2021 北京顺义初三一模

数　　学

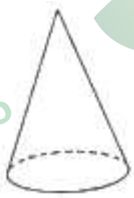
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

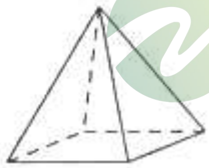
1．我国首次火星探测任务被命名为“天问一号”．2021 年 3 月 26 日，国家航天局发布两幅由“天问一号”探测器拍摄的南、北半球火星侧身影像．该影像是探测器飞行至距离火星 11000 公里处，利用中分辨率相机拍摄的．将 11000 用科学记数法表示应为（　　）

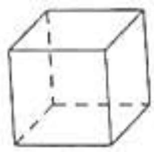
A．11×10^{3}　　B．1.1×10^{4}　　C．1.1×10^{5}　　D．0.11×10^{6}

2．下列立体图形中，俯视图是三角形的是（　　）

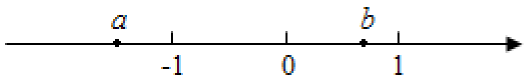
A．

B．

C．

D．

3．实数 a，b 在数轴上对应点的位置如图所示，则下列结论正确的是（　　）



A．$a+b>0$　　B．$a-b>0$　　C．$ab>0$　　D．$|a|>|b|$

4．若一个正多边形的每一个外角都等于 40°，则这个正多边形的边数是（　　）

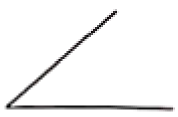
A．7　　B．8　　C．9　　D．10

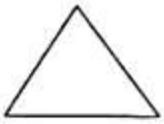
5．不透明的袋子中装有 6 个球，除颜色外无其他差别，其中有 1 个红球 2 个黄球，3 个绿球从袋子中随机摸出一个球，那么摸出的球是红球的概率是（　　）

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

6．下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A． 线段

B． 角

C.  等边三角形　　　　D.  平行四边形

7．将一个长为2a，宽为2b的矩形纸片（a＞b），用剪刀沿图1中的虚线剪开，分成四块形状和大小都一样的小矩形纸片，然后按图2的方式拼成一个正方形，则中间小正方形的面积为（　　）

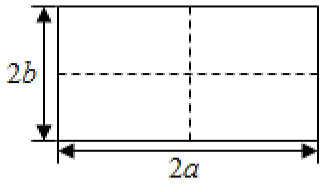


图1

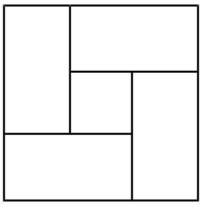


图2

A．a^2+b^2　　B．a^2-b^2　　C．$(a+b)^2$　　D．$(a-b)^2$

8．已知 y 是 x 的函数，如表是 x 与 y 的几组对应值：

x	…	-3	3	6	…
y	…	-2	2	1	…

对于 y 与 x 的函数关系有以下4个描述：

①可能是正比例函数关系；

②可能是一次函数关系；

③可能是反比例函数关系；

④可能是二次函数关系．

所有正确的描述是（　　）

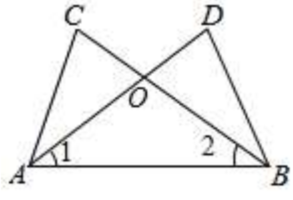
A．①②　　B．②③　　C．③④　　D．①④

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

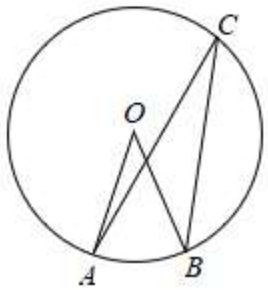
9．若代数式$\frac{2}{a-2}$有意义，则实数 a 的取值范围是______．

10．已知方程组的解为$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$，写出一个满足条件的方程组______．

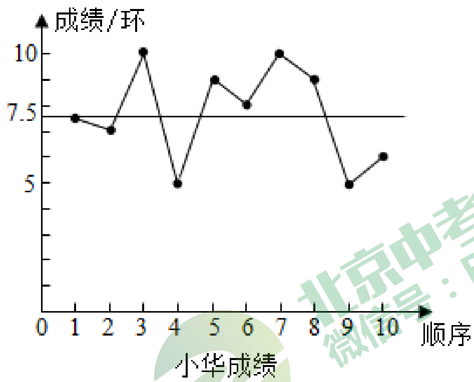
11．如图，∠1＝∠2，只需添加一个条件即可证明△ABC≌△BAD，这个条件可以是______（写出一个即可）．

