昌平区2023—2024学年第一学期初三年级期末质量抽测

数学试卷

2024.1

本试卷共8页，共三部分，28个小题，满分100分。考试时间120分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，请交回答题卡。

一、选择题（共8道小题，每小题2分，共16分）

第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 如图，这是一张海上日出照片，如果把太阳看作一个圆，把海平面看作一条直线，那么这个圆与这条直线的位置关系是

（A）相离　　（B）相切

（C）相交　　（D）不确定

1题图(图换了)

2．如果2m=3n（n≠0），那么下列比例式成立的是

（A）$\frac{m}{2}=\frac{n}{3}$　　（B）$\frac{m}{3}=\frac{n}{2}$　　（C）$\frac{m}{n}=\frac{2}{3}$　　（D）$\frac{m}{2}=\frac{3}{n}$

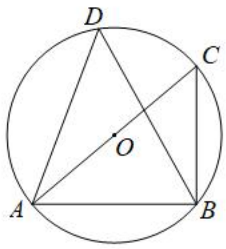
3．将抛物线 $y=2x^2$ 向左平移2个单位长度，再向下平移3个单位长度，所得到的抛物线的表达式为

（A）$y=2(x+2)^2+3$　　（B）$y=2(x-2)^2+3$

（C）$y=2(x-2)^2-3$　　（D）$y=2(x+2)^2-3$

4. 如图，点A，B，C，D在⊙O上，AC是⊙O的直径，∠BAC=40°，则∠D的度数是

（A）40°　　（B）50°　　（C） 60°　　（D） 90°



4题图

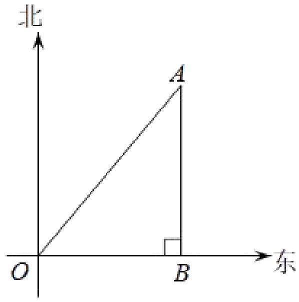
5. 在平面直角坐标系xOy中，若点$A(x_1,1)$和$B(x_2,4)$在反比例函数$y=\frac{4}{x}$图象上，则下列关系式正确的是

（A） $0<x_2<x_1$　　（B）$0<x_1<x_2$　　（C）$x_1<x_2<0$　　（D） $x_2<x_1<0$

6.如图，一艘轮船航行至O点时，测得某灯塔A位于它的北偏东40°方向，且它与灯塔A相距13海里，继续沿正东方向航行，航行至点B处时，测得灯塔A恰好在它的正北方向，则AB的距离可表示为

（A）$13\cos 40^\circ$ 海里　　（B）$13\sin 40^\circ$ 海里

（C）$\frac{13}{\sin 50^\circ}$ 海里　　（D）$\frac{13}{\cos 50^\circ}$ 海里

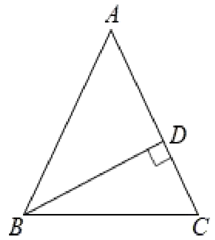


6题图

7.如图，在等腰△ABC 中， $AB=AC$ ， $BD\perp AC$ 于点， $\cos A=\frac{3}{5}$，则 $\sin\angle CBD$ 的值

（A） $\frac{1}{2}$　　（B） 2

（C） $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　（D） $\frac{\sqrt{5}}{5}$



7 题图

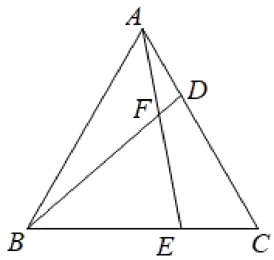
8.如图，△ABC 是等边三角形，D，E 分别是 AC，BC 边上的点，且 $AD=CE$，连接 BD，AE 相交于点 F，则下列说法正确的是

①△ABD≌△CAE；　②∠BFE=60°；

③△AFB∽△ADF；　④若 $\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}$，则 $\frac{AF}{BF}=\frac{1}{2}$

（A）①②③　　（B）①②④

（C）②③④　　（D）①③④



8 题图

二、填空题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

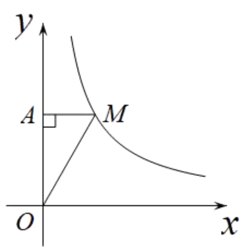
9．写出一个开口向下且过（0，1）的抛物线的表达式_________.

10．如图，M 为反比例函数 $y=\frac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$ 的图象上的一点，$MA\perp y$ 轴，垂足为 A，△AOM 的面积为 3，则 k 的值为__________.

