



北京市第一六六中学 2023—2024 学年度第一学期期中考试

## 初二年级 数学学科 (考试时长: 100 分钟)

班级: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_

考查目标
<b>知识:</b> 第十一章《有理数》, 第十二章《全等三角形》、第十三章《轴对称》、第十四章《整式的乘法与因式分解》
<b>能力:</b> 识图、运算、数据分析、几何直观、逻辑推理、数形结合、分类讨论

### 一、选择题 (本题共 20 分, 每小题 2 分)

第 1~10 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1. 如图, 五个甲骨文中是轴对称图形的有



- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

2. 下列计算正确的是

- A.  $(3x)^2 = 3x^2$                       B.  $(a+2b)^2 = a^2 + 2ab + 4b^2$   
 C.  $a^5 \div a^2 = a^3 (a \neq 0)$                       D.  $a(a+1) = a^2 + 1$

3. 若一个多边形的每个外角都等于  $30^\circ$ , 则这个多边形的边数是

- A. 9                      B. 10                      C. 11                      D. 12

4. 下列等式中, 从左到右的变形是因式分解的是

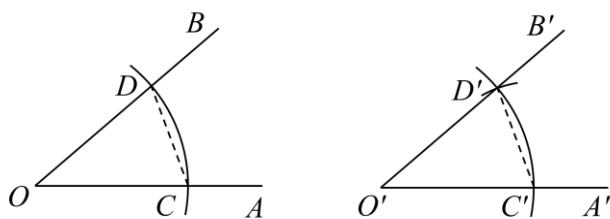
- A.  $(a-1)^2 = a^2 - 2a + 1$                       B.  $m(m-2) = m^2 - 2m$   
 C.  $a^2 - 9 = (a+3)(a-3)$                       D.  $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$

5. 点  $P(2, -5)$  关于  $x$  轴对称的点的坐标为

- A.  $(-2, 5)$                       B.  $(2, -5)$                       C.  $(-2, -5)$                       D.  $(2, 5)$

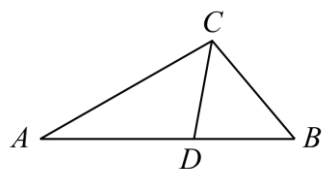


6. 下图是用直尺和圆规作一个角等于已知角的示意图, 则  $\angle O = \angle O'$  的依据是



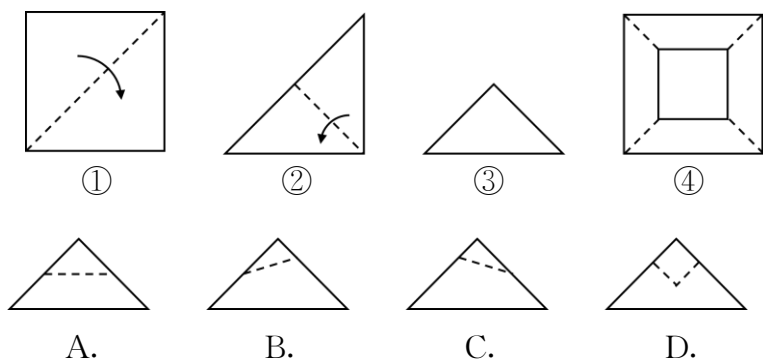
- A. SSS                      B. SAS                      C. ASA                      D. AAS

7. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle B = 50^\circ$ ,  $CD$  平分  $\angle ACB$ , 则  $\angle ADC$  的度数是

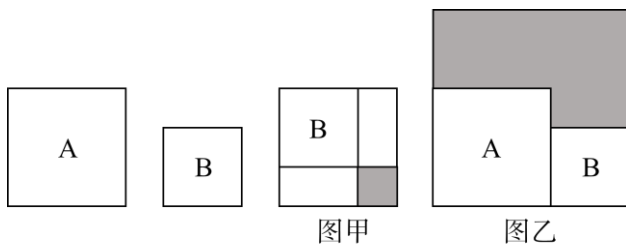


- A.  $80^\circ$                       B.  $90^\circ$   
C.  $100^\circ$                       D.  $110^\circ$

8. 将一张纸片沿下图中①, ②的虚线对折得到③, 然后剪去一个角, 展开铺平后的图形如④所示, 则图中③沿虚线的剪法是



9. 有两个正方形 A, B, 现将 B 放在 A 的内部如图甲, 将 A, B 并排放置后构造新的正方形如图乙, 若图甲和图乙中阴影部分的面积分别为 4 和 52, 则正方形 A, B 的面积之和为



