

# 数学试卷

班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

考生  
须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，26 道小题，满分 100 分。附加题两道，共 10 分。考试时间 100 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号。
3. 答案一律填写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，只收答题卡。



## 一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

1. 第 24 届冬季奥林匹克运动会，将于 2022 年 02 月 04 日~2022 年 02 月 20 日在中国北京市和张家口市联合举行。在会徽的图案设计中，设计者常常利用对称性进行设计。下列四个图案是历届会徽图案上的一部分图形，其中不是轴对称图形的是（ ）。



A.



B.



C.



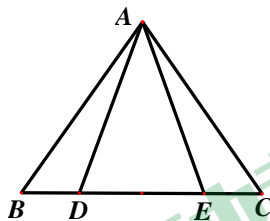
D.

2. 下列运算正确的是（ ）。

A.  $m+3m=3m^2$     B.  $3m^3 \cdot 2m^2=6m^6$     C.  $(3m)^2=9m^2$     D.  $m^6 \div m^6=m$

3. 如图，点  $B, D, E, C$  在同一条直线上，若  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ， $\angle AEC=110^\circ$ ，则  $\angle DAE$  的度数为（ ）。

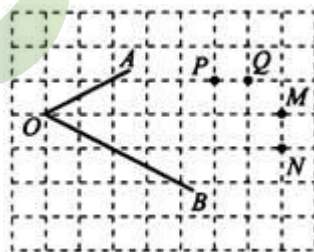
A.  $30^\circ$     B.  $40^\circ$     C.  $50^\circ$     D.  $60^\circ$



(第 3 题)



(第 4 题)



(第 5 题)

4. 某同学把一块三角形的玻璃打碎成了 3 块，现在要到玻璃店去配一块完全一样的玻璃，那么最少要带第（ ）块去玻璃店就可以买到完全一样的玻璃。

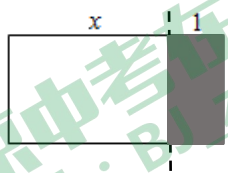
A. ①    B. ②    C. ③    D. ①②③

5. 正方形网格中,  $\angle AOB$  的位置如图所示, 到  $\angle AOB$  两边距离相等的点是 ( ).

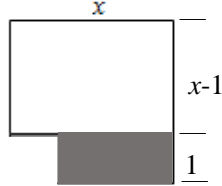
- A. 点  $M$       B. 点  $N$       C. 点  $P$       D. 点  $Q$

6. 如图 1, 将长为  $(x+1)$  宽为  $(x-1)$  的长方形沿虚线剪去一个宽为 1 的小长方形(阴影部分), 得到两个长方形, 再将这两个长方形拼成图 2 所示图形. 这两个图能解释下列哪个等式 ( ).

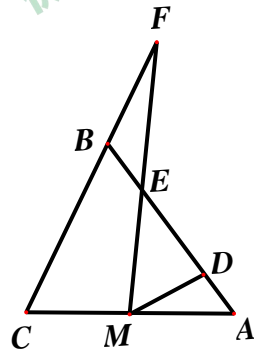
- A.  $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$       B.  $x(x-1) = x^2 - x$   
 C.  $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$       D.  $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$



(第 6 题图 1)



(图 2)



(第 7 题)

7. 如图, 等边  $\triangle ABC$  的边长为 3, 点  $M$  为  $AC$  边上的一个动点, 作  $MD \perp AB$  于点  $D$ , 延长  $CB$  使得  $BF = AM$ , 连接  $MF$  交  $AB$  与点  $E$ , 则  $DE$  的长为 ( ).

- A.  $\frac{3}{4}$       B. 1      C.  $\frac{3}{2}$       D. 2

8. 设  $a, b$  是实数, 定义  $*$  的一种运算如下:  $a * b = (a+b)^2$ , 则下列结论有:

- ①  $a * b = 0$ , 则  $a = 0$  且  $b = 0$ ; ②  $a * b = b * a$ ; ③  $a * (b+c) = a * b + a * c$ ;  
 ④  $a * b = (-a) * (-b)$ , 正确的有 ( ) 个.

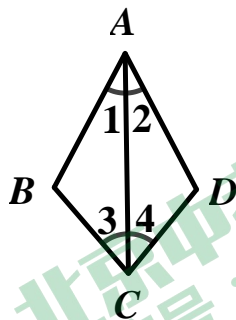
- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

**二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分)**

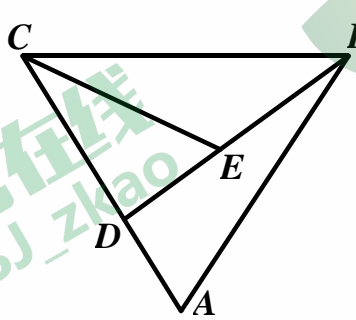
9.  $(\pi - 2)^0 =$  \_\_\_\_\_.

