程化为$t-\frac{6}{t}=1$ ……………5 分

$t^2-6=t$解得 t=3 ，t=-2 ……………6 分

经检验，t=3 ，t=-2 是原方程的解.

当 t=3 时，$x^2+2x=3$解得 x_1=-3, x_2=1……………7 分

当 t=-2 时，$x^2+2x=-2$此方程无解. ……………8 分

综上，x_1=-3, x_2=1

18. 解：（1）$\Delta=(-2)^2-4(2k-3)=8(2-k)$． ……………………………………1 分

∵ 该方程有两个不相等的实数根，

∴ $8(2-k)>0$. …………………………………………………… 2 分

解得 $k<2$． …………………………………………………… 3 分

（2）当 k 为符合条件的最大整数时，$k=1$． ……………………………… 4 分

此时方程化为 $x^2-2x-1=0$，方程的根为 $x_1=1+\sqrt{2}$ $x_2=1-\sqrt{2}$． ………5 分

19. （1）（1，0）（3，0）；（0，3）；（2，-1）……………………..3 分

（2）

x	…	0	1	2	3	4	…
y	…	3	0	-1	0	3	…

表格…………………..4 分

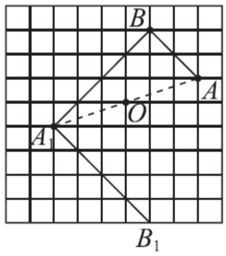
图象略………………..5 分

（3）$-1\le t<8$ ……………6 分

20. （1）证明略……………………2 分

（2）$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ … … … … … … … … … 5 分

21．解：(1)（2）画图结果如图所示．



………………..3 分

（3）$S_{\triangle ABB_1}=8$．　　　　　　　……..4 分

22.（1）证明略-------------------------1 分

（2）半径的长为 3-------------------3 分

（3）$2\sqrt{5}$······································5 分

23.解：(1）解：由已知得，较大矩形的宽为 2x 米，长为$\frac{24-x-2x}{3}=(8-x)$米

根据题意有（x+2x）(8-x)=36……………………1 分

解得 x=2 或 x=6，经检验，x=6 时，3x=18>10,不符合题意，故舍去.

∴x=2.

答：此时 x 的值为 2…………………………2 分

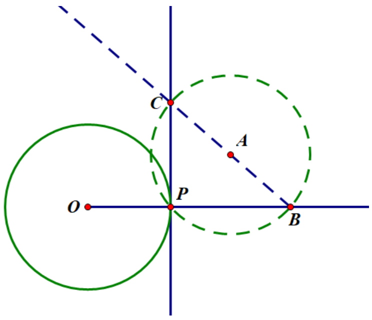
（2）解：设矩形养殖场的总面积为 ym^2，墙的长度为 10 米，故$0<x\le\frac{10}{3}$

根据题意得，y=(x+2x)(8-x)=$-3x^2+24x=-3(x-4)^2+48$………………3 分

当$x=\frac{10}{3}$时，y 有最大值为$\frac{140}{3}$…………………………5 分

答：当$x=\frac{10}{3}$时，矩形养殖场的总面积最大，最大面积为$\frac{140}{3}$平方米.

24. （1）使用直尺和圆规，补全图形;（保留作图痕迹）......2 分



（2）完成证明：

∵ BC 是⊙A 的直径，

∴ ∠BPC=90°（__直径所对的圆周角是直角__）......3 分

∴ $OP\perp PC$.

又∵ OP 是⊙O 的半径，

∴ PC 是⊙O 的切线(经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线). ......4 分

25.（1）$y=x^2-6x+9$　　……..1 分

（2）补图象略……………..…2 分

①答案不唯一：例如：当 x>3 时，y 随 x 的增大而增大………………3 分

② 0<m<2……………..4 分

（3）（0，0），（1，0），（1，1）……………….7 分

26.（1） $x=a$ …………………1 分

（2）解：当 $m=0$ 时，这三个点分别为（-2，y_1），（0，y_2），（2，y_3），

∵ $y_1=y_3$，

∴ （-2，y_1）与（2，y_3）关于对称轴对称，

∴ 抛物线的对称轴为 $x=0$． ………………………2 分

∴ （0，y_2）为抛物线的顶点．

∵ 抛物线的开口向上，

∴ 当 $x=0$ 时，y_2 为函数 $y=x^2-2ax+1$ 的最小值．

∴ $y_2<y_1$． ………………………3 分

（3）解一：依题意，点 $(m-2,y_1)$，(m,y_2)，$(2-m,y_3)$ 在抛物线 $y=x^2-2ax+1$ 上，其中 $m\neq1$，且 $m\neq2$．

