# 2022 北京五十四中初二（上）期中

# 数　学

**2022 年 11 月**

**考生须知：**

**1. 本试卷共 8 页，共 3 道大题，28 个小题，满分 100 分，考生务必将答案答在答题纸上．考试时间 100 分钟．**

**2. 在试卷和答题纸上准确填写班级、姓名、学号．**

**3. 答案一律填写在答题纸上，在试卷上作答无效．**

**4. 考试结束，将试卷和答题纸一并交回．**

## 第一部分

### 一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 以下列长度的三条线段为边，能够组成三角形的是（　）

A. 2，3，5　　B. 3，3，6　　C. 3，5，9　　D. 2，8，8

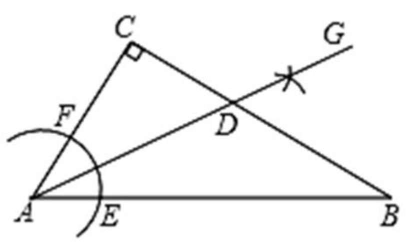
2. 下面四个图形分别是节能、节水、低碳和绿色食品标志，在这四个标志中，是轴对称图形的是（ ）

A 　　B. 　　C. 　　D. 

3. 在平面直角坐标系中，点 $P\left(-3,5\right)$ 关于 $y$ 轴的对称点的坐标是（　）

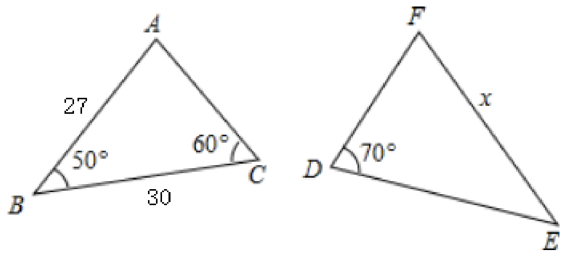
A. $\left(3,5\right)$　　B. $\left(3,-5\right)$　　C. $\left(5,-3\right)$　　D. $\left(-3,-5\right)$

4. 如图，在△ABC 中，∠C=90°，∠CAB=60°，按以下步骤作图：①以点 A 为圆心，小于 AC 长为半径画弧，分别交 AB、AC 于点 E、F；②分别以点 E、F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}$ EF 长为半径画弧，两弧相交于点 G；③作射线 AG，交 BC 边于点 D．则∠ADC 的度数为（　）




A. 40°　　B. 50°　　C. 60°　　D. 70°

5. 若 $\Delta ABC \cong \Delta DEF$，则根据图中提供的信息，可得出 $x$ 的值为（　）

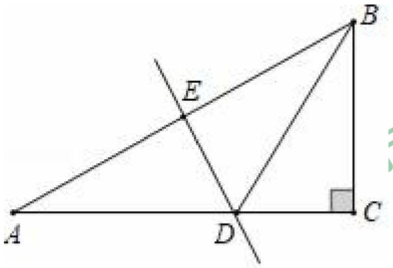



A. 30　　　B. 27　　　C. 35　　　D. 40

6. 若一个多边形的内角和是 900°，则这个多边形的边数是（　　）

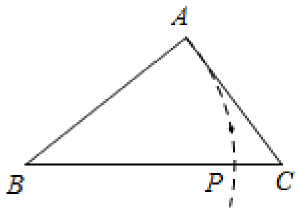
A. 5　　　B. 6　　　C. 7　　　D. 8

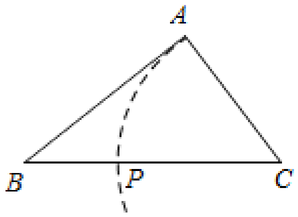
7. 如图，在 Rt△*ABC* 中，∠*A*＝30°，*DE* 垂直平分 *AB*，垂足为点 *E*，交 *AC* 于 *D* 点，连接 *BD*，若 *DE* ＝2，则 *AC* 的值为（　　）

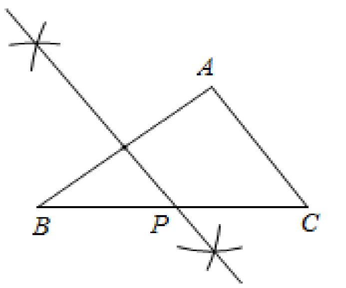


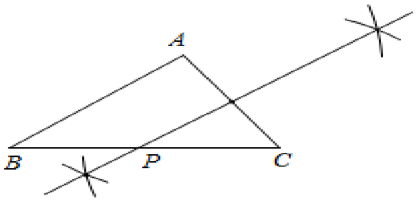

A. 4　　　B. 6　　　C. 8　　　D. 10

8. 如图所示，已知△*ABC*（*AC*＜*AB*＜*BC*），用尺规在线段 *BC* 上确定一点 *P*，使得 *PA*+*PC*＝*BC*，则符合要求的作图痕迹是（　　）

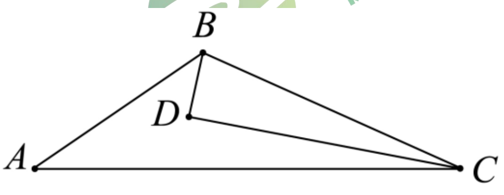
A. 


B. 


C. 


D. 

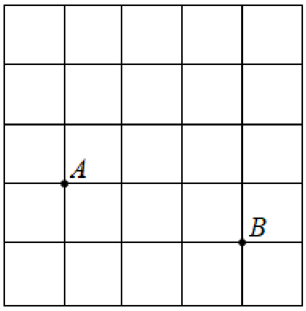

9. 如图，*D* 为△*ABC* 内一点，*CD* 平分∠*ACB*，*BD*⊥*CD*，∠*A*＝∠*ABD*，若∠*DBC*＝54°，则∠*A* 的度数为（　　）.




A. 36°　　　B. 44°　　　C. 27°　　　D. 54°

10. 如图，已知每个小方格的边长为 1，*A*，*B* 两点都在小方格的格点(顶点)上，请在图中找一个格点 *C*，

使△*ABC* 是以 *AB* 为腰的等腰三角形，这样的格点 *C* 有



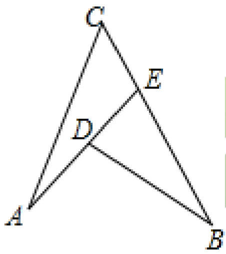

A. 3 个　　　　B. 4 个　　　　C. 5 个　　　　D. 6 个

## 第二部分

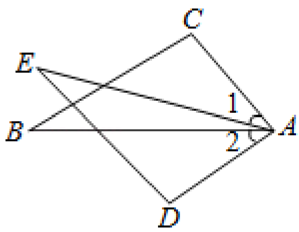
### 二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

11. 若等腰三角形有一个内角为 40°，则它的顶角度数为________.

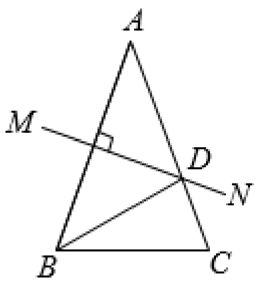
12. 如图，$\angle A=20^\circ,\angle B=30^\circ,\angle C=50^\circ$,则$\angle ADB$的度数为____________；



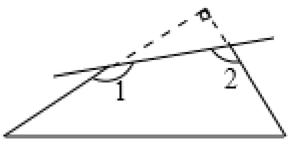

13. 如图，已知∠1＝∠2，AC＝AD，增加下列条件：①AB＝AE；②BC＝DE；③∠C＝∠D；④∠B＝∠E，其中能使△ABC≌△AED 的条件是__.（填写序号）




14. 如图，*AB*＝*AC*，∠*A*＝40°，*AB* 的垂直平分线 *MN* 交 *AC* 于点 *D*．则∠*DBC* 的大小为______.

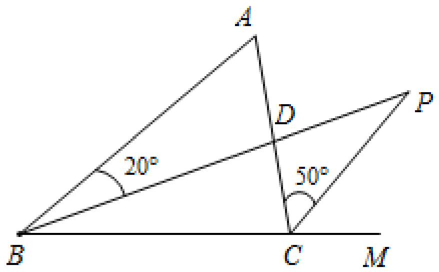



15. 如图，一个直角三角形纸片，剪去直角后，得到一个四边形，则∠1+∠2=_______.