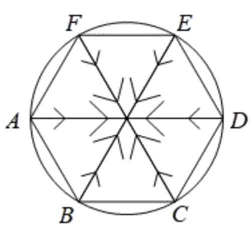
11．在 2022 年北京冬奥会开幕式和闭幕式中，一片“雪花”的故事展现了“世界大同，天下一家”的主题，让世界观众感受了中国人的浪漫．如图，作出“雪花”图案（正六边形 $ABCDEF$）的外接圆，已知正六边形 $ABCDEF$ 的边长是 4，则 $\overset{\frown}{BC}$ 长为______________.

12．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E 为 BC 的中点，DE，AC 交于点 F，则△CEF 和△ADF 的面积比为___________.

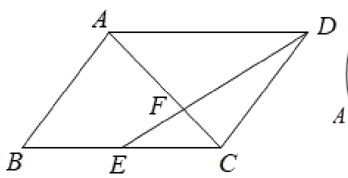
13. 如图，在⊙O 中，半径 OC 垂直弦 AB 于点 D，若 OC=3，AB=$4\sqrt{2}$，则 CD 的长为___________.



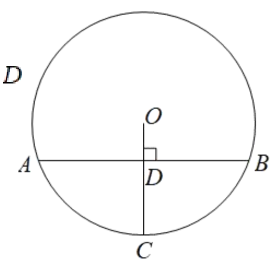
10 题图



11 题图



12 题图

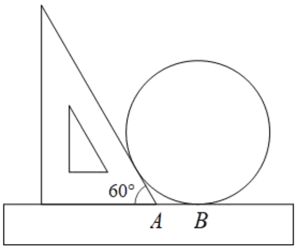


13 题图

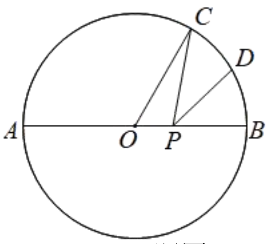
14. 小明同学测量一个圆形零件的半径时，他将直尺、三角板和这个零件如图放置于桌面上，零件与直尺，三角板均相切，测得点 A 与其中一个切点 B 的距离为 3cm，则这个零件的半径是__________cm.

15. 如图，AB 是⊙O 直径，点 C 是⊙O 上一点，OC=1 且∠BOC=60°，点 D 是 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点，点 P 是直径 AB 上一动点，则 $CP+DP$ 的最小值为____________.

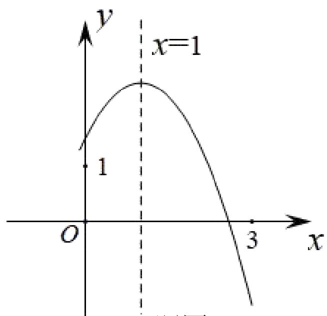
16. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 为常数，$a\neq 0$）的对称轴是直线 x=1，其部分图象如图，则以下四个结论中：① $abc>0$；② $2a+b=0$；③ $3a+c<0$；④. $4a+b^2>4ac$ 其中，正确结论的序号是____________________.



14 题图



15 题图



16 题图

三、解答题（本题共 12 道小题，第 17 题 5 分，第 18 题 4 分，第 19 题 6 分，第 20-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分，共 68 分）

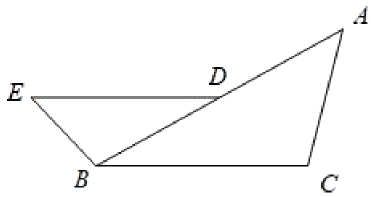
17. 计算：$\sin 30°\cdot\tan 45°+\sqrt{3}\tan 30°-\cos^2 45°$.

18. 如图，△ABC 中，点 D 是边 AB 上一点，点 E 为△ABC 外一点，DE∥BC，连接 BE.

从下列条件中：① $\angle E=\angle A$； ② $\dfrac{DE}{BA}=\dfrac{DB}{BC}$.

选择一个作为添加的条件，求证：△EDB∽△ABC.