10. 计算:  $(-3a^2b)^3 =$  \_\_\_\_\_;  $a^6 \div a^3 =$  \_\_\_\_\_.

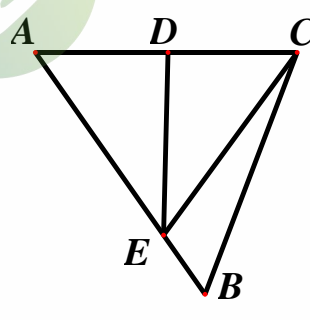
11. 如图, 已知  $\angle 1 = \angle 2$ , 添加一个条件 \_\_\_\_\_, 使得  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ .



(第 11 题)



(第 12 题)

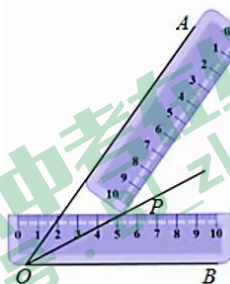


(第 13 题)

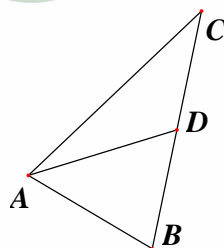
12. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $BD$  是边  $AC$  上的高,  $CE$  平分  $\angle ACB$ , 交  $BD$  于点  $E$ ,  $DE = 4$ ,  $BC = 10$ , 则  $\triangle BCE$  的面积为 \_\_\_\_\_.



13. 如图,  $DE$  是  $\triangle ABC$  中  $AC$  边的垂直平分线, 若  $BC=4$ ,  $AB=5$ , 则  $\triangle EBC$  的周长是\_\_\_\_\_.
14. 小明在学习了全等三角形的相关知识后发现, 只用两把完全相同的长方形直尺就可以作出一个角的平分线. 如图所示, 一把直尺压住射线  $OB$ , 另一把直尺压住射线  $OA$ , 并与第一把直尺交于点  $P$ , 小明说: “射线  $OP$  就是  $\angle AOB$  的平分线.” 他这样做的依据是\_\_\_\_\_.



(第14题)



(第15题)



15. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=3$ ,  $AC=5$ , 则  $BC$  边中线  $AD$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
16. 丽丽在做一道计算题目  $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$  的时候是这样分析的: 这个算式里面每个括号内都是两数和的形式, 跟最近学的乘法公式作比较, 发现如果添加两数的差作为新的因式, 就可以运用平方差公式进行运算, 她尝试添了因式  $(2-1)$ , 很快得到计算结果.

①  $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1) =$ \_\_\_\_\_;

请参考丽丽的方法进行运算:

②  $(5+1)(5^2+1)(5^4+1)\cdots(5^{2048}+1)$  的值为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (本大题共 10 小题, 第 17 题 14 分, 第 23、25 题每题 8 分, 第 24 题 6 分, 26 题 7 分, 其余每题 5 分, 共 68 分)

17. 计算: (1)  $(-4x^2)(3x+1)$ ; (2)  $(m+2n)(3n-m)$ ;
- (3)  $(12m^3-6m^2+3m)\div 3m$ ; (4)  $(2x+y+z)(2x-y-z)$ .
18. 课堂上, 老师让同学们计算  $(3a-b)(3a+b)-a(4a-1)$ .

$$\begin{aligned} & (3a-b)(3a+b)-a(4a-1) \\ &= 3a^2-b^2-4a^2-a \\ &= -a^2-b^2-a \end{aligned}$$

左边文本框中是小朱的解题过程. 请你判断其是否正确? 如果有错误, 请写出正确的解题过程.

19. 如图, 已知  $\angle AOB$ . 按照以下步骤作图:

- ① 以点  $O$  为圆心, 以适当的长为半径作弧, 分别交  $OA$ 、 $OB$  于  $M$ 、 $N$  两点;
- ② 分别以点  $M$ 、 $N$  为圆心, 以大于  $\frac{1}{2}$  线段  $MN$  的长为半径作弧, 两弧在  $\angle AOB$

内部交于点  $C$ .

则射线  $OC$  是  $\angle AOB$  的平分线.