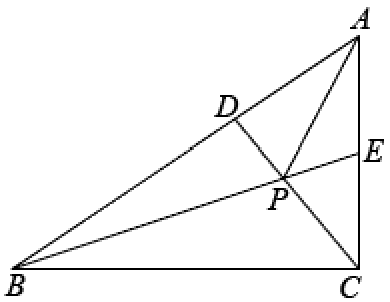

16. 如图，*BP* 是∠*ABC* 的平分线，*CP* 是∠*ACM* 的平分线，∠*ABP*＝20°，∠*ACP*＝50°，则∠*ADP*＝

_____.



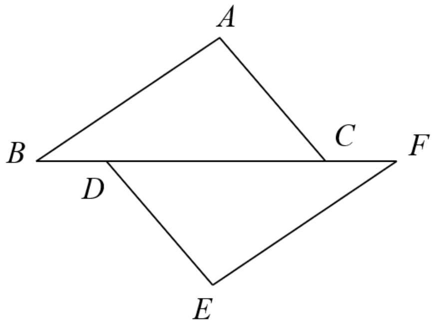

17. 我们把满足下面条件的△$ABC$称为“黄金三角形”：①△$ABC$是等腰三角形；②在三角形的某条边上存在不与顶点重合的点$P$，使得$P$与$P$所在边的对角顶点连线把△$ABC$分成两个不全等的等腰三角形．在△$ABC$中，$AB=AC$，$\angle A$为钝角．若△$ABC$为“黄金三角形”，则$\angle A$的度数为__．

18. 如图，任意画一个$\angle BAC=60°$的$\triangle ABC$，再分别作$\triangle ABC$的两条角平分线$BE$和$CD$，$BE$和$CD$交于点$P$，连结$AP$．有以下结论：①$AP$平分$\angle BAC$；②$PD=PE$；③$BD+CE=BC$；④$S_{\triangle PBD}+S_{\triangle PCE}=S_{\triangle PBC}$．其中正确的序号是_____.




**三、解答题（本大题共10小题，第19题5分、第20题6分，第21题、22题每小题6分，第23题10分，第24题6分、25题、26题每小题6分，第27题、28题每小题7分）**

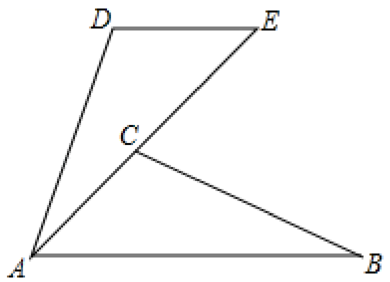
19. 如图，点B、D、C、F　一条直线上，且BC＝FD，AB＝EF.




（1）请你只添加一个条件（不再加辅助线），使△ABC≌△EFD，你添加的条件是 __________；

（2）添加了条件后，证明△ABC≌△EFD.

20. 已知，如图，AB＝AE，AB∥DE，∠ECB＝70°，∠D＝110°，求证：△ABC≌△EAD.



21. 已知：如图 Rt $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$.

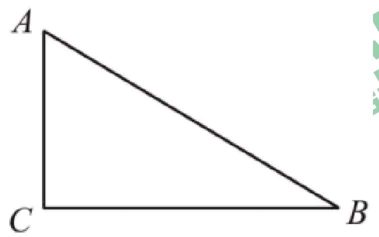
求作：点 $P$，使得点 $P$ 在 $AC$ 上，且点 $P$ 到 $AB$ 的距离等于 $PC$.

作法：

①以点 $B$ 为圆心，以任意长为半径作弧，分别交射线 $BA, BC$ 于点 $D, E$；

②分别以点 $D, E$ 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle ABC$ 内部交于点 $F$；

③作射线 $BF$ 交 $AC$ 于点 $P$．则点 $P$ 即为所求．



（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面证明．

证明：连接 $DF, FE$.

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle BEF$ 中

$$\begin{cases} DB=EB, \\ DF=EF, \\ BF=BF. \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle BEF$.

$\therefore \angle ABF=\angle CBF$ （________________）（填推理的依据）．

$\because \angle ACB=90°$，点 $P$ 在 $AC$ 上，

$\therefore PC \perp BC$.

作 $PQ \perp AB$ 于点 $Q$，

$\because$ 点 $P$ 在 $BF$ 上，

$\therefore PC=$__________（______________________）（填推理的依据）．

22. 下面是小明同学设计 “过直线外一点作已知直线的平行线”的尺规作图过程．

已知：如图 1，直线 $l$ 和直线 $l$ 外一点 $P$．

求作：直线 $PQ$，使直线 $PQ$ // 直线 $l$．

作法：如图 2，

①在直线 $l$ 上取一点 $A$，连接 $PA$；

②作 $PA$ 的垂直平分线 $MN$，分别交直线 $l$，线段 $PA$ 于点 $B$，$O$；

③以 $O$　圆心，$OB$ 长为半径作弧，交直线 $MN$ 于另一点 $Q$；

④作直线 $PQ$，所以直线 $PQ$ 为所求作的直线．

根据上述作图过程，回答问题：

（1）用直尺和圆规，补全图 2 中的图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明：

证明：∵直线 $MN$ 是 $PA$ 的垂直平分线，

∴$PO=$______，$\angle POQ=\angle AOB=90°$．

∵$OQ=OB$，

∴$\triangle POQ\cong\triangle AOB$．

∴______$=$_____．

∴$PQ\,//\,l$（______）（填推理的依据）．

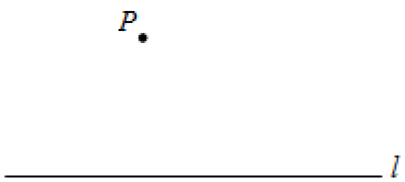


图 1

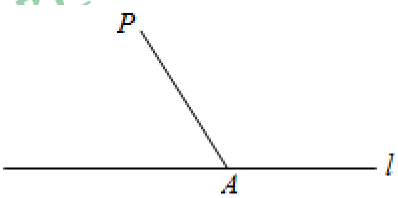
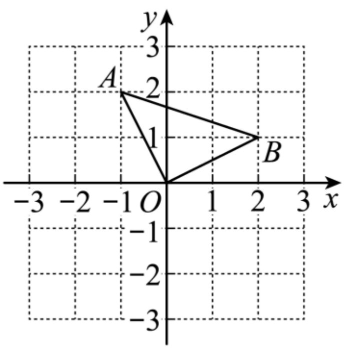


图 2

23．（1）如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，点 $O(0,0), A(-1,2), B(2,1)$．



①在图中画出 $\triangle AOB$ 关于 $y$ 轴对称的 $\triangle A_1OB_1$，并直接写出点 $A_1$ 和点 $B_1$ 的坐标；

②$\triangle A_1OB_1$ 的面积为______；

③在 $x$ 轴上存在点 $P$，使得 $PA+PB$ 的值最小，则点 $P$ 的坐标为____．

（2）在正方形网格中，网格线的交点叫做格点，三个顶点均在格点上的三角形叫做格点三角形．

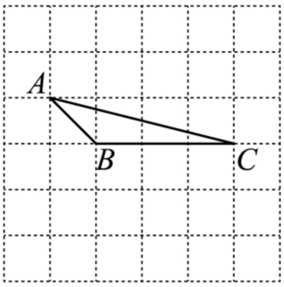


图1

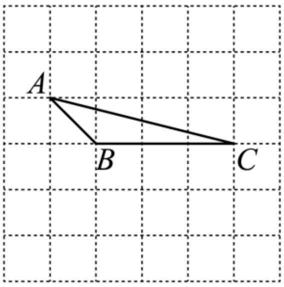


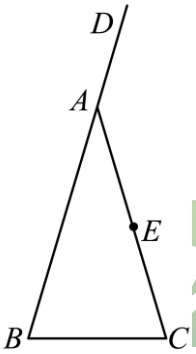
图2

$\triangle ABC$ 是格点三角形.

①在图 1 中画出一个与 $\triangle ABC$ 全等且有一条公共边 $BC$ 的格点三角形；

②在图 2 中画出一个与 $\triangle ABC$ 全等且有一个公共点 $A$ 的格点三角形.

