丰台区 2020 年初三统一练习（二）

数学评分标准及参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	D	C	B	D	B	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 50°　　10. 0，1　　11. $\frac{1}{3}$　　12. AC // DE；内错角相等，两直线平行

13. 3　　14. 1　　15. ①　　16. 112；128

三、解答题（本题共 68 分，第 17 – 24 题，每小题 5 分，第 25 题 6 分，第 26，28 题，每小题 7 分，第 27 题 8 分）

17. 证明：连接 OA，OB.

∵OP 为⊙E 的直径，

∴$\angle OAP=\angle$ $\underline{OBP}$ = $\underline{90}$°.

（直径所对的圆周角是直角）.

∴$OA\perp AP$，$\underline{OB}$ $\perp BP$.

∵OA，OB 为⊙O 的半径，

∴直线 PA，PB 为⊙O 的切线.（经过半径的外端，并且垂直于这条半径的直线是圆的切线）. ……5 分

18. 解：原式 $=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{2}+4+\pi-3$

$=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+4+\pi-3$ …4 分

$=\pi+1$. ……5 分

19. 解： $3-2(x+3)=x-3$.

$3-2x-6=x-3$. ……2 分

$-3x=0$.

$x=0$. ……4 分

经检验，$x=0$ 是原方程的解.

∴原方程的解是 $x=0$. ……5 分

20. 解：（1）$\Delta=b^2-4ac$

$=(m+2)^2-8m$

$=m^2-4m+4$

$=(m-2)^2\geq 0$. ……1 分

∴原方程总有两个实数根. 2 分

（2）当 m=0 时，原方程化为 $2x^2+2x=0$.

解得 x_1=0，x_2=-1. ……5 分

（m 的值不唯一，满足题意解答正确即可）

21. （1）证明：∵CF // AE，

∴∠1=∠2.

在△ADE 与△FDC 中，

$$\begin{cases}\angle 1=\angle 2\\ \angle ADE=\angle FDC,\\ DE=DC\end{cases}$$

∴△ADE≌△FDC.

∴AE=CF. ……1 分

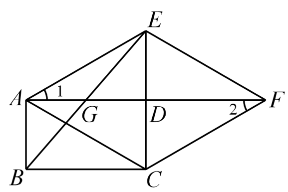
∴四边形 $ACFE$ 是平行四边形.

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴∠ADC=90°.

∴$CE\perp AF$.

∴四边形 $ACFE$ 是菱形. …3 分



（2）解：∵矩形 $ABCD$ 中，

∴∠ABC=∠BCD=90°.

CD= AB=2.

∵∠ACB=30°，

∴$BC=2\sqrt{3}$，　EC=4.

在 Rt△BCE 中，

$BE=\sqrt{BC^2+EC^2}=2\sqrt{7}$ ….4 分

$\because GD /\!/ BC$， $DE = DC$，

$\therefore \dfrac{GB}{EB} = \dfrac{CD}{CE} = \dfrac{1}{2}$.

$\therefore BG = \dfrac{1}{2}BE = \sqrt{7}$.　　……5 分

22. 解：（1）$\because$反比例函数 $y = \dfrac{k}{x}$ 的图象经过点 $A(2，1)$，

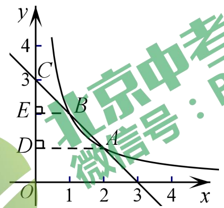
$\therefore k=2$　　　　　　……2 分

（2）分别过点 A，B 作 AD，BE 垂直 y 轴于点 D，E.

$\because A(2，1)$，

$\therefore AD=2$.

情况 1：当点 B 在线段 AC 上时.



$\because AC=2AB$，　$\therefore BE=\dfrac{1}{2}AD=1$.

$\therefore B(1，\ 2)$.

$\because$一次函数 $y = mx + n$ 过点

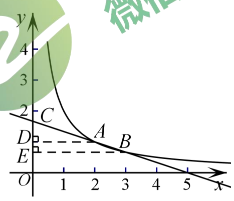
$A(2，1)$，$B(1，\ 2)$，

可得 $\begin{cases} 2m+n=1 \\ m+n=2 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} m=-1 \\ n=3 \end{cases}$.