（18 题图也换了，字母好看点）



18 题图（图换了）

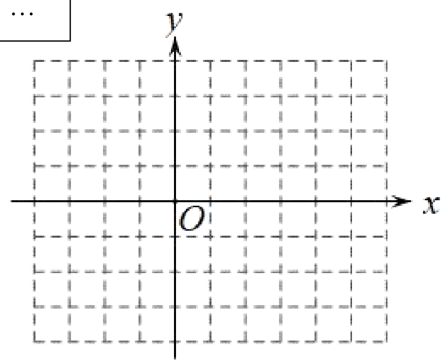
19. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的 y 与 x 的部分对应值如下表：

x	…	−3	−1	1	3	…
y	…	−3	0	1	0	…

（1）求这个二次函数表达式；

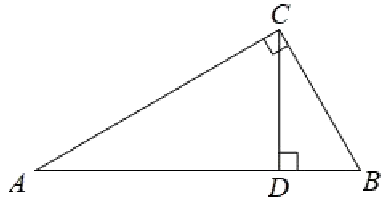
（2）在平面直角坐标系中画出这个函数图象；

（3）当 x 的取值范围为_________时，y＞−3.



19 题图

20. 如图，在△ABC 中，$\angle ACB$=90°，$CD\perp AB$ 于点 D，$CD=\sqrt{3}$，BD=1，求 $\sin\angle BCD$ 及 AC 的长.



20 题图

21. 已知：如图，在△ABC 中，$AB=AC$.

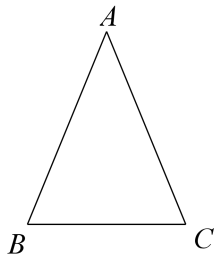
求作： 射线 BP，使得$\angle ABP=\dfrac{1}{2}\angle BAC$.

作法：①以点 A 为圆心，AB 长为半径画圆；

②延长 BA 交⊙A 于点 D，以点 D 为圆心，BC 长为半径画弧，与⊙A 交于点 P（点 C， P 在线段 BD 的同侧）；

③作射线 BP.

射线 BP 即为所求.



21 题图

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明

证明：连接 AP，DP.

∵ $AB=AC$，

∴点 C 在⊙A 上.

∵ $\overset{\frown}{DP}=\overset{\frown}{DP}$，

∴ $\angle ABP=\dfrac{1}{2}\angle DAP$ （______________________________）（填推理依据）.

∵ $DP=BC$,

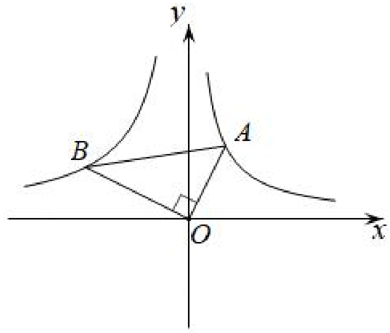
∴ $\angle DAP=$________.

∴ $\angle ABP=\dfrac{1}{2}\angle BAC$.

22. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A（1，2）在双曲线 $y_1=\dfrac{k_1}{x}(k_1\neq 0)$上，点 B 在双曲线 $y_2=\dfrac{k_2}{x}(k_2\neq 0)$上，且满足 $OA\perp OB$，连接 AB.

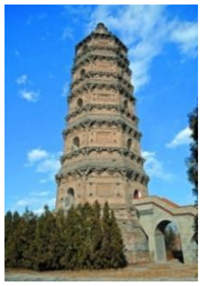
（1）求双曲线 $y_1=\dfrac{k_1}{x}(k_1\neq 0)$的表达式；

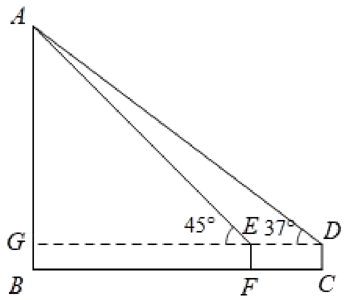
（2）若 $\tan\angle OAB=\sqrt{2}$，求 k_2 的值.