24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC = \angle C$，$D$ 是 $BA$ 延长线上一点，$E$ 是 $AC$ 的中点.



（1）实践与操作：利用尺规按下列要求作图，并在图中标明相应字母（保留作图痕迹，不写作法）.

①作 $\angle DAC$ 的平分线 $AM$；

②连接 $BE$ 并延长交 $AM$ 于点 $F$.

（2）猜想与证明：试猜想 $AF$ 与 $BC$ 有怎样的位置关系和数量关系，并说明理由.

25. 如图 1，$\angle ABC=90°$，$FA\perp AB$ 于点 $A$，$D$ 是线段 $AB$ 上的点，$AD=BC$，$AF=BD$.

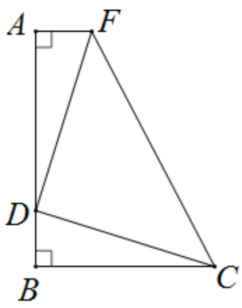


图1

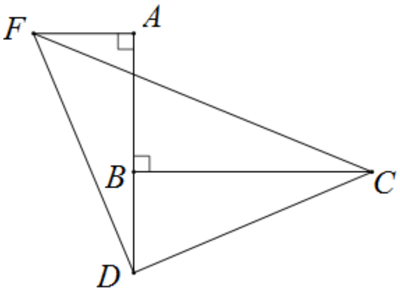
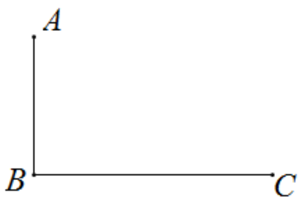


图2

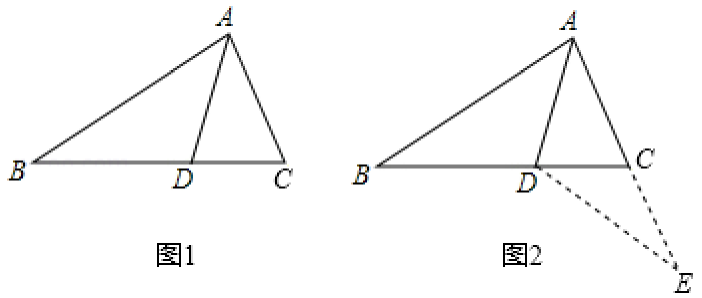


备用图

（1）判断 $DF$ 与 $DC$ 的数量关系为______，位置关系为______.

（2）如图 2，若点 $D$ 在线段 $AB$ 的延长线上，过点 $A$ 在 $AB$ 的另一侧作 $AF\perp AB$，并截取 $AF=BD$，连接 $DC$，$DF$，$CF$，试说明（1）中结论是否成立，并说明理由.

26. 如图 1，△ABC 中， AD 是∠BAC 的平分线，若 AB＝AC＋CD，那么∠ACB 与∠ABC 有怎样的数量关系？小明通过观察分析，形成了如下解题思路：

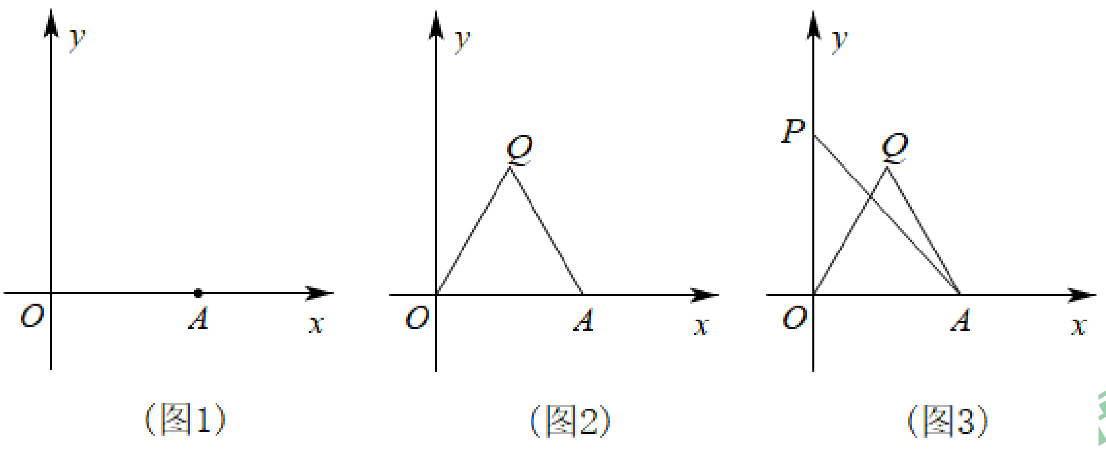



如图 2，延长 AC 到 E，使 CE＝CD，连接 DE．由 AB＝AC＋CD，可得 AE＝AB．又因为 AD 是∠BAC 的平分线，可得△ABD≌△AED，进一步分析就可以得到∠ACB 与∠ABC 的数量关系．

（1）判定△ABD 与△AED 全等的依据是__________；

（2）∠ACB 与∠ABC 的数量关系为：_________.

27. 对于平面直角坐标系 $xOy$ 中的线段 $MN$ 及点 $Q$，给出如下定义：若点 $Q$ 满足 $QM=QN$，则称点 $Q$ 为线段 $MN$ 的“中垂点”；当 $QM=QN=MN$ 时，称点 $Q$ 线段 $MN$ 的“完美中垂点”．




（1）如图 1，$A(4,0)$，下列各点中，线段 $OA$ 的中垂点是____________．

$Q_1(0,4), Q_2(2,-4), Q_3(1,\sqrt{3})$

（2）如图 2，点 $A$ 为 $x$ 轴上一点，若 $Q(2,2\sqrt{3})$ 为线段 $OA$ 的“完美中垂点”，写出线段 $OQ$ 的两个“完美中垂点”是__________和__________.

（3）如图 3，若点 $A$ 为 $x$ 轴正半轴上一点，点 $Q$ 为线段 $OA$ 的“完美中垂点”，点 $P(0,m)$ 在 $y$ 轴正半轴上．

①请用尺规作图在线段 $PA$ 上方做出线段 $AP$ 的“完美中垂点” $M$

②求 $MQ$（用含 $m$ 的式子表示）及 $\angle MQA$．

28. 在等边△$ABC$ 中，线段 $AM$ 为 $BC$ 边上的中线．点 $D$ 在直线 $AM$ 上，以 $CD$ 为一边在 $CD$ 的下方作等边△$CDE$，连接 $BE$.

（1）当点 $D$ 在线段 $AM$ 上时，

①请在图 1 中补全图形；

②$\angle CAM$ 的度数为 _____；

③求证：$\triangle ADC \cong \triangle BEC$；

（2）当点 $D$ 在直线 $AM$ 上时，直线 $BE$ 与直线 $AM$ 的交点为 $O$（点 $D$ 与点 $M$ 不重合，点 $E$ 与点 $O$ 不重合），直接写出线段 $OE$，$OM$，$DM$ 与 $BE$ 的数量关系．

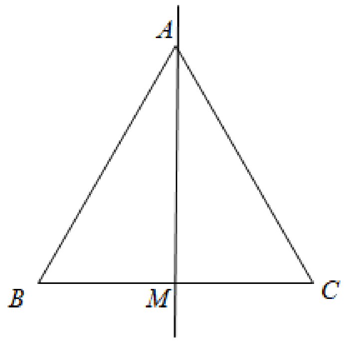
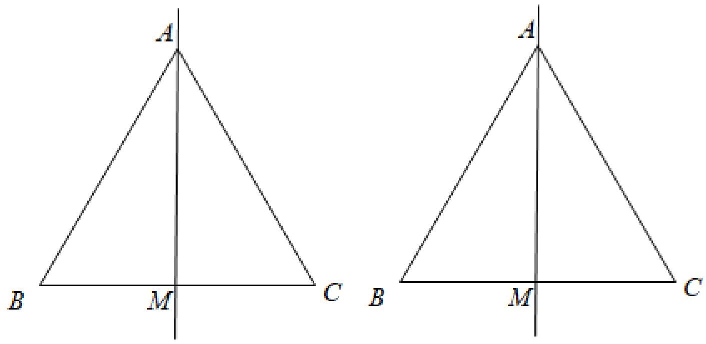