当 $1<m<2$ 时，$m-2<2-m<m$．

∵ 抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=a$，

∴ 当 $x\leq a$ 时，y 随 x 的增大而减小；当 $x\geq a$ 时，y 随 x 的增大而增大，

∵ $y_1>y_2>y_3$

∴ 点 $(m-2,y_1)$ 在对称轴左侧，与对称轴的距离最大，点 (m,y_2) 在对称轴右侧，与对称轴的距离居中，点 $(2-m,y_3)$ 与对称轴的距离最小．

∴ $m-1<a<1$．

∵ 存在 $1<m<2$ 的实数 m，使 $y_1>y_2>y_3$ 成立．

∴ a 的取值范围是 $0<a<1$．

当 $m>2$ 时，$2-m<m-2<m$．

∵ 抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=a$，

∴ 无论 a 为何值，均不能满足 $y_1>y_2>y_3$．

综上，a 的取值范围是 $0<a<1$． ………………………6 分

解二：将 $x=m-2$，$x=m$ 和 $x=2-m$ 分别代入，得：

$y_1=(m-2)^2-2a(m-2)+1$，

$y_2=m^2-2am+1$，

$y_3=(m-2)^2+2a(m-2)+1$．

则有：$y_1-y_2=4(a+1-m)$，

$y_2-y_3=4(a-1)(1-m)$，

于是 $y_1>y_2>y_3$ 成立，即为 $y_1-y_2>0$ 和 $y_2-y_3>0$ 同时成立，

也即为 $a>m-1$ 和 $(a-1)(1-m)>0$ 同时成立．

① 当$a \le 0$时，$m-1<a\le 0$，故$m\le 1$，不存在大于 1 的实数 m；

② 当$a>1$时，$a-1>0$，要使$(a-1)(1-m)>0$，则$m<1$，也不存在大于 1 的实数 m；

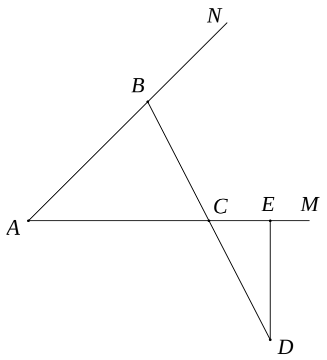
③ 当$a=1$时，$(a-1)(1-m)=0$，不符合题意；

④ $0<a<1$时，只需取满足$1<m<a+1$的m即可满足前述两个不等式同时成立，即$y_1>y_2>y_3$成立.

综上所述，a 的取值范围是$0<a<1$. ………………………6 分

27.（1）$AC=DE$； …………1 分

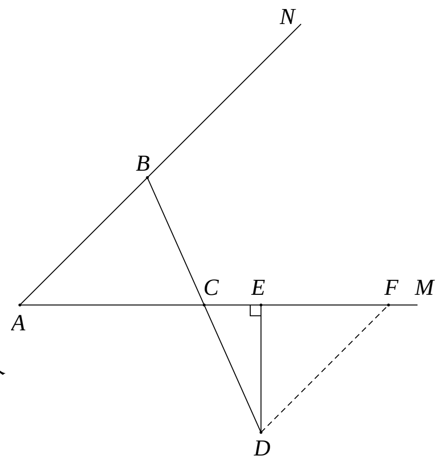
（2）补全图形，



…………2 分

证明：

法 1：在射线 AM 上取点 F，使 $AC=CF$，



∵ $AC=CF$，$BC=CD$，$\angle BCA=\angle DCF$，

∴ $\triangle ABC\cong\triangle FDC$.

∴ $\angle DFE=\angle A=45°$.

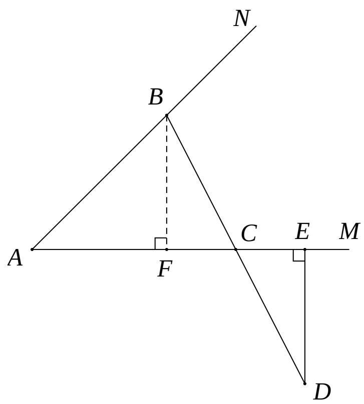
∵ $DE\perp AM$，

∴ $DE=EF$.

∵ $AF=AE+EF=2AC$，

∴ $2AC=AE+DE$. …………4 分

法 2：作 $BF\perp AM$ 于点 F，



∵ $BF\perp AM$，$DE\perp AM$，

∴ $\angle BFC=\angle DEC=90°$.

∵ $CD=CB$，$\angle BCF=\angle DCE$，

∴ $\triangle BCF\cong\triangle DCE$.

∴ $CF=CE$，$BF=DE$.