根据上面的作法, 完成以下问题:

- (1) 使用直尺和圆规, 作出射线  $OC$  (请保留作图痕迹);
- (2) 完成下面证明过程 (注: 括号里填写推理的依据).

连接  $MC$ ,  $NC$ .

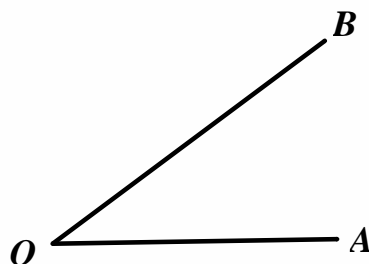
在  $\triangle OCM$  和  $\triangle OCN$  中,

$$\begin{cases} OM = ON, \\ OC = OC, \\ MC = NC, \end{cases}$$

$\therefore \triangle OCM \cong \triangle OCN$  ( ),

$\therefore \angle AOC = \underline{\hspace{2cm}}$  ( ),

即  $OC$  平分  $\angle AOB$ .



20. 如图,  $\triangle ABC$  的顶点都是格点 (平面直角坐标系中横纵坐标均为整数的点称为格点),

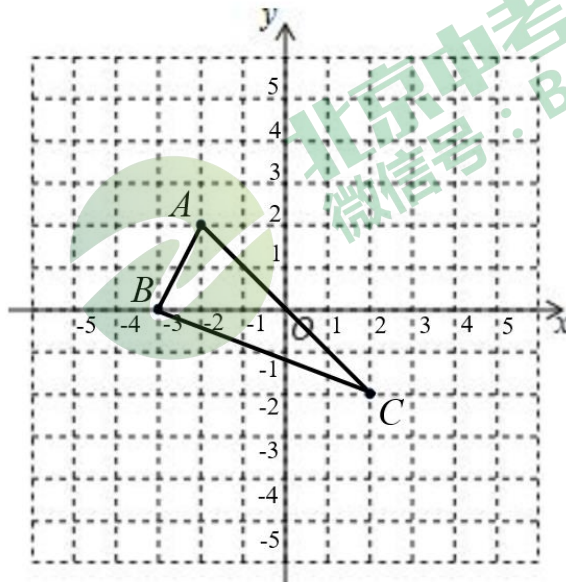
- (1) 请画出  $\triangle ABC$  关于  $y$  轴对称的  $\triangle A'B'C'$  (其中  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  分别是  $A$ ,  $B$ ,  $C$  的对应点, 不写画法);

(2) 直接写出  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  三点的坐标:

$A'$ (\_\_\_\_, \_\_\_\_),

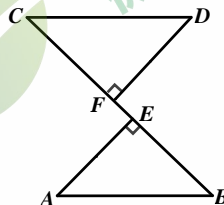
$B'$ (\_\_\_\_, \_\_\_\_),

$C'$ (\_\_\_\_, \_\_\_\_).



21. 化简求值：若  $a^2 - 3a = 1$ ，求  $(2a - 3)^2 - (a + 2)(a - 5)$  的值.

22. 如图， $AB = CD$ ， $AE \perp BC$ ， $DF \perp BC$ ，垂足分别为  $E$ ， $F$ ， $BE = CF$ .  
求证： $AB \parallel CD$ .



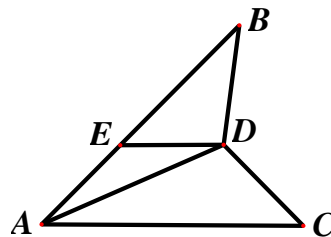
23. 计算：

(1) 已知  $10^m = 2$ ， $10^n = 3$ ，求  $10^{3m+2n}$  的值；

(2) 已知  $(x + y)^2 = 16$ ， $(x - y)^2 = 4$ ，求  $xy$  的值.



24. 如图，已知  $AB = AC$ ， $E$  为  $AB$  上一点， $ED \parallel AC$ ， $ED = AE$ .  
求证： $BD = CD$ .



25. 我们类比学习“三角形全等的判定”获得的经验与方法，对“四边形全等的判定”进行探究.

根据全等形的定义，如果四边形满足四条边分别相等，四个角分别相等，就能判定这两个四边形全等.