图 1




备用图

# 参考答案

## 第一部分

### 一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 【答案】D

【解析】

【分析】根据构成三角形的条件进行求解即可：三角形三边长要满足两边之和大于第三边，两边只差小于第三边

【详解】解：A、∵2+3=5，∴不能构成三角形，不符合题意；

B、∵3+3=6，∴不能构成三角形，不符合题意；

C、∵3+5<9，∴不能构成三角形，不符合题意；

D、∵8-2<8<8+2，∴能构成三角形，符合题意；

故选 D．

【点睛】本题主要考查了构成三角形的条件，熟知构成三角形的条件是解题的关键．

2. 【答案】B

【解析】

【分析】结合轴对称图形的概念进行求解即可．

【详解】解：根据轴对称图形的概念可知：

A、不是轴对称图形，故本选项错误；

B、是轴对称图形，故本选项错误；

C、不是轴对称图形，故本选项错误；

D、不是轴对称图形，故本选项正确．

故选：B．

【点睛】本题考查了轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合．

3. 【答案】A

【解析】

【分析】根据关于 $y$ 轴的对称点纵坐标不变，横坐标互为相反数可得答案．

【详解】解：点 $P\left(-3,5\right)$ 关于 $y$ 轴的对称点的坐标是 $\left(3,5\right)$，

故选：A．

【点睛】本题考查了关于坐标轴对称点的坐标，熟知：关于 $y$ 轴的对称点纵坐标不变，横坐标互为相反数；关于 $x$ 轴的对称点横坐标不变，纵坐标互为相反数；关于原点的对称点横纵坐标均互为相反数；是解本题的关键．

4. 【答案】C

【解析】

【分析】由题意知，AD 平分∠CAB，算得∠CAD 的度数，再由∠C=90°，就可算得∠ADC 的度数．

【详解】由作图步骤知 AD 平分∠CAB，又∠CAB=60°

$\therefore \angle CAD=\frac{1}{2}\angle CAB=30°$

又∠C=90°

∴∠ADC=90°-∠CAD=60°．

故选：C．

【点睛】此题考查基本作图“平分已知角”．解题的关键是熟练掌握角平分线的作法，同时熟记角平分线分角为大小相等的两个角．

5．【答案】A

【解析】

【分析】在△ABC 中利用三角形内角和可求得∠A=70°，则可得∠A 和∠D 对应，则 EF=BC，可得到答案．

【详解】∵∠B=50°，∠C=60°，

∴∠A=70°，

∵△ABC≌△DEF，

∴∠A 和∠D 对应，

∴EF=BC=30，

∴x=30，

故选：A．

【点睛】本题主要考查全等三角形的性质，掌握全等三角形的对应边、对应角相等是解题的关键．

6．【答案】C

【解析】

【分析】根据多边形的内角和公式（$n-2$）•180°，列式求解即可．

【详解】设这个多边形是 $n$ 边形，根据题意得，

（$n-2$）•180°＝900°，

解得 $n$＝7．

故选：$C$．

【点睛】本题考查多边形内角和，掌握多边形内角和公式是解答本题的关键．

7．【答案】B

【解析】

【分析】依据含 30°角的直角三角形的性质，即可得到 $AD$ 的长，再根据角平分线的性质，即可得到 $CD$ 的长，进而得出 $AC$ 的长．

【详解】解：∵∠$A$＝30°，$DE$ 垂直平分 $AB$，$DE$＝2，

∴$AD$＝$BD$＝4，

∴∠$ABD$＝∠$A$＝30°，

∴∠$DBC$＝∠$ABD$＝30°，

即 $BD$ 平分∠$ABC$，

又∵$DE\perp AB$，$DC\perp BC$，

∴$CD=DE=2$，

∴$AC=4+2=6$，

故选 $B$．

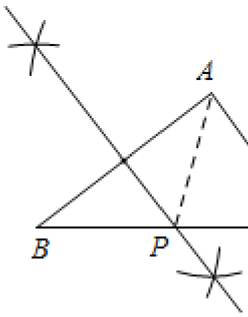
【点睛】此题考查了线段垂直平分线的性质、等腰三角形的性质以及含 30°角的直角三角形的性质．此题注意掌握数形结合思想的应用．

8. 【答案】C

【解析】

【分析】根据线段垂直平分线的性质可得，作 $AB$ 的垂直平分线，交 $BC$ 于点 $P$，则 $PB+PC=BC$，进而可以判断．

【详解】解：作 $AB$ 垂直平分线交 $BC$ 于点 $P$，连接 $PA$，




则 $PA=PB$，

所以 $PA+PC=PB+PC=BC$．

所以符合要求的作图痕迹是 C．

故选：C．

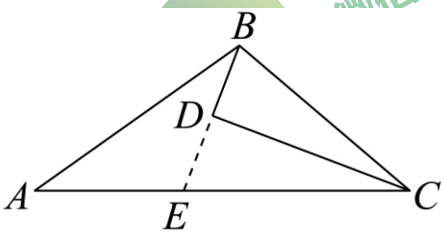
【点睛】本题考查了作图-复杂作图，解决本题的关键是掌握线段垂直平分线的性质．

9. 【答案】C

【解析】

【分析】延长 $BD$，与 $AC$ 交于点 $E$，利用 $ASA$ 得到三角形 $BCD$ 与三角形 $ECD$ 全等，利用全等三角形对应边相等得到∠$CBD$=∠$CED$，再利用三角形的外角性质即可求解．

【详解】解：延长 $BD$，与 $AC$ 交于点 $E$，




∵$CD$ 平分∠$ACB$，

∴∠$ACD$=∠$BCD$，

∵$BD\perp CD$，

∴$\angle BDC=\angle EDC=90°$，

在△$BCD$和△$ECD$中，

$$\begin{cases}\angle BCD=\angle ECD\\ CD=CD\\ \angle BDC=\angle EDC=90°\end{cases}，$$

∴△$BCD$≌△$ECD$（ASA），

∴$\angle CBD=\angle CED=54°$，

∵$\angle A=\angle ABE$，

∴$\angle A=\frac{1}{2}\angle CED=27°$，

故选：C.

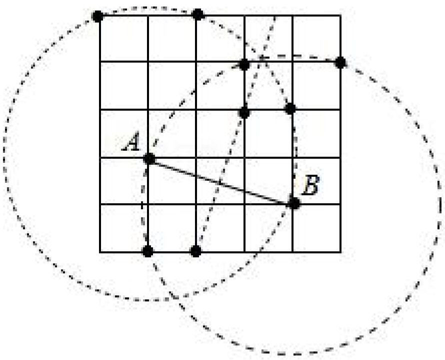
【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质，三角形的外角性质，熟练掌握全等三角形的判定与性质是解本题的关键.

10. 【答案】D

【解析】

【分析】分 $AB$ 为腰和为底两种情况考虑，画出图形，即可找出点 $C$ 的个数.

【详解】当 $AB$ 为腰时，分别以 A. $B$ 点为顶点，以 $AB$ 为半径作圆,可找出格点点 $C$ 的个数有 6 个；




当 $AB$ 为底时，作 $AB$ 的垂直平分线，可找出格点 $C$ 的个数有 2 个，

使△$ABC$ 是以 $AB$ 为腰的等腰三角形，这样的格点 $C$ 有 6 个.

故选 D.

【点睛】本题考查了等腰三角形的判定，熟练掌握该知识点是本题解题的关键.

## 第二部分

### 二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

11. 【答案】100°或 40°

【解析】

【分析】根据题意可分当顶角为 40° 时和底角为 40° 时进行分类求解即可.

【详解】解：①当顶角为 40° 时，则底角的度数为：$\frac{180°-40°}{2}=70°$；

②当底角的度数为 $40°$ 时，顶角的度数为 $180°-40°\times 2=100°$；

综上所述：它的顶角的度数为 40°或 100°；

故答案为：40°或 100°.

【点睛】本题主要考查等腰三角形的性质，解题的关键是熟练掌握等腰三角形的性质.

12. 【答案】100°

【解析】

【分析】根据三角形的外角性质计算即可.