22 题图

23. 某校组织九年级学生参加社会实践活动，数学学科的项目任务是测量银山塔林中某塔的高度 AB，其中一个数学兴趣小组设计的方案如图所示，他们在点 C 处用高 1.5m 的测角仪 CD 测得塔顶 A 的仰角为 37°，然后沿 CB 方向前行 7m 到达点 F 处，在 F 处测得塔顶 A 的仰角为 45°．请根据他们的测量数据求塔高 AB 的长度大约是多少．（参考数据：$\sin 37°\approx\dfrac{3}{5}$，$\cos 37°\approx\dfrac{4}{5}$，$\tan 37°\approx\dfrac{3}{4}$，$\sin 53°\approx\dfrac{4}{5}$，$\cos 53°\approx\dfrac{3}{5}$，$\tan 53°\approx\dfrac{4}{3}$．）


23 题图 1



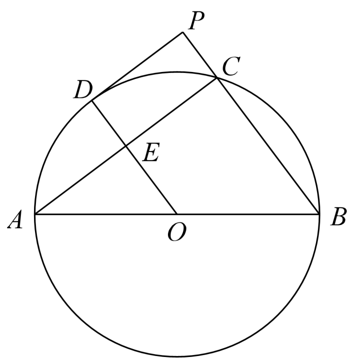
23 题图 2

24. 如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，点 D 为 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，过点 D 作⊙O 的切线，交 BC 延长线于点 P，连接 OD 交 AC 于点 E.

（1）求证：四边形 $DECP$ 是矩形；

（2）作射线 AD 交 BC 的延长线于点 F，若 $\tan\angle CAB=\dfrac{3}{4}$，

BC=6，求 DF 的长.



24 题图

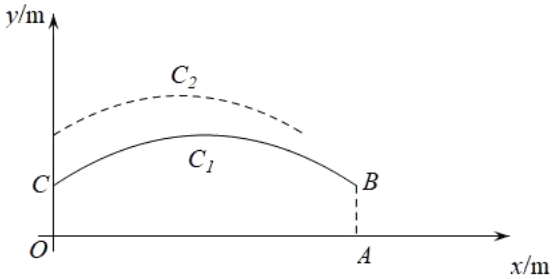
25．如图，小静和小林在玩沙包游戏，沙包（看成点）抛出后，在空中的运动轨迹可看作抛物线的一部分，小静和小林分别站在点 O 和点 A 处，测得 OA 距离为 6m，若以点 O 为原点，OA 所在直线为 x 轴，建立如图所示的平面直角坐标系，小林在距离地面 1m 的 B 处将沙包抛出，其运动轨迹为抛物线 C_1：$y=a(x-3)^2+2$ 的一部分，小静恰在点 C（0，c）处接住，然后跳起将沙包回传，其运动轨迹为抛物线 C_2：$y=-\frac{1}{8}x^2+\frac{n}{8}x+c+1$ 的一部分．

（1）抛物线 C_1 的最高点坐标为__________；

（2）求 a，c 的值；

（3）小林在 x 轴上方 1m 的高度上，且到点 A 水平距离不超过 1m 的范围内可以接到沙包，若小林成功接到小静的回传沙包，则 n 的整数值可为________________.

25 题图 1



25 题图 2

26.在平面直角坐标系 xOy 中，点（0，3），（6，y_1）在抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 上.

（1）当 $y_1=3$ 时，求抛物线的对称轴；

（2）若抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 经过点（-1，-1），当自变量 x 的值满足 $-1\leqslant x\leqslant 2$ 时，y 随 x 的增大而增大，求 a 的取值范围；

（3）当 $a>0$ 时，点（$m-4$，y_2），（m，y_2）在抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上. 若 $y_2<y_1<c$，请直接写出 m 的取值范围.

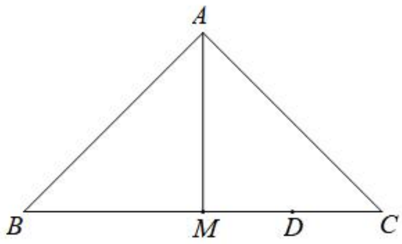
27.在△*ABC* 中，*AB*=*AC*，∠*BAC*=90°，点 *M* 为 *BC* 的中点，连接 *AM*，点 *D* 为线段 *CM* 上一动点，过点 *D* 作 *DE*⊥*BC*，且 *DE*=*DM*，（点 *E* 在 *BC* 的上方），连接 *AE*，过点 *E* 作 *AE* 的垂线交 *BC* 边于点 *F*.

（1）如图 1，当点 *D* 为 *CM* 的中点时，

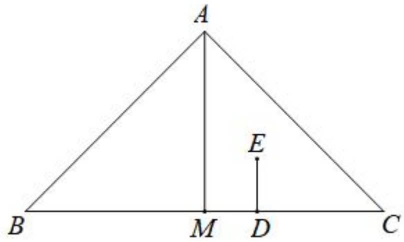
①依题意补全图形；

②直接写出 *BF* 和 *DE* 的数量关系为______________；

（2）当点 *D* 在图 2 的位置时，用等式表示线段 *BF* 与 *DE* 之间的数量关系，并证明.