$\therefore$一次函数表达式为 $y=-x+3$.

情况 2：当点 B 在线段 AC 反向延长线上时.



$\because AC=2AB$，

$\therefore BE=\dfrac{3}{2}AD=3$.

$\therefore B(3，\ \dfrac{2}{3})$.

$\because$一次函数 $y = mx + n$ 过点

$A(2，1)$，$B(3，\dfrac{2}{3})$，

可得 $\begin{cases} 2m+n=1 \\ 3m+n=\dfrac{2}{3} \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} m=-\dfrac{1}{3} \\ n=\dfrac{5}{3} \end{cases}$.

$\therefore$一次函数表达式为

$y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{5}{3}$　.　　……5 分

23. 解：（1）连接 OD，BF 相交于点 G.

$\because CD$ 为$\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle ODC=90°$.　　　　……1 分

$\because AB$ 为$\odot O$ 的直径，

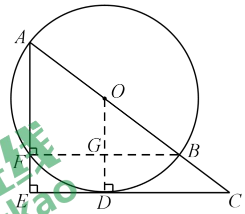
$\therefore \angle AFB = 90° = \angle E$.

$\therefore BF /\!/ EC$.

$\therefore \angle OGB=\angle ODC=90°$.

即 $OD \perp BF$.

$\therefore$　D 为 $\overset{\frown}{BF}$ 的中点.　　……2 分



（2）在 Rt$\triangle COD$ 中，$\sin C=\dfrac{OD}{OC}=\dfrac{3}{5}$，

设$\odot O$ 的半径为 r.

$\therefore \dfrac{r}{r+5}=\dfrac{3}{5}$.

$\therefore r=\dfrac{15}{2}$.　　　　……3 分

由（1）得$\angle ABF=\angle C$，

$\therefore \sin\angle ABF=\sin C=\dfrac{3}{5}$.　…4 分

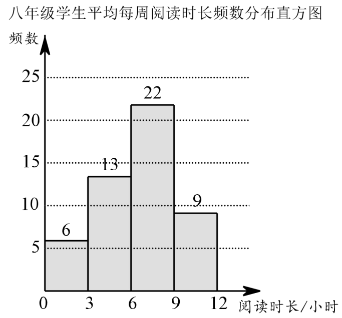
在 Rt$\triangle ABF$ 中，

$\sin\angle ABF=\dfrac{AF}{AB}=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore \dfrac{AF}{15}=\dfrac{3}{5}$.

$\therefore AF=9$.　　　　……5 分

24.（1）正确补全图形；……1 分



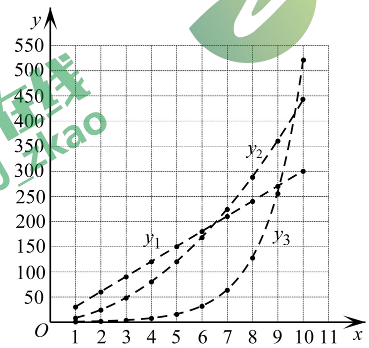
（2）6.5；……2 分

（3）错误.……3 分

（4）答案不唯一，理由支持结论即可.……5 分

25. 解：（1）$m=256$；（2）$n=511.5$.……2 分

（3）正确画出函数图象：



……3 分

（4）如果爸爸投资天数不超过 6 天时，应该选择方案一；如果爸爸投资天数在 7 到 9 天时，应该选择方案二；如果爸爸投资天数为 10 天时，应该选择方案三. …6 分

26.解：（1）令 $x=0$，则 $y=3a$.

∴点 A 的坐标为（0，$3a$）. ……1 分

（2）令 $y=0$，则 $ax^2-4ax+3a=0$. ……2 分

∵$a\neq0$， ∴解得 $x_1=1, x_2=3$.