【详解】解：∠BEA 是△ACE 的外角，

∴∠BEA=∠A+∠C=70°，

∠BDA 是△BDE 的外角，

∴∠BDA=∠BEA+∠B=100°，

故答案为：100°.

【点睛】本题考查的是三角形的外角性质，掌握三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和是解题的关键.

13. 【答案】①③④

【解析】

【分析】由∠1=∠2，可知∠BAC=∠EAD，再加上 AC=AD 后，根据三角形全等的判定方法，可加一角或已知角的邻边.

【详解】已知∠1＝∠2，AC＝AD，由∠1＝∠2 可知∠BAC＝∠EAD，

加①AB＝AE，就可以用 SAS 判定△ABC≌△AED；

加③∠C＝∠D，就可以用 ASA 判定△ABC≌△AED；

加④∠B＝∠E，就可以用 AAS 判定△ABC≌△AED；

加②BC＝ED 只是具备 SSA，不能判定三角形全等.

其中能使△ABC≌△AED 的条件有：①③④；故答案为①③④.

【点睛】本题考查三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、SSA、HL．做题时要根据已知条件在图形上的位置，结合判定方法，进行添加.

14. 【答案】30°##30 度

【解析】

【分析】先根据等腰三角形的性质及三角形内角和定理求出 $\angle ABC$ 及 $\angle ACB$ 的度数，再根据线段垂直平分线的性质求出 $\angle ABD$ 的度数即可进行解答.

【详解】解：∵$AB=AC$，

∴$\angle ABC=\angle ACB=70°$，

∵$MN$ 垂直平分 $AB$，

∴$DA=DB$，

∴$\angle A=\angle ABD=40°$，

∴$\angle DBC=\angle ABC-\angle ABD=70^\circ-40^\circ=30^\circ$.

故答案为：$30^\circ$.

【点睛】本题考查的是线段垂直平分线的性质，即线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等.

15. 【答案】：$270^\circ$

【解析】

【分析】先根据三角形内角和定理算出$\angle 3+\angle 4$ 度数，再根据四边形内角和为 $360^\circ$，计算出$\angle 1+\angle 2$ 的度数.

【详解】∵在直角三角形中，

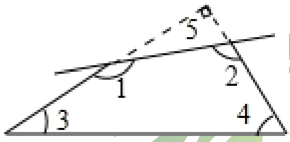
∴$\angle 5=90^\circ$，

∴$\angle 3+\angle 4=180^\circ-90^\circ=90^\circ$，

∵$\angle 3+\angle 4+\angle 1+\angle 2=360^\circ$，

∴$\angle 1+\angle 2=360^\circ-90^\circ=270^\circ$，

故答案是：$270^\circ$.




【点睛】本题主要考查三角形内角和定理以及四边形内角和定理，掌握四边形内角和为 $360^\circ$，是解题的关键.

16. 【答案】$80^\circ$

【解析】

【分析】由角平分线的定义可求得$\angle ABC=40^\circ$，$\angle ACM=100^\circ$，从而可求得$\angle ACB=80^\circ$，利用三角形的内角和可求得$\angle A$ 的度数，再利用三角形的外角性质可求$\angle ADP$ 的度数.

【详解】解：∵$BP$ 是$\angle ABC$ 的平分线，$CP$ 是$\angle ACM$ 的平分线，$\angle ABP=20^\circ$，$\angle ACP=50^\circ$，

∴$\angle ABC=2\angle ABP=40^\circ$，$\angle ACM=2\angle ACP=100^\circ$，

∴$\angle ACB=180^\circ-\angle ACM=80^\circ$，

∴$\angle A=180^\circ-\angle ABC-\angle ACB=60^\circ$，

∵$\angle ADP$ 是$\triangle ABD$ 的外角，

∴$\angle ADP=\angle ABP+\angle A=80^\circ$，

故答案为：$80^\circ$.

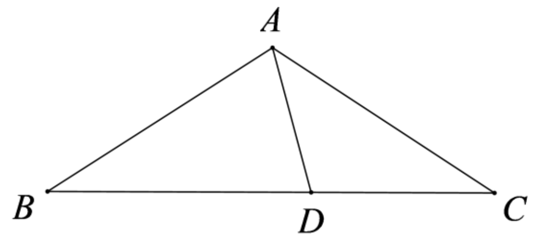
【点睛】本题主要考查三角形的内角和，三角形的外角的性质，解答的关键是熟记三角形的内角和定理并灵活运用.

17. 【答案】108°##108 度

【解析】

【分析】作出图形，设$\angle B=x$，则$\angle C=\angle B=\angle CAD=x$，$\angle BDA=\angle BAD=2x$，再由三角形内角和得$x+x+2x+x=180^\circ$，解得 $x=36^\circ$，即可求解.

【详解】解：如图，在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle A$ 为钝角，



∵△$ABC$为"黄金三角形"，

∴△$ABD$和△$ADC$都为等腰三角形，

设∠$B$=$x$，

∵$AB$=$AC$，

∴∠$C$=∠$B$=$x$，

∴∠$CAD$=$x$，

∴∠$BDA$=∠$BAD$=$x$+$x$=2$x$，

∠$B$+∠$BDA$+∠$BAD$=180°，

∴$x$+2$x$+2$x$=180°，

解得 $x$=36°，

∴∠$BAC$=2$x$+$x$=108°.

故答案为：108°.

【点睛】本题考查了黄金三角形以及等腰三角形的性质，熟练掌握黄金三角形的定义是解题的关键.

18. 【答案】①②③④

【解析】

【分析】首先由三角形内角和定理和角平分线得出$\angle PBC+\angle PCB$的度数，再由三角形内角和定理可求出$\angle BPC=120^\circ$可知$\angle DPE=120^\circ$，过点$P$作$PF\perp AB$，$PG\perp AC$，$PH\perp BC$，由角平分线的性质可知$AP$是$\angle BAC$的平分线，由此判断①；由全等三角形的判定定理可得出$\triangle PFD\cong\triangle PGE$，由此判断②；由三角形全等的判定定理可得出$\triangle BHP\cong\triangle BFP$，$\triangle CHP\cong\triangle CGP$，然后根据全等三角形推出$BC=BD+CE$，由此判断③，根据全等可得$S_{\triangle PBD}$、$S_{\triangle PCE}$和$S_{\triangle PBC}$的关系，由此判断④，由此即可解答本题.

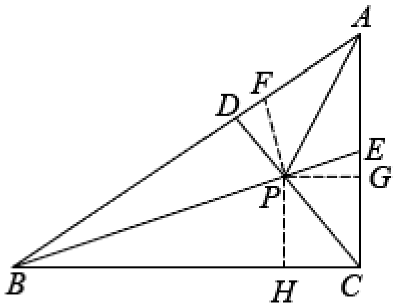
【详解】∵$BE$，$CD$分别是$\angle ABC$和$\angle ACB$的平分线，$\angle BAC=60^\circ$，

$$\therefore \angle PBC+\angle PCB=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BAC)=\frac{1}{2}(180^\circ-60^\circ)=60^\circ,$$

$$\therefore \angle BPC=180^\circ-(\angle PBC+\angle PCB)=180^\circ-60^\circ=120^\circ,$$

$$\therefore \angle DPE=120^\circ,$$

过点$P$作$PF\perp AB$于$F$点，$PG$⊥$AC$于$G$点，$PH$⊥$BC$于$H$点，




$\because BE$，$CD$ 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线，$PF\perp AB$，$PG\perp AC$，$PH\perp BC$，

