

数学试卷

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 成绩 _____

考生
须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，26 道小题，满分 100 分。附加题两道，共 10 分。考试时间 100 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号。
3. 答案一律填写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，只收答题卡。



一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

1. 第 24 届冬季奥林匹克运动会，将于 2022 年 02 月 04 日~2022 年 02 月 20 日在中国北京市和张家口市联合举行。在会徽的图案设计中，设计者常常利用对称性进行设计。下列四个图案是历届会徽图案上的一部分图形，其中不是轴对称图形的是（ ）。



A.



B.



C.



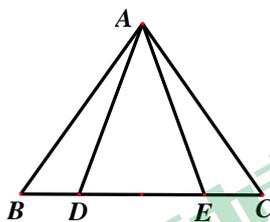
D.

2. 下列运算正确的是（ ）。

A. $m+3m=3m^2$ B. $3m^3 \cdot 2m^2=6m^6$ C. $(3m)^2=9m^2$ D. $m^6 \div m^6=m$

3. 如图，点 B, D, E, C 在同一条直线上，若 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ， $\angle AEC=110^\circ$ ，则 $\angle DAE$ 的度数为（ ）。

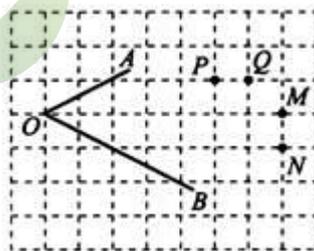
A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°



(第 3 题)



(第 4 题)



(第 5 题)

4. 某同学把一块三角形的玻璃打碎成了 3 块，现在要到玻璃店去配一块完全一样的玻璃，那么最少要带第（ ）块去玻璃店就可以买到完全一样的玻璃。

A. ① B. ② C. ③ D. ①②③

5. 正方形网格中, $\angle AOB$ 的位置如图所示, 到 $\angle AOB$ 两边距离相等的点是 ().

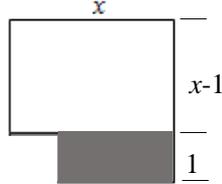
- A. 点 M B. 点 N C. 点 P D. 点 Q

6. 如图 1, 将长为 $(x+1)$ 宽为 $(x-1)$ 的长方形沿虚线剪去一个宽为 1 的小长方形(阴影部分), 得到两个长方形, 再将这两个长方形拼成图 2 所示图形. 这两个图能解释下列哪个等式 ().

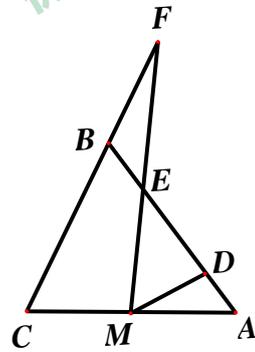
- A. $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ B. $x(x-1) = x^2 - x$
 C. $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ D. $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$



(第 6 题图 1)



(图 2)



(第 7 题)

7. 如图, 等边 $\triangle ABC$ 的边长为 3, 点 M 为 AC 边上的一个动点, 作 $MD \perp AB$ 于点 D , 延长 CB 使得 $BF = AM$, 连接 MF 交 AB 与点 E , 则 DE 的长为 ().

- A. $\frac{3}{4}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

8. 设 a, b 是实数, 定义 $*$ 的一种运算如下: $a * b = (a+b)^2$, 则下列结论有:

- ① $a * b = 0$, 则 $a = 0$ 且 $b = 0$; ② $a * b = b * a$; ③ $a * (b+c) = a * b + a * c$;
 ④ $a * b = (-a) * (-b)$, 正确的有 () 个.

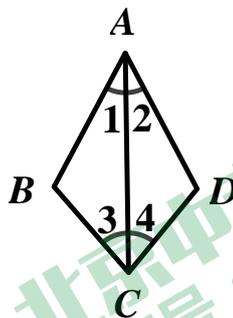
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

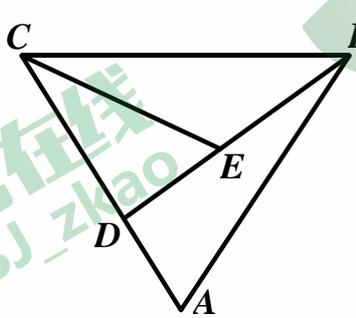
9. $(\pi - 2)^0 =$ _____.

10. 计算: $(-3a^2b)^3 =$ _____; $a^6 \div a^3 =$ _____.