**【初步思考】**

一定要满足四条边分别相等，四个角也分别相等，才能保证两个四边形全等吗？能否在上述八个条件中选择部分条件，简捷地判定两个四边形全等呢？

通过画图可以发现，满足上述八个条件中的四个条件的两个四边形不一定全等，举反例如图 1 或图 2：



图 1

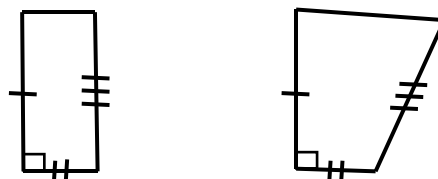


图 2

**【深入探究】** 满足上述八个条件中的五个，能保证两个四边形全等吗？

小萍所在学习小组进行了研究，她们认为五个条件可分为以下四种类型：

- I. 一条边和四个角分别相等；    II. 二条边和三个角分别相等；  
 III. 三条边和二角分别相等；    IV. 四条边和一个角分别相等。

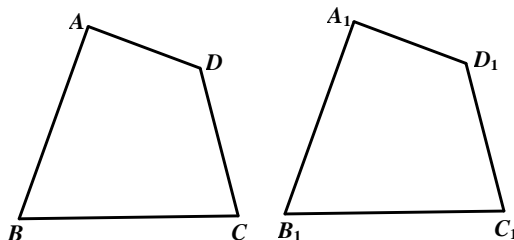
(1) 小齐认为“I. 一条边和四个角分别相等”的两个四边形不一定全等，请你画图举反例说明，并写出分别相等的一条边和四个角。

(2) 小栗认为“IV. 四条边和一个角分别相等”的两个四边形全等，请你结合下图进行证明。

已知：如图，四边形  $ABCD$  和四边形  $A_1B_1C_1D_1$  中， $AB = A_1B_1$ ， $BC = B_1C_1$ ，  
 $CD = C_1D_1$ ， $DA = D_1A_1$ ， $\angle B = \angle B_1$ 。

求证：四边形  $ABCD \cong$  四边形  $A_1B_1C_1D_1$ 。

证明：



(3) 小熊认为还可以对“II. 二条边和三个角分别相等”进一步分类，他以四边形  $ABCD$  和四边形  $A_1B_1C_1D_1$  为例，分为以下几类：

- ①  $AB = A_1B_1$ ， $AD = A_1D_1$ ， $\angle A = \angle A_1$ ， $\angle B = \angle B_1$ ， $\angle C = \angle C_1$ ；  
 ②  $AB = A_1B_1$ ， $AD = A_1D_1$ ， $\angle A = \angle A_1$ ， $\angle B = \angle B_1$ ， $\angle D = \angle D_1$ ；  
 ③  $AB = A_1B_1$ ， $AD = A_1D_1$ ， $\angle B = \angle B_1$ ， $\angle C = \angle C_1$ ， $\angle D = \angle D_1$ ；  
 ④  $AB = A_1B_1$ ， $CD = C_1D_1$ ， $\angle A = \angle A_1$ ， $\angle B = \angle B_1$ ， $\angle C = \angle C_1$ 。

其中能判定四边形  $ABCD$  和四边形  $A_1B_1C_1D_1$  全等的是\_\_\_\_\_（填序号），概括可得一个“全等四边形的判定方法”，这个判定方法是\_\_\_\_\_。



26. 已知: 如图 1, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是  $\angle BAC$  的平分线.  $E$  是线段  $AD$  上一点(点  $E$  不与点  $A$ , 点  $D$  重合), 满足  $\angle ABE=2\angle ACE$ .

(1) 如图 2, 若  $\angle ACE=18^\circ$ , 且  $EA=EC$ , 则  $\angle DEC=$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ ,  $\angle AEB=$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

(2) 求证:  $AB+BE=AC$ .

(3) 如图 3, 若  $BD=BE$ , 请直接写出  $\angle ABE$  和  $\angle BAC$  的数量关系.

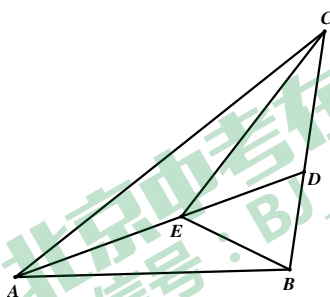


图 1

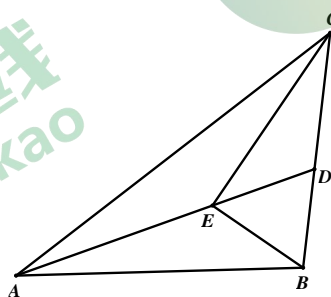


图 2

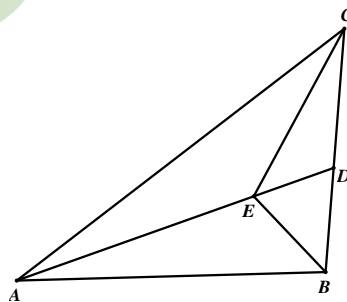


图 3



附加题 (共 10 分)

1. 我国古代数学的许多发现都曾位居世界前列, 其中“杨辉三角”就是一例. 下面我们依次对  $(a+b)^n$  展开式的各项系数进一步研究发现, 当  $n$  取正整数时可以单独列成表中的形式: 例如, 在三角形中第二行的三个数 1, 2, 1, 恰好对应  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  展开式中的系数.