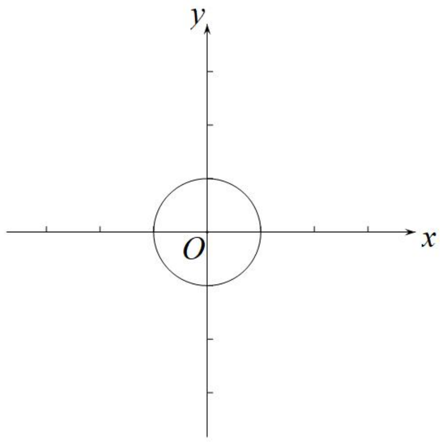
27 题图 1



27 题图 2

28. 对于在平面直角坐标系 xOy 中⊙T 和⊙T 外的点 P，给出如下定义：已知⊙T 的半径为 1，若⊙T 上存在点 Q，满足 $PQ \leqslant 2$，则称点 P 为⊙T 的关联点.

（1）如图 1，若点 T 的坐标为（0，0），

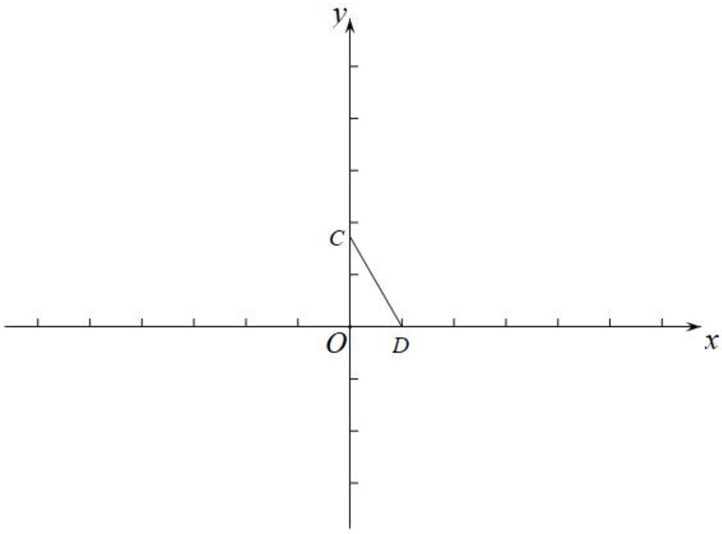


28 题图 1

①在点 P_1（3，0），P_2（3，−2），P_3（−2，2）中，是⊙T 的关联点的是____________；

②直线 $y=2x+b$ 分别交 x 轴，y 轴于点 A，B，若线段 AB 存在⊙T 的关联点，求 b 的取值范围；

（2）已知点 C（0，$\sqrt{3}$），D（1，0），T（m，1），△COD 上的每一个点都是⊙T 的关联点，直接写出 m 的取值范围.



28 题图 2

昌平区 2023—2024 学年第一学期初三年级期末质量抽测

数学参考答案及评分标准

2024.1

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	D	B	A	A	D	B

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

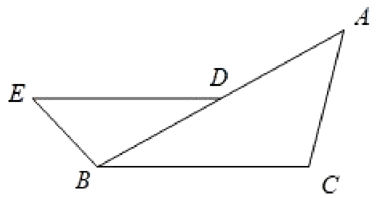
题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	答案不唯一 例如： $y=-2x^2+1$	6	$\frac{4}{3}\pi$	1：4	2	$3\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	②③④

三、解答题（本题共 12 道小题，第 17 题 5 分，第 18 题 4 分，第 19 题 6 分，第 20-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分，共 68 分）

17.解：$=\frac{1}{2}\times 1+\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$ …………………………………………………………………… 4 分