∴抛物线与 x 轴的交点坐标分别为（1，0），（3，0）. ……4 分

（3）①当 $a<0$ 时，

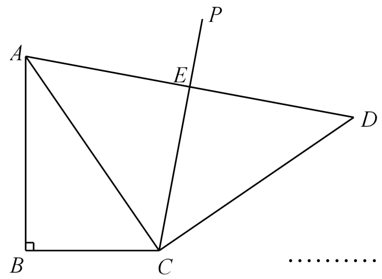
可知 $3a\geq a-2$. 解得 $a\geq-1$.

∴ a 的取值范围是 $-1\leq a<0$.

② 当 $a>0$ 时，由①知 $a\geq-1$ 时，点 Q 始终在点 A 的下方，所以抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点时，只要 $1\leq a<3$ 即可.

综上所述，a 的取值范围是 $-1\leq a<0$ 或 $1\leq a<3$. ……7 分

27．解：（1）正确补全图形：



……………………………2 分

（2）$\triangle ACD$ 是等腰直角三角形； ……………………………3 分

证明：∵将 CA 绕点 C 顺时针旋转 45°，

∴$\angle ACP=45°$.

∵点 D 与 A 关于直线 CP 对称，

∴$\angle DCP=\angle ACP=45°$，$AC=CD$.

∴$\angle ACD=90°$.

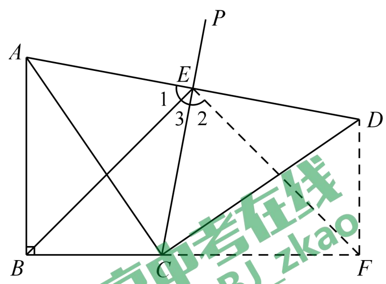
∴$\triangle ACD$ 是等腰直角三角形. ………………………………4 分

（3）$AB+BC=\sqrt{2}BE$； ……………………………………………5 分

解法 1 证明：延长 BC 至点 F，使 $CF=AB$，连接 DF，EF.

∵$\triangle ACD$ 是等腰直角三角形，$AE=DE$，

∴$AE=CE$，$\angle AEC=90°$.



∵$\angle ABC=90°$,

∴$\angle BAE+\angle BCE=180°$.

∵$\angle FCE+\angle BCE=180°$,

∴$\angle BAE=\angle FCE$.

∴$\triangle ABE\cong\triangle CFE$. ………………………………………6 分

∴$BE=FE$，$\angle 1=\angle 2$.

∴$\angle 2+\angle 3=\angle 1+\angle 3=90°$.

即$\angle BEF=90°$.

∴$\triangle BEF$ 是等腰直角三角形. …………………………7 分

∴$BC+CF=\sqrt{2}BE$.

即 $AB+BC=\sqrt{2}BE$. ……………………………………8 分

解法 2 证明：过点 A 作 $AM\perp BE$ 于点 M,取 AC 中点 G，连接 GB，GE.

设$\angle GBE=\alpha$，$\angle ABG=\beta$，

∵$\angle ABC=\angle AEC=90°$,

∴$AG=BG=EG=\frac{1}{2}AC$.

∴ $\angle ABG=\angle BAC=\beta$, $\angle GBE=\angle GEB=\alpha$.

在△BGE 中，

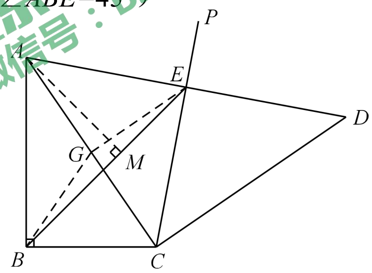
∵ $\angle GBE+\angle BGE+\angle BEG=180°$,

∴ $2\alpha+2\beta+90°=180°$.

∴ $\alpha+\beta=45°$.

即 $\angle ABE=45°$. ……………………………………6 分

（或根据圆的定义判断 A，B，C，E 在以点 G 为圆心的圆上，根据同弧 CE 所对圆周角相等，证明 $\angle ABE=45°$）



∵ $\angle AMB=90°$,

∴ $\angle BAM=\angle CAE=45°$.