- A. 48                      B. 56                      C. 64                      D. 72

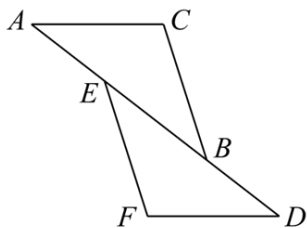


10. 若  $a, b, c$  分别是等腰  $\triangle ABC$  三边的长, 且满足  $ac = 12 - bc$ . 若  $a, b, c$  均为正整数, 则这样的等腰  $\triangle ABC$  有
- A. 3 个                      B. 4 个                      C. 5 个                      D. 6 个

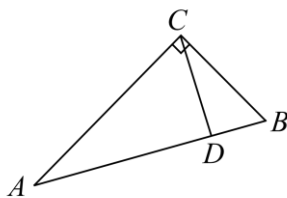
二、填空题 (本题共 12 分, 每小题 2 分)

11. 分解因式:  $6x^3y^2 + 3x^2y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

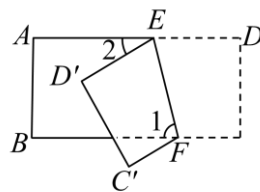
12. 如图, 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中, 点  $A, E, B, D$  在同一直线上,  $AC \parallel DF$  且  $AC = DF$ . 添加一个条件, 使得  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 这个条件可以是:  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



第 12 题



第 14 题



第 15 题

13. 若  $a^5 \cdot (a^m)^3 = a^{11}$ , 则  $m$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CD$  是高,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $AB = 4$ , 则  $BD = \underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 如图,  $ABCD$  为一长条形纸带,  $AD \parallel BC$ , 将  $ABCD$  沿  $EF$  折叠,  $C, D$  两点分别与  $C', D'$  对应, 若  $\angle 1 = 2\angle 2$ , 则  $\angle AEF$  的度数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 破译密码: 根据下面五个已知条件, 可推断出正确的密码是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

	6   2   8	只有一个号码正确且位置正确
	6   1   9	只有一个号码正确但位置不正确
	8   7   6	只有两个号码正确但位置都不正确
	5   3   2	三个号码都不正确
	2   5   7	只有一个号码正确但位置不正确



三、解答题（本题共 68 分，第 17～18 题，每题 6 分，第 19～24 题，每题 5 分，第 25 题 6 分，第 27～28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算:

(1)  $(a^3b^4)^2 \div (ab^2)^3$ ;

(2)  $(-a^2)^3 \cdot a^2 + a^8$ .

18. 计算:

(1)  $4mm^3 \left( 2m^2 - \frac{3}{4}mn^2 \right)$ ;

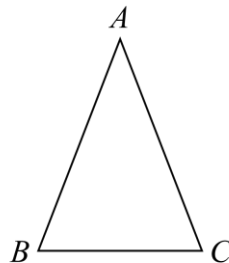
(2)  $(x-6y^2)(3x^3+y)$ .

19. 先化简，再求值： $3(x-2)^2 - 6(x+1)(x-1)$ ，其中  $x$  满足  $x^2 + 4x - 4 = 0$ .

20. 证明等腰三角形性质 1：等腰三角形的两个底角相等.

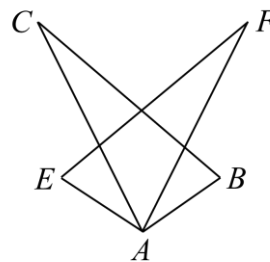
已知：如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ .

求证： $\angle B = \angle C$ .



21. 如图， $AB = AE$ ， $\angle C = \angle F$ ， $\angle EAC = \angle BAF$ .

求证： $AC = AF$ .



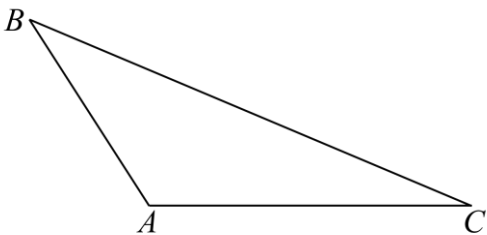


22. 如图，在钝角 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC > 90^\circ$ .

(1) 尺规作图：作  $AC$  的垂直平分线，与边  $BC$ ,  $AC$  分别交于点  $D$ ,  $E$  (不写作法，保留作图痕迹)；

(2) 在(1)的条件下，过点  $B$  作  $BH \perp AC$  交  $CA$  的延长线于点  $H$ ，连接  $AD$ ，求证： $\angle ADE = \angle HBC$ .