1					$(a+b) = a+b$
1	1				$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
1	2	1			$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
1	3	3	1		$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
1	4	6	4	1	

(1) 根据表中规律, 写出  $(a+b)^5$  的展开式; \_\_\_\_\_;

(2) 写出  $(a+b)^{12}$  展开式中含  $a^{10}b^2$  项的系数是\_\_\_\_\_.

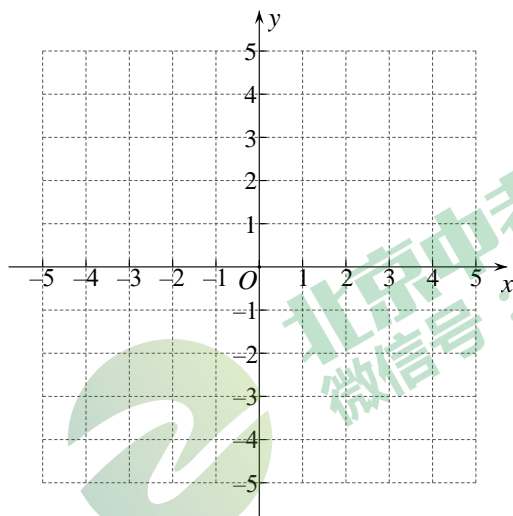
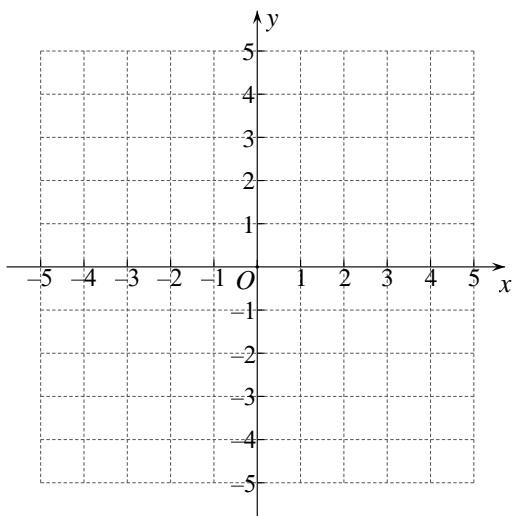
2. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，定义：

- ① “直线  $y = m$ ” 表示过点  $(0, m)$  且平行于  $x$  轴的直线；
- ② 若点  $P$  和点  $P_1$  关于  $y$  轴对称，点  $P_1$  和点  $P_2$  关于直线  $l$  对称，则称点  $P_2$  是点  $P$  关于直线  $l$  的二次对称点。
- ③ 若图形  $T$  关于  $y$  轴对称的图形为  $T_1$ ，图形  $T_1$  关于直线  $l$  的对称图形为  $T_2$ ，则称  $T_2$  是图形  $T$  关于直线  $l$  的二次对称图形。

例如：点  $Q(1,2)$  关于直线  $y = 1$  的二次对称点是  $Q_2(-1,0)$ 。

已知四点  $A(1,-1)$ ， $B(-1,-3)$ ， $C(-3,3)$ ， $D(1,1)$ 。

- (1) 若点  $E$  是点  $A$  关于直线  $l_1: y = 2$  的二次对称点，则点  $E$  的坐标为\_\_\_\_\_；
- (2) 点  $B$  是点  $A$  关于直线  $l_2: y = a$  的二次对称点，则  $a$  的值为\_\_\_\_\_；
- (3) 已知线段  $CD$  关于直线  $y = b$  的二次对称图形  $C_2D_2$  与线段  $BD$  有交点，则  $b$  的取值范围为\_\_\_\_\_。
- (4) 已知  $\triangle ABC$  关于直线  $y = t$  的二次对称图形为  $\triangle A_2B_2C_2$ 。若  $\triangle A_2B_2C_2$  与  $\triangle BCD$  无交点，则  $t$  的取值范围为\_\_\_\_\_。



北京中考在线  
微信号：BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号：BJ\_zkao