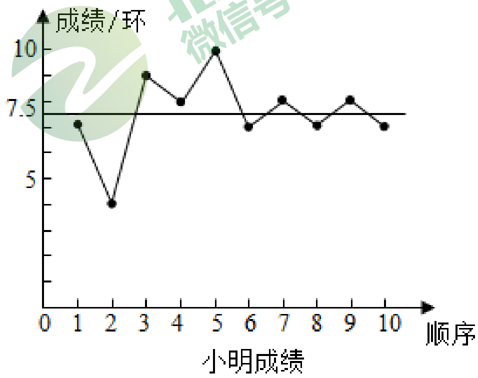


12．如图，已知 A，B，C 是⊙O 上三点，∠C＝20°，则∠AOB 的度数为______．



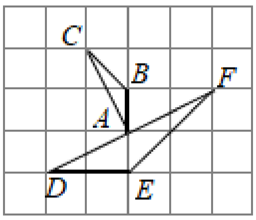
13．要从小华、小明两名射击运动员中选择一名运动员参加射击比赛，在赛前对他们进行了一次选拔赛．如图为小华、小明两人在选拔赛中各射击 10 次成绩的折线图和表示平均数的水平线．你认为应该选择＿＿＿（填“小华”或“小明”）参加射击比赛；理由是＿＿＿．





14．写出一个反比例函数表达式，使它的图象与直线 y＝x+4 有公共点，这个函数的表达式为＿＿＿．

15．如图所示的网格是正方形网格，点 A，B，C，D，E，F 是网格线的交点，则△ABC 的面积与△DEF 的面积比为______．



16．标有 1－25 号的 25 个座位如图摆放．甲、乙、丙、丁四人玩选座位游戏，甲选 2 个座位，乙选 3 个座位，丙选 4 个座位，丁选 5 个座位．游戏规则如下：①每人只能选择同一横行或同一竖列的座位；②每人使自己所选的座位号数字之和最小；③座位不能重复选择．如果按“甲、乙、丙、丁”的先后顺序选座位，那么甲选 1，2 号座位，乙选 3，4，5 号座位，丙选 7，8，9，10 号座位，丁选 13，14，15，16，17 号座位，此时四人所选的座位号数字之和为 124．如果按“丁、丙、乙、甲”的先后顺序选座位，那么四人所选的座位号数字之和为＿＿＿．

21	22	23	24	25
20	7	8	9	10
19	6	1	2	11
18	5	4	3	12
17	16	15	14	13

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题分 5，第 23-26 题，每小题 5 分，第 27、28 题每小题 5 分）解答应写出文说明，演算步骤或证明过程

17．计算：$\sqrt{12}-2^{-1}-2\tan60°+\pi^0$.

18．解不等式 $3x-1<2x+1$，并把它的解集在数轴上表示出来.

19．已知 $a^2+2a-1=0$，求代数式（$a-1$）（$a+1$）$+2$（$a-1$）的值.

20．已知：如图，射线 AP.

求作：△ABC，使得点 B 在射线 AP 上，∠C＝90°，∠A＝60°.

作法：①在射线 AP 上任取一点 M；

②以点 M 为圆心，MA 的长为半径画圆，交射线 AP 于另一点 B；

③以点 A 为圆心，AM 的长为半径画弧，在射线 AP 的上方交⊙M 于点 C；

④连接 AC、BC.

所以△ABC 为所求作的三角形.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：∵AB 为⊙M 的直径，点 C 在⊙M 上，

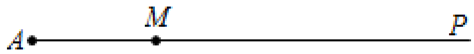
∴∠ACB＝90°（　　　）（填推理依据）.

连接 MC.

∵MA＝MC＝AC，

∴△AMC 为等边三角形（　　　）（填推理依据）.

∴∠A＝60°.