$=\frac{1}{2}+1-\frac{1}{2}$

$=1$ ………………………………………………………………………………………… 5 分



18. 证明：选择①

∵ $DE\,/\!/\,BC$

∴ $\angle EDB=\angle ABC$ ……………………………………………………………………………… 3 分

∵ $\angle E=\angle A$

∴ $\triangle EDB\backsim\triangle ABC$ ………………………………………………………………………… 5 分

或选择②

∵ $DE\,/\!/\,BC$

∴ $\angle EDB=\angle ABC$ ……………………………………………………………………………… 3 分

∵ $\frac{DE}{BA}=\frac{DB}{BC}$

∴ $\triangle EDB\backsim\triangle ABC$ ………………………………………………………………………… 5 分

19.解：（1）设二次函数的表达式为 $y=a(x-1)^2+1$

把（3，0）代入上式得 $y=a(x-1)^2+1$

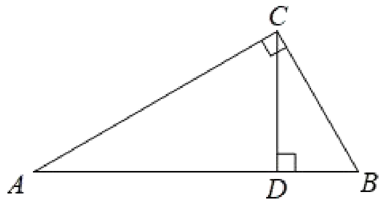
∴$a=-\dfrac{1}{4}$

∴ $y=-\dfrac{1}{4}(x-1)^2+1$ ……………………………………………………………2 分

（2）画 图 ……………………………………………………………………………4 分

（3）当 $-3<x<5$ 时，$y>-3$ ………………………………………………………………6 分

20.解：∵$CD\perp AB$，



∴$\angle CDA=\angle CDB=90°$.

在 Rt△CDB 中，$BD=1$，$CD=\sqrt{3}$，

∴CB=2 ………………………………………………………………………………2 分

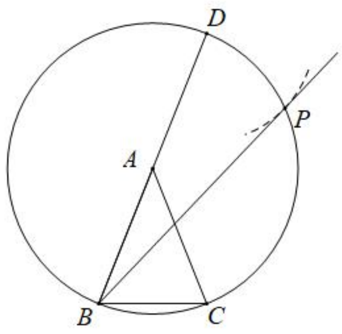
$\tan B=\sqrt{3}$. ………………………………………………………………………3 分

∴$\sin\angle BCD=\dfrac{1}{2}$. ………………………………………………………………4 分

在 Rt△CDB 中，$BC=2$，$\tan B=\sqrt{3}$，

∴$AC=2\sqrt{3}$. ……………………………………………………………………5 分

21.（1）画 图 ………………………………………………………………………2 分



（2）一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半 ……………………………4 分

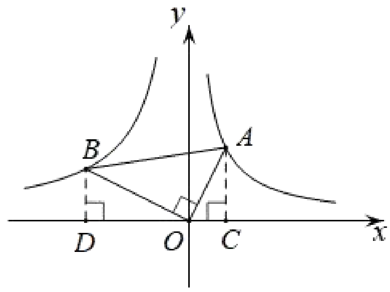
$\angle DAP=\angle BAC$ ……………………………………………………………5 分

22.解：（1）∵点 A（1，2）在双曲线 $y_1=\dfrac{k_1}{x}(k_1\neq 0)$上，

∴ $k_1=2$

∴ $y_1=\dfrac{2}{x}$ ……………………………………………………………1 分

（2）如图，分别过点 A，B 作 x 轴的垂线，垂足分别为 C， D.



∴$\angle AOC+\angle OAC=90°$，$\angle BDO=\angle OCA=90°$.

∵$OA\perp OB$，

∴$\angle AOC+\angle BOD=90°$.

∴$\angle BOD=\angle OAC$.

∴$\triangle BOD\backsim\triangle OAC$. ……………………………………………………………………2 分

∴$\dfrac{BD}{OC}=\dfrac{OD}{AC}=\dfrac{OB}{AO}$.

∵A 的坐标为（1，2），

∴$OC=1$，$AC=2$.

∵Rt$\triangle AOB$ 中，$\tan\angle OAB=\dfrac{OB}{AO}=\sqrt{2}$，

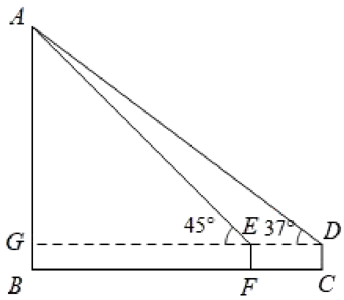
∴$\dfrac{BD}{1}=\dfrac{OD}{2}=\sqrt{2}$. ……………………………………………………………3 分

∴$BD=\sqrt{2}$，$OD=2\sqrt{2}$.