$\therefore PF=PH=PG$，

$\therefore AP$ 平分 $\angle BAC$，

故①正确；

由①可知：$PF=PH=PG$，

$\because \angle BAC=60°$，$\angle AFP=\angle AGP=90°$，

$\therefore \angle FPG=120°$，

$\because \angle DPE=120°$，

$\therefore \angle DPF=\angle DPE-\angle EPF=\angle FPG-\angle EPF=\angle EPG$，

$\therefore \triangle PFD\cong\triangle PGE(ASA)$，

$\therefore PD=PE$，

故②正确；

又$\because BP=BP$，$PF=PH$，

$\therefore Rt\triangle BHP\cong Rt\triangle BFP(HL)$，

同理：$Rt\triangle CHP\cong Rt\triangle CGP$，

$\therefore BH=BD+DF$，$CH=CE-GE$，

两式相加得：$BH+CH=BD+DF+CE-GE$，

$\because \triangle PFD\cong\triangle PGE(ASA)$，

$\therefore DF=GE$，

$\therefore BD+CE=BC$，

故③正确；

$\because PF=PH=PG$，

$\therefore \triangle PBD$，$\triangle PCE$，$\triangle PBC$，的高相等，

$\because BD+CE=BC$，

$\therefore S_{\triangle PBD}+S_{\triangle PCE}=S_{\triangle PBC}$，

故④正确；

故答案是：①②③④．

【点睛】本题主要考查全等三角形的判定和性质定理，角平分线的性质定理以及四边形内角为 360° 等知

识，添加辅助线，构造全等三角形，是解题的关键．

**三、解答题（本大题共 10 小题，第 19 题 5 分、第 20 题 6 分，第 21 题、22 题每小题 6 分，第 23 题 10 分，第 24 题 6 分、25 题、26 题每小题 6 分，第 27 题、28 题每小题 7 分）**

19. 【答案】（1）∠B = ∠F（答案不唯一）;（2）见解析

【解析】

【分析】（1）根据三角形全等的判定方法添加一个条件即可;

（2）利用三角形全等的判定定理证明．

【详解】（1）∠B = ∠F（答案不唯一）;

（2）证明：当∠B = ∠F 时，

在△ABC 和△EFD 中

∵BC = FD，∠B = ∠F，AB = EF

∴△ABC≌△EFD　(SAS)

（本题其它证法参照此标准给分）

【点睛】本题考查了三角形全等　判定方法，熟练掌握判定定理是解题的基础．

20. 【答案】证明见解析.

【解析】

【分析】由∠ECB＝70° 得∠ACB＝110°，再由 AB∥DE，证得∠CAB＝∠E，再结合已知条件 AB＝AE，可利用 AAS 证得△ABC≌△EAD．

【详解】由∠ECB＝70° 得∠ACB＝110°，

又∵∠D＝110°，

∴∠ACB＝∠D，

∵AB∥DE，

∴∠CAB＝∠E，

∴在△ABC 和△EAD 中，

$$\begin{cases}\angle ACB=\angle D \\ \angle CAB=\angle E \\ AB=AE\end{cases},$$

∴△ABC≌△EAD(AAS)．

【点睛】本题是全等三角形证明的基础题型，在有些条件还需要证明时，应先把它们证出来，再把条件用大括号列出来，根据等三角形证明的方法判定即可．

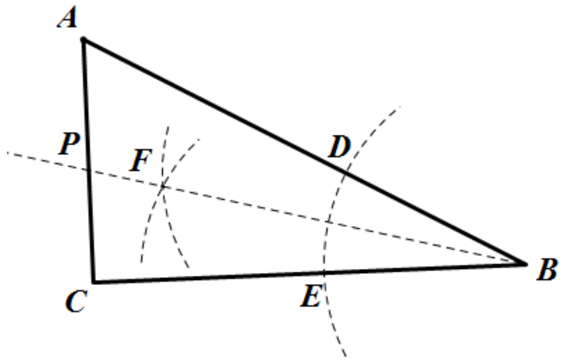
21. 【答案】（1）图见解析;（2）全等三角形的对应角相等，$PQ$，角平分线上的点到角两边的距离相等

【解析】

【分析】（1）按照题目中的已知作法作图即可

（2）先根据 SSS 得出 $\triangle BDF \cong \triangle BEF$，根据全等三角形的对应边相等得出 $\angle ABF = \angle CBF$，再根据角平分线的性质即可得出答案

【详解】（1）如图所示：




（2）证明：连接 $DF, FE$ .

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle BEF$ 中

$$\begin{cases} DB = EB \\ DF = EF \\ BF = BF \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle BEF$ .

$\therefore \angle ABF = \angle CBF$ （<u>全等三角形的对应角相等</u>）（填推理的依据）.

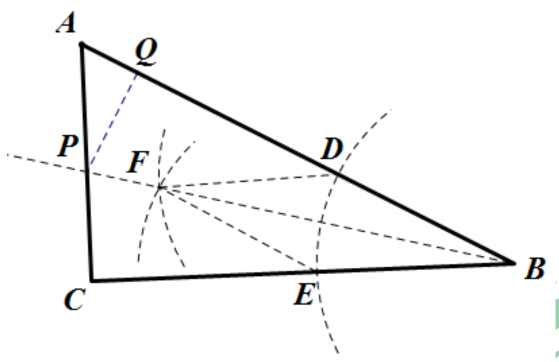
$\because \angle ACB = 90°$，点 $P$ 在 $AC$ 上，

$\therefore PC \perp BC$ .

作 $PQ \perp AB$ 于点 $Q$，

$\because$ 点 $P$ 在 $BF$ 上，

$\therefore PC =$ <u>$PQ$</u>（<u>角平分线上的点到角两边的距离相等</u>）（填推理的依据）.




【点睛】本题考查作图-复杂作图、角平分线的性质定理、全等三角形的判定与性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本作图，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

22. 【答案】（1）见解析；（2）$AO$，$\angle QPO$，$\angle BAO$，内错角相等，两直线平行

【解析】

【分析】（1）根据作法画出对应的几何图形；

（2）利用线段垂直平分线的性质得到 $PO=AO$，$\angle POQ=\angle AOB=90°$．则判断 $\triangle POQ \cong \triangle AOB$，从而得到 $\angle QPO=\angle BAO$，然后根据平行线的判定得到结论.

【详解】解：（1）如图2，$PQ$ 为所作；

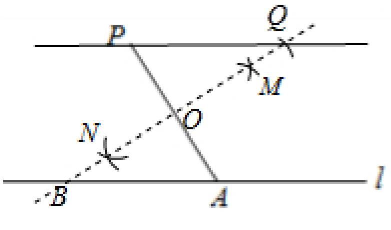


图2

（2）∵直线 $MN$ 是 $PA$ 的垂直平分线，

∴$PO=AO$，$\angle POQ=\angle AOB=90°$，

∵$OQ=OB$，

∴$\triangle POQ\cong\triangle AOB$，

∴$\angle QPO=\angle BAO$，

∴$PQ // l$（内错角相等，两直线平行）.

故答案为：$AO$，$\angle QPO$，$\angle BAO$．内错角相等，两直线平行.

【点睛】本题考查了作图-复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．也考查了线段垂直平分线的性质.

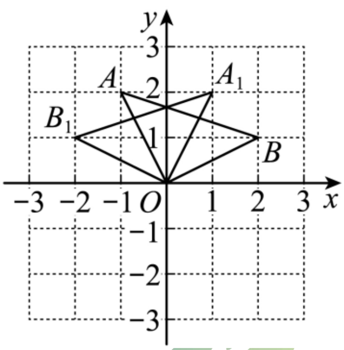
23. 【答案】（1）①见解析，$A_1(1,2),B_1(-2,1)$；②2.5；③$(1,0)$；（2）①见解析；②见解析

【解析】

【分析】（1）①根据轴对称的性质分别作出 $A,B$ 的对称点 $A_1,B_1$，连接 $OA_1B_1$ 即可，写出 $A_1,B_1$ 的坐标；②用 $\triangle A_1OB_1$ 所在矩形面积减去周围三个小三角形的面积即可；③作点 $B$ 关于 $x$ 轴的对称点 $B'$，连接 $AB'$ 交 $x$ 轴于点 $P$；

（2）①根据全等三角形的性质结合格点三角形作图即可；②根据全等三角形的性质结合格点三角形作图即可.