21．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx-3=0$．

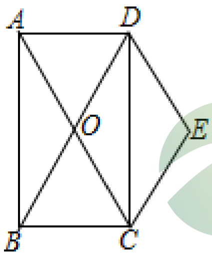
（1）求证：方程总有两个不相等的实数根；

（2）若方程有一个根是 1，求方程的另一个根．

22．如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC、BD 交于点 O，且 $DE\parallel AC$，$CE\parallel BD$．

（1）求证：四边形 OCED 是菱形；

（2）若∠BAC＝30°，AC＝4，求菱形 OCED 的面积．



23．在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b$（$k\neq0$）的图象经过点 A（0，－1），B（1，0）．

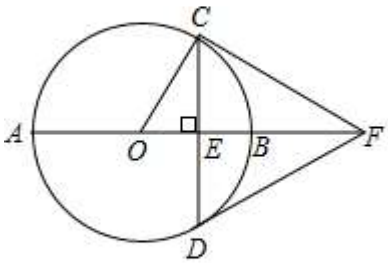
（1）求 k，b 的值；

（2）当 x＞1 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=-2x+n$ 的值小于一次函数 $y=kx+b$ 的值，直接写出 n 的取值范围．

24．如图，AB 是⊙O 的直径，弦 CD⊥AB 于点 E，⊙O 的切线 CF 交 AB 的延长线于点 F，连接 OC，DF.

（1）求证：DF 是⊙O 的切线；

（2）若 $\sin\angle OFC=\dfrac{3}{5}$，BF＝10，求 CD 的长.

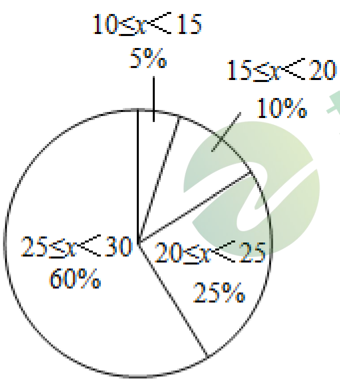


25．某校初三年级有 400 名学生，为了提高学生的体育锻炼兴趣，体育老师自主开发了一套体育锻炼方法，并在全年级实施为了检验此种方法的锻炼效果，随机抽取了 20 名学生在应用此种方法锻炼前进行了第一次体育测试，应用此种方法锻炼一段时间后，又进行了第二次体育测试，获得了他们的成绩（满分 30 分），并对数据（成绩）进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息：

a．第一次体育测试成绩统计表：

分组/分	人数
$5\le x<10$	1
$10\le x<15$	1
$15\le x<20$	9
$20\le x<25$	m
$25\le x\le 30$	3

b．第二次体育测试成绩统计图：



c．两次成绩的平均数、中位数、众数如表：

	平均数	中位数	众数

第一次成绩	19.7	n	19
第二次成绩	25	26.5	28

d．第一次体育测试成绩在 $15 \le x < 20$ 这一组的数据是：

15，16，17，17，18，18，19，19，19．

e．第二次体育测试成绩在 $15 \le x < 20$ 这一组的数据是：17，19．

请根据以上信息，回答下列问题：

（1）m＝______，n＝______；

（2）求第二次体育测试成绩的及格率（大于或等于 18 分为及格）；

（3）下列推断合理的是______．

①第二次测试成绩的平均分高于第一次的平均分，以大多数学生通过此种方法锻炼一段时间后成绩提升了．

②被抽测的学生小明的第二次测试成绩是 24 分，他觉得年级里大概有 240 人的测试成绩比他高，所以他决心努力锻炼，提高身体素质．

26．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2-4ax+3a$（$a>0$）与 y 轴交于点 A．

（1）求点 A 和抛物线顶点的坐标（用含 a 的式子表示）；

（2）直线 y＝﹣ax+3a 与抛物线 y＝ax2﹣4ax+3a 围成的区域（不包括边界）记作 G．横、纵坐标都为整数的点叫做整点．

①当 $a=1$ 时，结合函数图象，求区域 G 中整点的个数；

②当区域 G 中恰有 6 个整点时，直接写出 a 的取值范围．

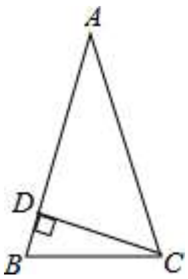
27．如图，等腰三角形 ABC 中，$AB=AC$，$CD\perp AB$ 于点 D，$\angle A=\alpha$.

（1）求出∠DCB 的大小（用含 α 的式子表示）；

（2）延长 CD 至点 E，使 CE＝AC，连接 AE 并延长交 CB 的延长线于点 F.

①依题意补全图形；

②用等式表示线段 EF 与 BC 之间的数量关系，并证明.