请补全图形，并完成下列证明过程：



证明： $\because DE$  是  $AC$  的垂直平分线，

$$\therefore DA = \underline{\quad}, AE = CE,$$

在  $\triangle ADE$  与  $\triangle CDE$  中，

$$\begin{cases} DA = DC, \\ AE = CE, \\ DE = DE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDE (\text{SSS}),$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CDE,$$

$$\therefore BH \perp AC, DE \perp AC,$$

$$\therefore \angle BHC = \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\therefore DE \parallel BH (\underline{\quad}) (\text{填推理的依据})$$

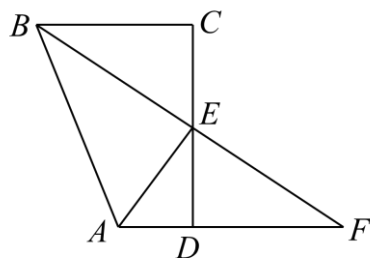
$$\therefore \underline{\quad}.$$

$$\therefore \angle ADE = \angle HBC.$$


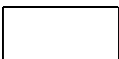
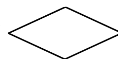
23. 如图，四边形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ， $E$  为  $CD$  的中点，连接  $BE$  并延长交  $AD$  的延长线于点  $F$ .

(1) 求证： $\triangle BCE \cong \triangle FDE$ ；



(2) 连接  $AE$ ，当  $AE \perp BF$ ， $BC = 2$ ， $AD = 1$  时，求  $AB$  的长.





24. 在用框图表示运算流程时，可以用“”表示数据输入、输出框；用“”表示数据处理和运算框；用“”表示数据判断框；（根据条件决定执行两条路径中的某一条）

(1) 如图 1，当输入数  $x = -1$  时，输出数  $y = \underline{\quad}$ ；

(2) 如图 2，第①个“”内，应填  $\underline{\quad}$ ；第②个“”内，应填  $\underline{\quad}$ ；

(3) 如图 3，当输入数  $x = -2$  时，计算出数  $y$  的值为  $\underline{\quad}$ 。

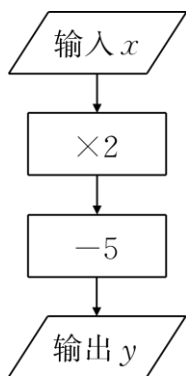


图 1

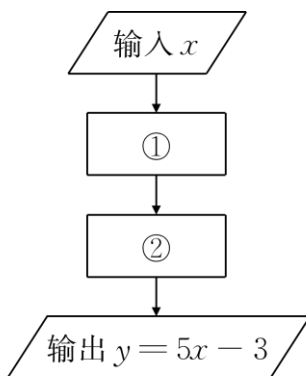


图 2

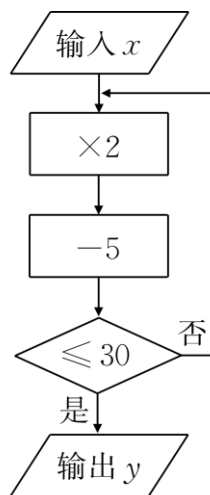
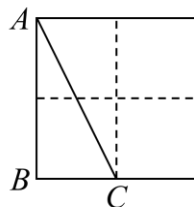
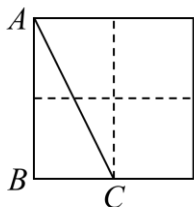
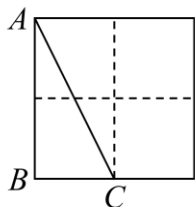


图 3

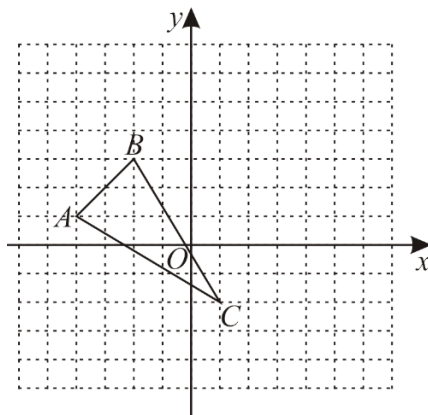
25. 如图，在  $2 \times 2$  的正方形格子中， $\triangle ABC$  是以格点为顶点的三角形，也称为格点三角形，请你在该正方形格子中画出 3 个与  $\triangle ABC$  成轴对称的格点三角形（用阴影表示），并画出对称轴。





26. 在平面直角坐标系中,  $\triangle ABC$  的三个顶点的坐标分别为  $A(-4,1)$ ,  $B(-2,3)$ ,  $C(1,-2)$ .