∴B 的坐标为（$-2\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$）. ……………………………………………………………4 分

∴将 B（$-2\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$）代入 $y_2=\dfrac{k_2}{x}(k_2\neq 0)$ 得 $k_2=-4$. ……………………………5 分

23. 解：根据题意，得 $AB\perp BC$，$EF\perp BC$，DC$\perp BC$，$DG\perp AB$.



∴$BG=CD=1.5$m，$DE=CF=7$m，

$\angle AEG==45°$，$\angle ADG=37°$，

在 Rt$\triangle AGE$ 中，$\angle AEG=45°$，

∴$\angle GAE=45°$，

∴$AG=GE$. ……………………………………………………………………………1 分

设 AG 为 x m，则 $GE=x$，$GD=x+7$

在 Rt$\triangle AGD$ 中，$\tan\angle ADG=\dfrac{AG}{GD}$，

∴ $4AG\approx 3GD$

$4x\approx 3(x+7)$ ……………………………………………………………………4 分

$x\approx 21$ ……………………………………………………………………5 分

∴$AB=AG+GB\approx 21+1.5\approx 22.5$m

答：塔高 AB 的长约为 22.5m. ……………………………………………………………6 分

24. 证明：（1）连接 OC

∵ AB 为⊙O 直径，C 为⊙O 上一点

∴ $\angle ACB=90°$

∴ $\angle ACP=90°$

∵点 D 为 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点

∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DC}$

∴ $\angle AOD=\angle COD$

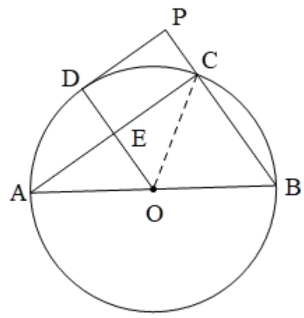
∵ $OA=OC$

∴ $OD\perp AC$

∵ DP 是⊙O 的切线，D 为切点

∴ $OD\perp DP$ ……………………………………………………………………………2 分

∴四边形 $DECP$ 是矩形 ………………………………………………………………3 分



（2）如图补全图形，在 Rt△ABC 中，$BC=6$，$\tan\angle CAB=\dfrac{3}{4}$

∴ $AC=8$，$AB=10$ ……………………………………………………………………4 分

∵ $OD\perp AC$

∴ $AE=EC=4$

在 Rt△AEO 中，$OA=5$，$AE=4$，

∴ $OE=3$ ………………………………………………………………………………5 分

∴DE=2

在 Rt△AEO 中，$DE=2$，$AE=4$，

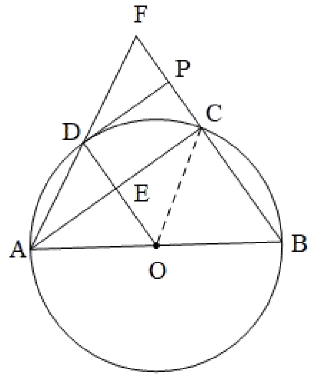
∴ $AD=2\sqrt{5}$

∵矩形 $DECP$ 对边平行

∴ $OD\,/\!/\,BF$

∴ $\dfrac{AO}{OB}=\dfrac{AD}{DF}=1$

∴ $FD=2\sqrt{5}$ ……………………………………………………………………………6 分



25. 解：（1）抛物线 C_1 的最高点坐标为的（3，2） …………………………………………1 分

（2）由题可得点 A（6，1） …… …… …… … …… ……………………………………2 分

将 A（6，1）代入抛物线 C_1：$y=a(x-3)^2+2$

得 $a=-\dfrac{1}{9}$ ……………………………………………………………………………3 分

∵对称轴为直线 $x=3$

∴点 A 和点 C 关于对称轴对称.

∴$c=1$　（也可让 $x=0$ 代入表达式求出 $c=1$ ）……………………………………………4 分

（3）$n=4$ 或 $n=5$　…………………………………………………………………………6 分

26.解：（1）∵（0，3），（6，3）为抛物线上的对称点

$$\therefore x=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{0+6}{2}=3$$ ……………………………………………………………………2 分