28．对于平面直角坐标系 xOy 中的⊙O 和图形 N，给出如下定义：如果⊙O 平移 m 个单位后，图形 N 上的所有点在⊙O 内或⊙O 上，则称 m 的最小值为⊙O 对图形 N 的“覆盖近距”.

（1）当⊙O 的半径为 1 时，

①若点 A（3，0），则⊙O 对点 A 的“覆盖近距”为　　　；

若⊙O 对点 B 的“覆盖近距”为 1，写出一个满足条件的点 B 的坐标　　　；

③若直线 y＝2x+b 上存在点 C，使⊙O 对点的“覆盖近距”为 1，求 b 的取值范围；

（2）当⊙O 的半径为 2 时，D（3，t），E（4，t+1），且﹣1≤t≤2．记⊙O 对以 DE 为对角线的正方形的“覆盖近距”为 d，直接写出 d 的取值范围.

2021 北京顺义初三一模数学

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	*B*	*A*	*D*	*C*	*A*	*A*	*D*	*C*

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$a \neq 2$； 10．$\begin{cases} x+y=3, \\ x-y=1. \end{cases}$（答案不唯一）； 11．*CB*=*DA*（答案不唯一）； 12． $40°$；

13．小明，数据波动小、成绩稳定； 14． $y=\dfrac{1}{x}$（答案不唯一）； 15．1：4； 16．114．

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题每小题 7 分）

17．解：$\sqrt{12}-2^{-1}-2\tan 60^{\circ}+\pi^{0}$

$=2\sqrt{3}-\dfrac{1}{2}-2\sqrt{3}+1$ ……………………………………………………4 分

$=\dfrac{1}{2}$ ……………………………………………………………………………5 分

18．解：去括号得 $3x-1<2x+2$

移项得 $3x-2x<2+1$ ………………………………………………………………3 分

合并同类项得 $x<3$ ……………………………………………………………4 分

不等式组的解集是 $x<3$

把解集表示在数轴上

……………………………………5 分

19．解：$(a-1)(a+1)+2(a-1)$

$=a^2-1+2a-2$ ……………………………………………………………2 分

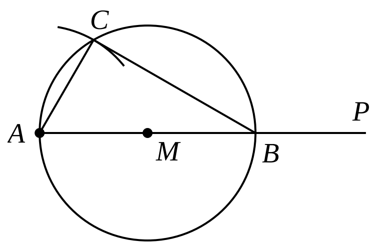
$=a^2+2a-3$ ……………………………………………………………3 分

∵ $a^2+2a-1=0$

∴ $a^2+2a=1$ ……………………………………………………………4 分

∴ 原式= a^2+2a-3 =1-3=-2. ……………………………………………………………5 分

20. （1）补全图形如下：



……………………………………………………………3 分

（2）直径所对的圆周角是直角； ……………………………………………………………4 分

三边相等的三角形是等边三角. ……………………………………………………………5 分

21. （1）证明：∵ $\Delta=b^2-4\times1\times(-3)$

$=b^2+12>0$ ……………………………………………………………2 分

∴方程总有两个不相等的实数根. ……………………………………… 3 分

（2）解：∵ $x=1$，

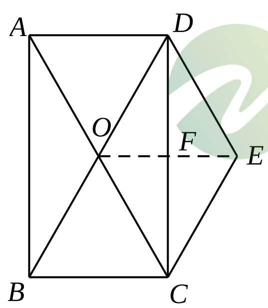
∴ $1+b-3=0$，

∴ $b=2$. …………………………………………………… 4 分

∴ $x^2+2x-3=0$.

∴方程的另一根为 $x=-3$. ……………………………………………………… 5 分

22.（1）证明：



∵DE∥OC，CE∥OD，

∴四边形 OCED 是平行四边形

∵四边形 ABCD 是矩形，

∴AC=BD，OC=$\frac{1}{2}$AC，OD=$\frac{1}{2}$BD. …………………………2 分

∴OC=OD.

∴平行四边形 OCED 是菱形 ………………………………3 分

（2）解：在矩形 ABCD 中，∠ABC=90°，∠BAC=30°，AC＝4，

∴BC=2.

∴AB=DC=$2\sqrt{3}$.

连接 OE，交 CD 于点 F.

∵四边形 OCED 为菱形，

∴F 为 CD 中点.