∴ $\angle BAC=\angle MAE$.

∵ $\angle ABC=\angle AME=90°$,

∴△ABC∽△AME. ……………………………………………7 分

$$\therefore \frac{AB}{AM}=\frac{BC}{ME}=\frac{AC}{AE}=\sqrt{2}.$$

∴$BC=\sqrt{2}\,ME$.

又∵$AB=\sqrt{2}\,BM$.

∴$AB+BC=\sqrt{2}(BM+ME)=\sqrt{2}BE$. ……………………8 分

解法 3 证明：过点 A 作 $AM\perp BE$ 于点 M，过 C 作 $CN\perp BE$ 于点 N,

∴ $\angle AME=\angle CNE=90°$.

即 $\angle MAE+\angle AEM=90°$.

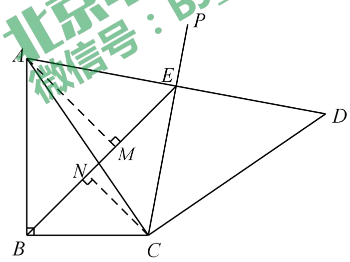
∵ $\angle MEC+\angle AEM=90°$.

∴ $\angle MAE=\angle MEC$.

∵$AE=CE$,

∴△AME≌△ECN. ……………………………………6 分

∴$AM=EN$.



同解法 2，可证 $\angle ABM=\angle CBM=45°$. ……………………………7 分

设 $BN=a$,$EN=b$

∴$BC=\sqrt{2}\,a$，$AB=\sqrt{2}\,b$.

∴$AB+BC=\sqrt{2}(BN+EN)=\sqrt{2}BE$. ……………………8 分

（说明：三条线段数量关系写为：$(AB+BC)^2=2BE^2$ 等其他等式如果正确也给分 ）

28.解：（1）⊙A，⊙C；……………………………………………………………2 分

（2）如图 1，⊙D_1 过点 P，且与 x 轴和直线 $y=\sqrt{3}x+3$ 都相切.

此时⊙D_1 的半径 $r=1$.

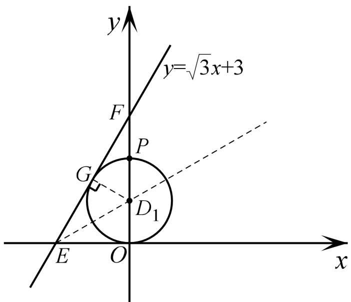


图 1

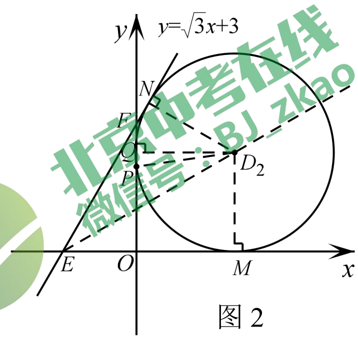


图 2

如图 2，⊙D_2 过点 P，且与 x 轴和直线 $y=\sqrt{3}x+3$ 都相切.切点分别为 M， N，连接 D_2M，D_2N，D_2P，过点 D_2 作 $D_2Q\perp y$ 轴于点 Q.

设 $D_2M=r$，

$\therefore D_2P=D_2M=r$.

易证 $OQ=D_2M=r$.

$\therefore PQ=r-2$.

$\because \angle MEN=60°$，

$\therefore \angle D_2EM=30°$.

$\therefore EM=\sqrt{3}r$.

$\therefore OM=D_2Q=\sqrt{3}r-\sqrt{3}$.

根据勾股定理可以得到：$D_2P^2=D_2Q^2+PQ^2$，

即 $r^2=\left(\sqrt{3}r-\sqrt{3}\right)^2+\left(r-2\right)^2$.

解得 $r_1=1$（舍），$r_2=\dfrac{7}{3}$.

$\therefore 1<r<\dfrac{7}{3}$. ……………………………………………………5 分

（3）$-\dfrac{1}{2}\leq x<0$ 或 $0<x\leq\dfrac{1}{2}$. ……………………………………………………7 分