（2）∵ $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 过（0，3），（−1，−1）

∴ $c=3$，$a-b+3=-1$

$b=a+4$

∴对称轴 $x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{a+4}{2a}$

①当 $a>0$ 时

∵$-1\leqslant x\leqslant 2$ 时，y 随 x 的增大而增大

∴ $-\dfrac{a+4}{2a}\leq -1$

$a\leq 4$

∴ $0<a\leq 4$ ……………………………………………………………………………………3 分

②当 $a<0$ 时

∵$-1\leqslant x\leqslant 2$ 时，y 随 x 的增大而增大

∴ $-\dfrac{a+4}{2a}\geq 2$

$a\geq -\dfrac{4}{5}$

∴ $-\dfrac{4}{5}\leq a<0$ ……………………………………………………………………………4 分

综上：a 的取值范围是 $-\dfrac{4}{5}\leq a<0$ 或 $0<a\leq 4$

（3）$5<m<6$ 或 $m>10$　……………………………………………………………………6 分

27.（1）①补图 ……………………………………………………………………………2 分

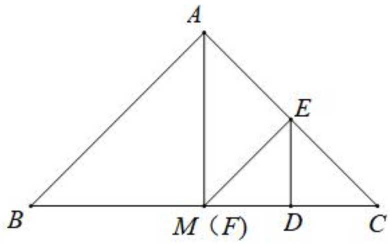


图1

②BF=2DE ……………………………………………………………………………4 分

（2）当点 D 在图 2 位置时，仍满足 BF=2DE ……………………………………………5 分

证明：如图，AM 与 EF 交于点 N，连接 EM，EC

∵AB=AC，∠BAC=90°，M 为 BC 中点

∴$AM=BM=CM=\frac{1}{2}BC$，∠AMC=∠AMB=90°

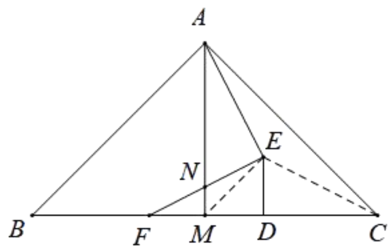


图2

∵DE=DM，DE⊥BC，

∴∠EMC=∠AME=45°

∵EM=EM

∴△AME≌△CME

∴∠EAM=∠ECM

∵在△ANE 和△FNM 中，EF⊥AE，∠AMB=90°，∠ANE=∠FNM

∴∠NAE=∠NFM（即∠EFC）

∴∠EFC=∠ECM

∴EF=EC

∵ED⊥FC

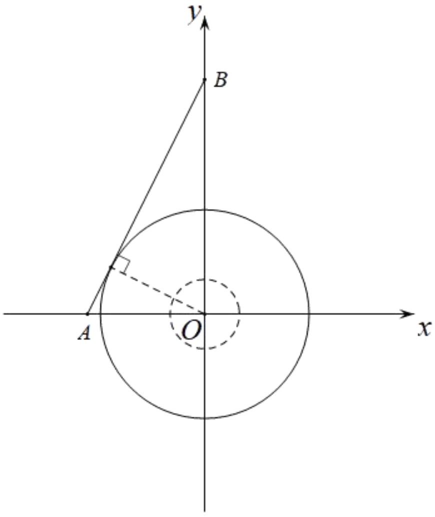
∴CF=2DC

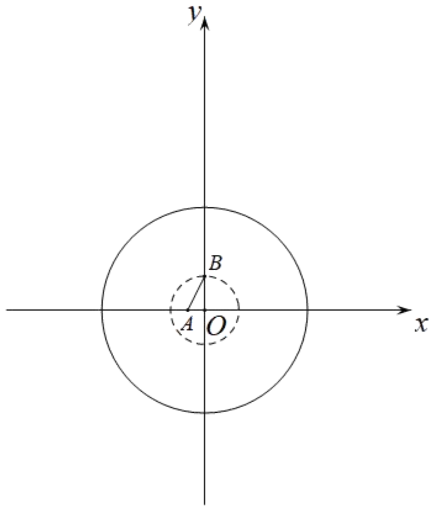
∵$\underline{BC}$=2CM

∴$BF=BC-CF=2(CM-DC)=2DM=2DE$ ……………………………………………7 分

28.（1）①P_1，P_3 ……………………………………………………………………………2 分

②如图所示





可得$1<b\le 3\sqrt{5}$ ……………………………………………………………………………4 分

同理可得$-3\sqrt{5}\le b<-1$ ……………………………………………………………………5 分

（2）$1-2\sqrt{2}\le m<-1$ ……………………………………………………………………………6 分

$1+\frac{\sqrt{3}}{3}<m\le 2\sqrt{2}$ ……………………………………………………………………………7 分

仅供参考，其他答案酌情给分!!!