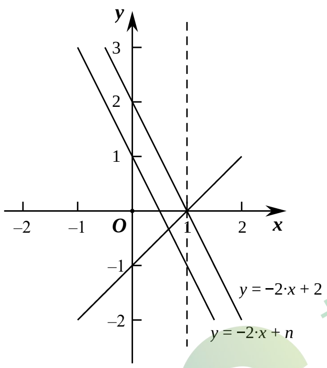
∵O 为 BD 中点，

∴OF=$\frac{1}{2}$BC=1.

∴OE＝2OF＝2.

∴S 菱形 OCED＝$\frac{1}{2}$OE·CD=$\frac{1}{2}$×2×$2\sqrt{3}$＝$2\sqrt{3}$. ………………5 分

23．解：

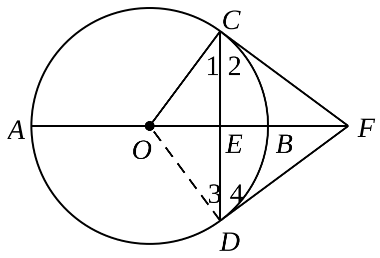


（1）依题意得 $\begin{cases} b=-1 \\ k+b=0 \end{cases}$ ………………………………2 分

解得 $\begin{cases} k=1 \\ b=-1 \end{cases}$ ……………………………………4 分

（2）结合图象，可得 n≤2. ……………………………6 分

24．（1）证明：连接 *OD*.



∵CF 是⊙O 的切线，

∴∠OCF=90° ……………………………………………1 分

∴∠1+∠2=90°

∵CD⊥AB， 错误!未定义书签。

∴CE=ED，即 OF 为 CD 的垂直平分线.

∴CF=DF

∴∠2=∠4． ……………………………………………2 分

∵OC=OD，

∴∠1=∠3，

∴∠1+∠2=∠3+∠4=90°.

∴OD⊥DF，

∴DF 是⊙O 的切线． …………………………………3 分

（2）解：∵∠OCF=90°，$\sin\angle OFC=\frac{3}{5}$，

∴$\frac{OC}{OF}=\frac{3}{5}$，

∵OC=OB，BF=10 ，

∴$\frac{OC}{OC+10}=\frac{3}{5}$.

∴OC=15，FO=25……………………………………………5 分

∴CF=$\sqrt{OF^2-OC^2}$.

∵$CD\perp AB$，

∴OC·CF=CE·OF，

∴CE= 12.

∴CD=24. ……………………………………………6 分

25.（1）$m=6$，$n=19$；   ……………………………………………… 2 分

（2）$20\times60\%+20\times25\%=17$ ……………………………………………… 3 分

$17+1=18$

$\frac{18}{20}\times100\%=90\%$

……………………………………………… 4 分

（3）①②   ……………………………………………… 6 分

26．解：（1）A(0，3a) ……………………………………………………… 1 分

由抛物线 $y=ax^2-4ax+3a(a>0)$ 得

$-\frac{-4a}{2a}=2$，

$\frac{4a\cdot3a-(-4a)^2}{4a}=\frac{12a^2-16a^2}{4a}=\frac{-4a^2}{4a}=-a$，

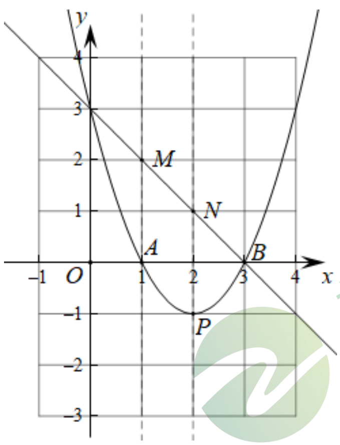
所以顶点坐标为（2，-a） ……………………………………………… 3 分

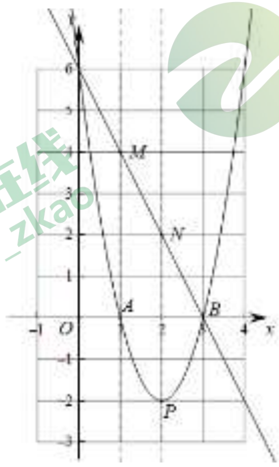
（2）①当 a=1 时，直线 $y=-x+3$ 与抛物线 $y=x^2-4x+3$ 的图象如下：