【详解】解：（1）①如图所示，即为所求，

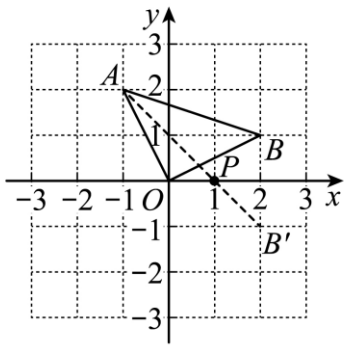



由图形知，$A_1(1,2)$，$B_1(-2,1)$；

②$\triangle A_1OB_1$ 的面积$=3\times2-\frac{1}{2}\times1\times2-\frac{1}{2}\times1\times2-\frac{1}{2}\times1\times3=2.5$，

故答案是：2.5；

③如图，作点 $B$ 关于 $x$ 轴的对称点 $B'$，连接 $AB'$ 交 $x$ 轴于点 $P$，




由图形知，点 $P$ 即为所求，点 $P$ 的坐标为 $(1,0)$，

故答案为：$(1,0)$；

（2）①如图，$\triangle A'BC$ 即为所求，

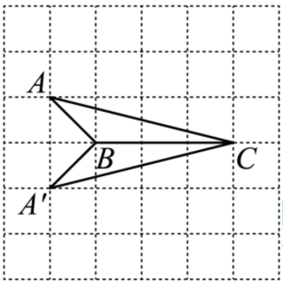


图2

②如图，$\triangle AB'C'$ 即为所求．

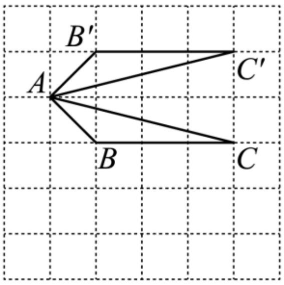


图3

【点睛】本题考查了轴对称变换作图，轴对称的性质，格点作图，全等三角形的性质，读懂题意，根据题目要求正确作图是关键．

24. 【答案】（1）①、②作图见详解

（2）$AF \parallel BC$，$AF = BC$，理由见详解

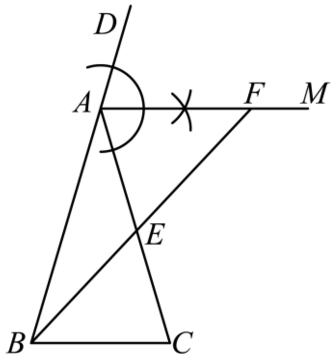
【解析】

【分析】（1）①以 $A$ 为圆心，任意长为半径画弧，与 $\angle DAC$ 的两边相交，得到两个交点，再分别以这两个交点为圆心，大于这两个交点的距离的一半为半径画弧，两弧交于一点，再以 $A$ 为端点，过两弧的交点作射线即可；②按照提示作图即可；

（2）利用角平分线的性质与三角形的外角的性质证明：$\angle C = \angle FAC$，可得 $AF \parallel BC$，再证明 $\triangle AEF \cong \triangle CEB$，可得 $AF = BC$．

【小问 1 详解】

如图所示，




① $AM$ 即为所求，② $BE$ 的延长线交 $AM$ 于 $F$.

【小问 2 详解】

$AF \parallel BC$， $AF=BC$，理由如下：

$\because \angle ABC=\angle C$，

又$\because \angle DAC=\angle ABC+\angle C$，

$\therefore \angle DAC=\angle ABC+\angle C=2\angle C$，

由作图可知：$\angle DAC$ 的平分线 $AM$，

$\because \angle DAC=2\angle FAC$，

$\therefore \angle C=\angle FAC$，

$\therefore AF \parallel BC$，

$\because E$ 是 $AC$ 中点，

$\therefore AE=EC$，

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle CEB$ 中，

$$\begin{cases}\angle FAE=\angle C\\ AE=CE\\ \angle AEF=\angle BEC\end{cases},$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CEB$，

$\therefore AF=BC$.

【点睛】本题考查的是角平分线的作图，三角形的外角的性质，平行线的判定，全等三角形的判定与性质，等腰三角形的性质，掌握全等三角形的判定与性质是解本题的关键.

25. 【答案】(1) $DF=CD$，$CD\perp DF$ (2) 成立，见解析

【解析】

【分析】(1) 只需要利用 SAS 证明$\triangle CBD\cong\triangle DAF$ 即可得到$\angle ADF=\angle BCD$，$CD=DF$，再由$\angle BCD+\angle BDC=90°$，得到$\angle BDC+\angle ADF=90°$，则$\angle CDF=90°$，即可证明 $CD\perp DF$；

(2) 证明$\triangle ADF\cong\triangle BCD$ 得到 $DF=CD$，$\angle ADF=\angle BCD$，再由$\angle BCD+\angle CDB=90°$得到$\angle ADF+\angle CDB=90°$，即$\angle CDF=90°$，则 $CD\perp DF$.

【小问 1 详解】

解：$DF=CD$，$CD\perp DF$，理由如下：

∵$\angle ABC=90°$，$FA\perp AB$，

∴$\angle CBD=\angle DAF=90°$，

又∵$AF=BD$，$AD=BC$，

∴$\triangle CBD\cong\triangle DAF$（SAS），

∴$\angle ADF=\angle BCD$，$CD=DF$

∵$\angle BCD+\angle BDC=90°$，

∴$\angle BDC+\angle ADF=90°$，

∴$\angle CDF=90°$，

∴$CD\perp DF$，

故答案为：$DF=CD$，$CD\perp DF$；

【小问 2 详解】

解：成立，理由如下：

∵$AF\perp AB$，

∴$\angle DAF=90°$

在$\triangle ADF$和$\triangle BCD$中，

$$\begin{cases}AF=DB\\ \angle DAF=\angle CBD=90°\\ AD=BC\end{cases},$$

∴$\triangle ADF\cong\triangle BCD$（SAS），

∴$DF=CD$，$\angle ADF=\angle BCD$，

∵$\angle BCD+\angle CDB=90°$

∴$\angle ADF+\angle CDB=90°$，即$\angle CDF=90°$，

∴$CD\perp DF$.

【点睛】本题主要考查了全等三角形的性质与判定，熟知全等三角形的性质与判定条件是解题的关键.

26. 【答案】 ①. SAS ②. $\angle ACB=2\angle ABC$

【解析】

【分析】（1）根据已知条件即可得到结论；

（2）根据全等三角形的性质和等腰三角形的性质即可得到结论.

【详解】解：（1）∵AE＝AB，∠BAD=∠CAD，AD=AD，

∴△ABD≌△AED（SAS），

故答案为：SAS；

（2）$\angle ACB=2\angle ABC$

理由如下：

∵$\Delta ABD\cong\Delta AED$，

∴$\angle B=\angle E$，

$\because CD = CE$，

$\therefore \angle CDE = \angle E$，

$\therefore \angle ACB = 2\angle E$，

$\therefore \angle ACB = 2\angle ABC$．

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质，全等三角形的判定和性质，熟练掌握等腰三角形的性质是解题的关键.

27. 【答案】（1）$Q_2(2,-4)$

（2）$(4,0)$，$\left(-2,2\sqrt{3}\right)$

（3）①画图见解析；② $MQ = m$，$\angle MQA = 90°$

【解析】

【分析】（1）由"中垂点"定义即可求解；

（2）画出图形，根据等边三角形的性质求解即可；

（3）①分别以 $A$、$P$ 为圆心，以 $AP$ 的长为半径画弧，二者的交点即为 $M$；②证明$\triangle OAP \cong \triangle QAM$ 根据全等三角形的性质即可得解.