∵ $\angle MAN=45°$，

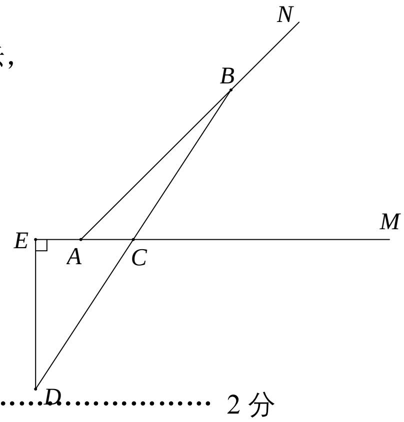
∴ $AF=BF=DE$.

∴ $AE+DE=AF+FE+DE=2(AF+FC)=2AC$. …………4 分

结论得证.

（3）点 E 能在线段 AC 的反向延长线上，如图所示，

此时 $2AC+AE=DE$.　　　　　　　…………6 分



28. （1）①B_1 ，B_2 ……………………………………………………………… 2 分

②∵ 点 C 在直线 $y=2x+5$ 上，

∴ 设点 C 的坐标为（a,$2a$+5）.

∵ 点 C 是线段 OA 的“等距点”，

∴ $OC=OA$

∴ $a^2+(2a+5)^2=25$

解之得 $a_1=0$, $a_2=-4$,

∴点 C 的坐标为（0, 5）或（-4,-3）.　　………………………… 4 分

（2）$\sqrt{2}\leqslant t\leqslant 2+\sqrt{2}$ 或 $-2\leqslant t\leqslant \sqrt{2}-1$ ………………………………… 7 分

解析:

如图 28-1，此时 $t=2+\sqrt{2}$ ，如图 28-2，此时 $t=\sqrt{2}$

如图 28-3，此时 $t=\sqrt{2}-1$ ，如图 28-4，此时 $t=-2$

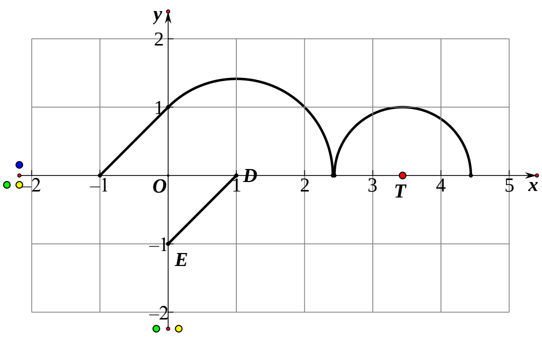


图 28-1

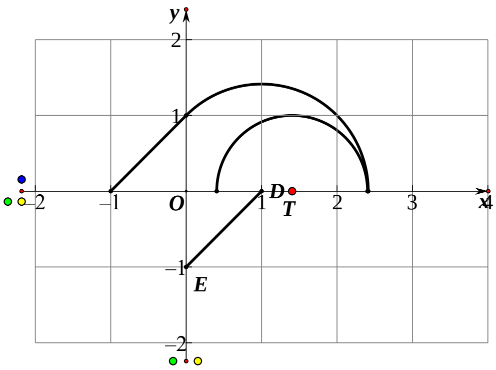


图 28-2

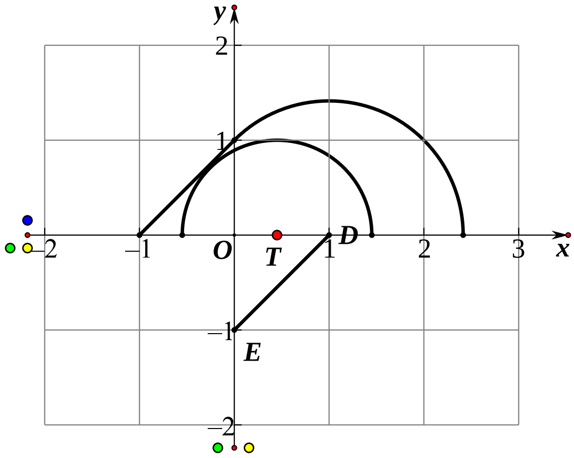


图 28-3

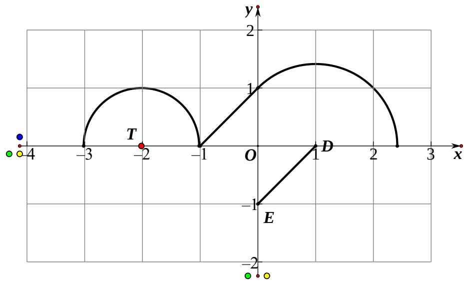


图 28-4