当 x=1 时，代入得 M(1，2)，A(1，0)，符合题意得整点有(1，1)；

当 x=2 时，代入得 N(2，1)，P(2，-1)，符合题意得整点有(2，0)；

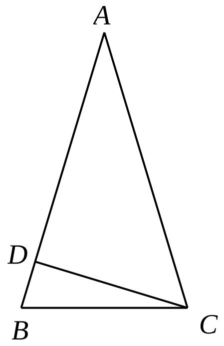
所以区域 G 中的整点有 2 个 ……………………………………………… 4 分





②$\frac{3}{2}<a\leq2$． ……………………………………………………… 6 分

27．（1）解：∵ $AB=AC$，



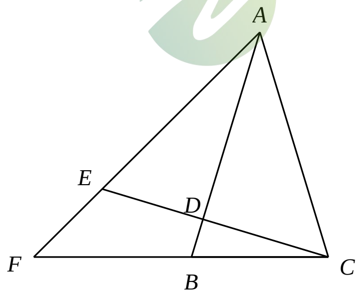
∴∠ABC=∠ACB

∵∠A=α，

∴∠ABC=∠ACB=$\dfrac{180^\circ-\alpha}{2}=90^\circ-\dfrac{\alpha}{2}$.

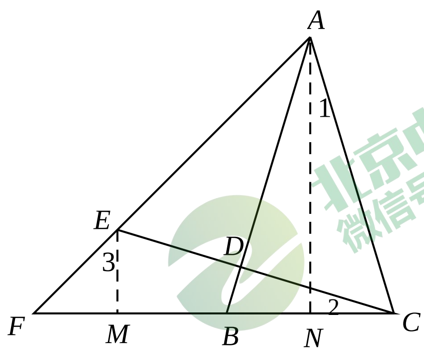
∵CD⊥AB，∴∠DCB=$\dfrac{\alpha}{2}$. ……………….2 分

（2）①



………………………………………………….4 分

②线段 EF 与 BC 之间的数量关系为 $BC=\sqrt{2}EF$.



证明：过点 A,E 分别作 AN ⊥CF, EM⊥CF 于 N,M 两点.

∴∠EMC=∠ANC=90°.

∵AB=AC=CE，

∴$\angle 1=\angle 2=\dfrac{\alpha}{2}$, CN=$\dfrac{1}{2}$BC, ∠AEC=∠EAC,

∴△CEM≌△ACN，

∴EM=CN=$\dfrac{1}{2}$BC.

∵∠AEC=∠F+∠2,

∠EAC=∠FAN+∠1,

∴∠F =∠FAN=45°， ∴∠3=45°.

∴FM=EM =CN=$\dfrac{1}{2}$BC,

在 Rt△EFM 中，EF=$\sqrt{2}$ EM,

∴ $BC=\sqrt{2}EF$ ....7 分

28.解：（1）

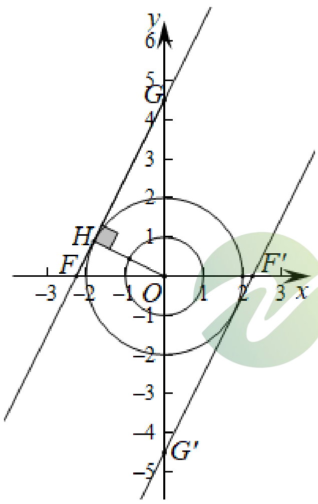
① 2 .... 1 分

②（2，0）；（答案不唯一） .... 2 分

③直线 y=2x+b 与 x 轴交于点 F$(-\dfrac{b}{2},0)$，与 y 轴交于点 G$(0，b)$；

显然当直线 y=2x+b 与以 O 为圆心，2 为半径的圆相交或相切时，直线 y=2x+b 上存在点 C，使⊙O 对点 C 的“覆盖近距”为 1；

如图，当直线 y=2x+b 与以 O 为圆心，2 为半径的圆相切于点 H



∴F($-\dfrac{b}{2}$，0)，G(0，b)

$\therefore$OF=$\left|\frac{b}{2}\right|$，OG=$|b|$

显然 tan∠HGO=$\frac{OH}{GH}=\frac{OF}{OG}=\frac{1}{2}$,

又∵OH=2，可得 HG=4，

在 Rt△OHG 中，OG=$\sqrt{1^2+2^2}=2\sqrt{5}$，可得$b=\pm2\sqrt{5}$

因此$-2\sqrt{5}\le b\le2\sqrt{5}$ ……………… 5 分

（2）$4-\frac{\sqrt{15}}{2}\le d\le3$ ……………………… 7 分