【小问 1 详解】

解：$\because A(4,0)$，

$\therefore$线段 $OA$ 的垂直平分线为直线 $x = 2$，

$\because Q$ 是线段 $OA$ 的中垂点，

$\therefore$点 $Q$ 在线段 $OA$ 垂直平分线上，即点 $Q$ 在直线 $x = 2$ 上，

$\therefore$点 $Q$ 的横坐标为 2，

$\therefore$只有 $Q_2(2,-4)$ 是线段 $OA$ 的中垂点，

故答案为：$Q_2(2,-4)$；

【小问 2 详解】

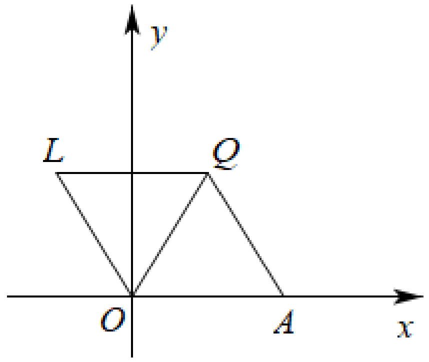
解：$\because Q(2,2\sqrt{3})$，

$\therefore OQ = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4$，

$\because Q$ 为线段 $OA$ 的"完美中垂点"，

$\therefore OA = QA = OQ = 4$，即 $A(4,0)$ 为线段 $OQ$ 的一个"完美中垂点"，

设线段 $OQ$ 的另外一个"完美中垂点"为 $L$，如下图所示




$\therefore OL=QL=OA=QA=OQ=4$，

$\therefore \triangle LOQ$ 和 $AOQ$ 都是等边三角形，

$\therefore \angle LQO=\angle AOQ=60^\circ$，

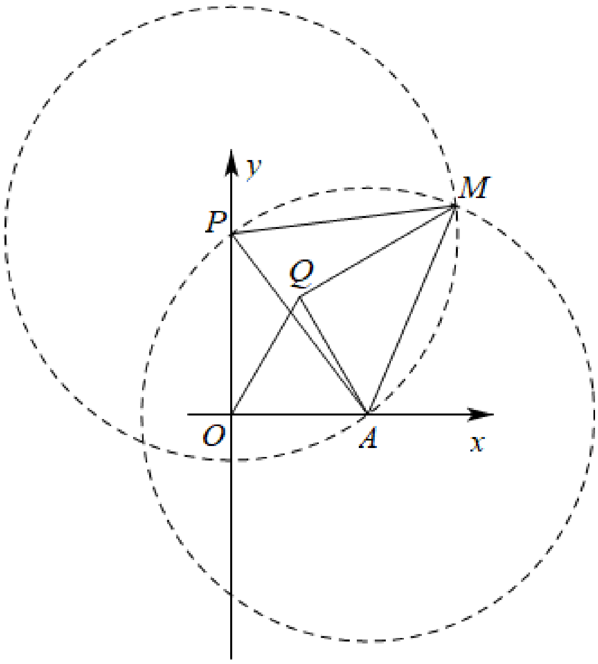
$\therefore LQ /\!/ OA$，

$\therefore L(-2,2\sqrt{3})$．

故答案：$(4,0)$，$\left(-2,2\sqrt{3}\right)$；

【小问 3 详解】

解：①如图所示，即为所求




②$\because P$ 是 $AP$ 的“完美中垂点”，点 $Q$ 为线段 $OA$ 的“完美中垂点”

$\therefore PA=PM=AM$，$OQ=QA=OA$，

$\therefore \triangle OQA$ 和 $\triangle AMP$ 为等边三角形，

$\therefore \angle OAQ=\angle PAM$，

$\therefore \angle OAP=\angle QAM$，

$\therefore \triangle OAP \cong \triangle QAM\,(\mathrm{SAS})$，

$\because P(O, m)$.

$\therefore MQ = OP = m, \angle MQA = \angle POA = 90°$.

【点睛】本题考查等边三角形的判定和性质，线段垂直平分线性质，坐标与图形，全等三角形的性质和判定．本题属于新定义的类型题，能结合定义画出对应图形是解题关键．

28. 【答案】(1) ①见解析；②30；③见解析；(2) $DM + OM = 2OE + BE$ 或 $BE - OE = 2OD + 2DM$ 或 $BE - OE = 2DM - 2DO$

【解析】

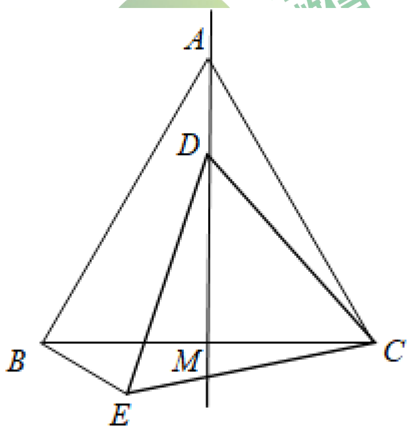
【分析】(1) ①根据题意补全图形即可；

②根据等边三角形的性质可以直接得出结论；

③根据等边三角形的性质就可以得出 $AC=AC$，$DC=EC$，$\angle ACB=\angle DCE=60°$，由等式的性质就可以得出 $\angle BCE=\angle ACD$，根据 $SAS$ 就可以得出 $\triangle ADC \cong \triangle BEC$；

(2) 分①当点 $D$ 在 $BC$ 的上方；②点 $D$ 在 $BC$ 的下方 $BE$ 的上方；③当 $D$ 在 $BE$ 的下方三种情况进行讨论即可．

【详解】(1) ①如图所示：




②$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle BAC=60°$.

$\because$线段 $AM$ 为 $BC$ 边上的中线

$\therefore \angle CAM=\frac{1}{2}\angle BAC$，

$\therefore \angle CAM=30°$.

③$\because \triangle ABC$ 与 $\triangle DEC$ 都是等边三角形

$\therefore AC=BC$，$CD=CE$，$\angle ACB=\angle DCE=60°$

$\therefore \angle ACD+\angle DCB=\angle DCB+\angle BCE$

$\therefore \angle ACD=\angle BCE$.

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BEC$ 中，

$$\begin{cases} AC=BC \\ \angle ACD=\angle BCE \\ CD=CE \end{cases},$$

∴△*ACD*≌△*BCE*（*SAS*）；

（2）①当点 *D* 在 *BC* 的上方时，如图 1，

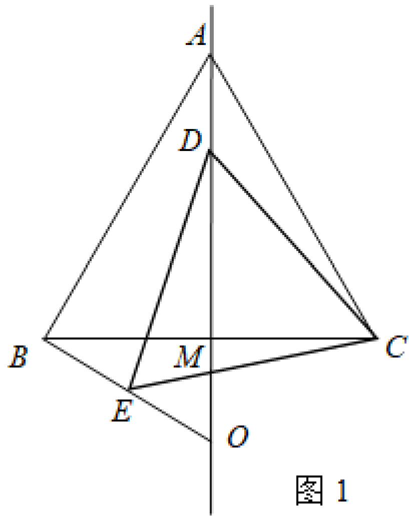



图 1

由（1）知，△*ACD*≌△*BCE*，

∴ $\angle EBC=\angle CAD=30°, BE=AD$ ，

∵ $\angle ABC=60°$ ，

∴ $\angle ABE=\angle ABC+\angle EBC=90°, \angle BAO=30°$ ，

∴在 $Rt\triangle ABO$ 中， $2BO=AO$ ，

∵ $BO=BE+EO$ ， $AO=AD+DM+MO$ ，

∴ $2(BE+EO)=AD+DM+MO$ ，

∵ $BE=AD$ ，

∴ $DM+OM=2OE+BE$

②当点 *D* 在 *BC* 的下方 *BE* 的上方时，如图 2，

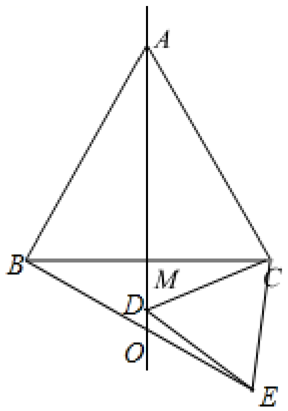



图2

同理可证：△*ACD*≌△*BCE*，

$\therefore \angle CBE=\angle CAD=30^\circ$

$\because AO\perp BC$

$\therefore BO=2OM=2(OD+DM)=2OD+2DM$

$\because BE-OE=BO$

$\therefore BE-OE=2OD+2DM$；

③当 $D$ 在 $BE$ 的下方时，如图 3，

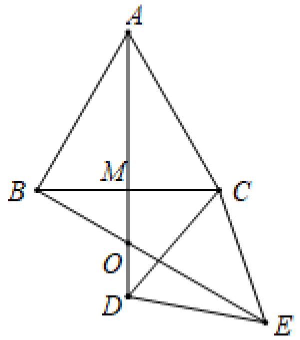



图 3

同理可证：$\triangle ACD\cong\triangle BCE$，

$\therefore \angle CBE=\angle CAD=30^\circ$

$\because AO\perp BC$

$\therefore BO=2OM=2(DM-DO=2DM-2DO$

$\because BE-OE=BO$

$\therefore BE-OE=2DM-2DO$；

【点睛】本题考查作图-复杂作图，等边三角形的性质，全等三角形的判定和性质，直角三角形 30°角的性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题.