- (1) 请画出  $\triangle ABC$  关于  $y$  轴对称的  $\triangle A'B'C'$  (其中  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  分别是  $A$ ,  $B$ ,  $C$  的对应点, 不写画法);
- (2) 写出  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  三点的坐标;
- (3) 在  $x$  轴上求作一点  $P$ , 使得点  $P$  到点  $A$ , 点  $B$  的距离之和最短; (保留作图痕迹)
- (4) 点  $Q$  在坐标轴上, 且满足  $\triangle BCQ$  是等腰三角形, 则所有符合条件的点  $Q$  的个数是\_\_\_\_\_.



27. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $\angle BAC = 30^\circ$ , 点  $D$  在射线  $BC$  上, 连接  $AD$ ,  $\angle CAD = \alpha$ , 点  $D$  关于直线  $AC$  的对称点为  $E$ , 点  $E$  关于直线  $AB$  的对称点为  $F$ , 直线  $EF$  分别交直线  $AC$ ,  $AB$  于点  $M$ ,  $N$ , 连接  $AF$ ,  $AE$ ,  $CE$ .

(1) 如图 1, 点  $D$  在线段  $BC$  上.

- ① 根据题意补全图 1;
- ②  $\angle AEF =$  \_\_\_\_\_ (用含有  $\alpha$  的代数式表示),  $\angle AMF =$  \_\_\_\_\_;
- ③ 用等式表示线段  $MA$ ,  $ME$ ,  $MF$  之间的数量关系, 并证明.

(2) 点  $D$  在线段  $BC$  的延长线上, 且  $\angle CAD < 60^\circ$ , 直接用等式表示线段  $MA$ ,  $ME$ ,  $MF$  之间的数量关系.

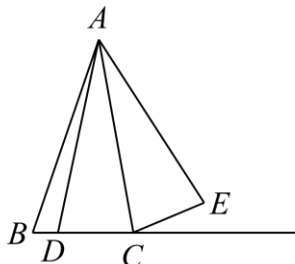
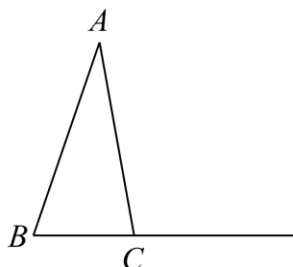


图 1



备用图



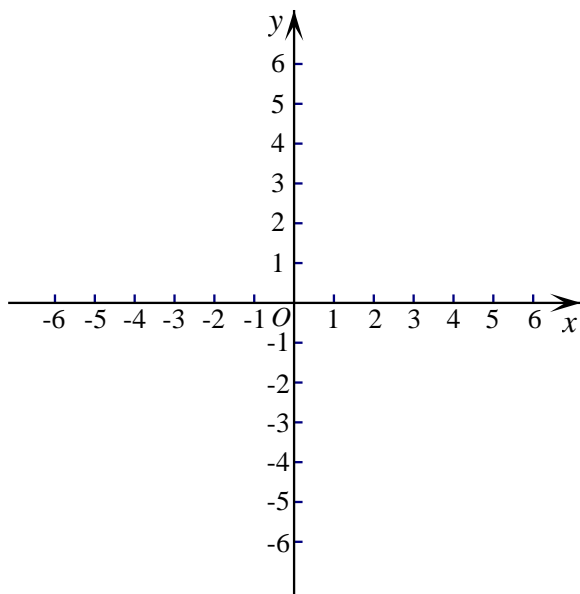
28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于点  $P$ , 点  $M$ , 给出如下定义: 如果点  $P$  与原点  $O$  的距离为  $a$ , 点  $M$  与点  $P$  的距离是  $a$  的  $k$  倍 ( $k$  为整数), 那么称点  $M$  为点  $P$  的“ $k$  倍关联点”.

(1) 当  $P_1(-1.5, 0)$  时,

① 若点  $P_1$  的 2 倍关联点  $M$  在  $x$  轴上, 那么点  $M$  的坐标为\_\_\_\_\_;

② 若  $M(x, y)$  是点  $P_1$  的  $k$  倍关联点, 且满足  $x = -1.5, -3 \leq y \leq 5$ , 那么整数  $k$  的最大值为\_\_\_\_\_;

(2) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ, \angle ACB = 30^\circ, A(b, 0), B(b+1, 0)$ . 若  $P_2(-1, 0)$ , 且在  $\triangle ABC$  的边上存在点  $P_2$  的 2 倍关联点  $Q$ , 求  $b$  的取值范围.



备用图