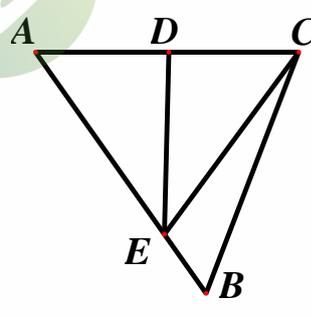
11. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, 添加一个条件 _____, 使得 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.



(第 11 题)



(第 12 题)

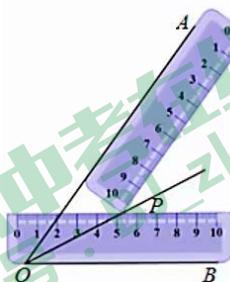


(第 13 题)

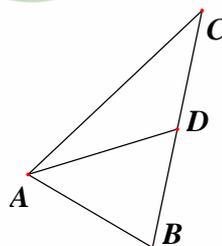
12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 是边 AC 上的高, CE 平分 $\angle ACB$, 交 BD 于点 E , $DE = 4$, $BC = 10$, 则 $\triangle BCE$ 的面积为 _____.



13. 如图, DE 是 $\triangle ABC$ 中 AC 边的垂直平分线, 若 $BC=4$, $AB=5$, 则 $\triangle EBC$ 的周长是_____.
14. 小明在学习了全等三角形的相关知识后发现, 只用两把完全相同的长方形直尺就可以作出一个角的平分线. 如图所示, 一把直尺压住射线 OB , 另一把直尺压住射线 OA , 并与第一把直尺交于点 P , 小明说: “射线 OP 就是 $\angle AOB$ 的平分线.” 他这样做的依据是_____.



(第 14 题)



(第 15 题)

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=3$, $AC=5$, 则 BC 边中线 AD 的取值范围为_____.
16. 丽丽在做一道计算题目 $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$ 的时候是这样分析的: 这个算式里面每个括号内都是两数和的形式, 跟最近学的乘法公式作比较, 发现如果添加两数的差作为新的因式, 就可以运用平方差公式进行运算, 她尝试添了因式 $(2-1)$, 很快得到计算结果.

① $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1) =$ _____;

请参考丽丽的方法进行运算:

② $(5+1)(5^2+1)(5^4+1)\cdots(5^{2048}+1)$ 的值为_____.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 第 17 题 14 分, 第 23、25 题每题 8 分, 第 24 题 6 分, 26 题 7 分, 其余每题 5 分, 共 68 分)

17. 计算: (1) $(-4x^2)(3x+1)$; (2) $(m+2n)(3n-m)$;
- (3) $(12m^3 - 6m^2 + 3m) \div 3m$; (4) $(2x+y+z)(2x-y-z)$.

18. 课堂上, 老师让同学们计算 $(3a-b)(3a+b)-a(4a-1)$.

$$\begin{aligned} & (3a-b)(3a+b)-a(4a-1) \\ &= 3a^2-b^2-4a^2-a \\ &= -a^2-b^2-a \end{aligned}$$

左边文本框中是小朱的解题过程. 请你判断其是否正确? 如果有错误, 请写出正确的解题过程.

19. 如图，已知 $\angle AOB$ 。按照以下步骤作图：

- ① 以点 O 为圆心，以适当的长为半径作弧，分别交 OA 、 OB 于 M 、 N 两点；
- ② 分别以点 M 、 N 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}$ 线段 MN 的长为半径作弧，两弧在 $\angle AOB$

内部交于点 C 。

则射线 OC 是 $\angle AOB$ 的平分线。

根据上面的作法，完成以下问题：

- (1) 使用直尺和圆规，作出射线 OC (请保留作图痕迹)；
- (2) 完成下面证明过程。(注：括号里填写推理的依据)。

连接 MC 、 NC 。

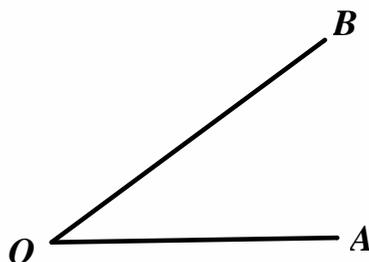
在 $\triangle OCM$ 和 $\triangle OCN$ 中，

$$\begin{cases} OM = ON, \\ OC = OC, \\ MC = NC, \end{cases}$$

$\therefore \triangle OCM \cong \triangle OCN$ ()，

$\therefore \angle AOC =$ _____ ()，

即 OC 平分 $\angle AOB$ 。



20. 如图， $\triangle ABC$ 的顶点都是格点（平面直角坐标系中横纵坐标均为整数的点称为格点），

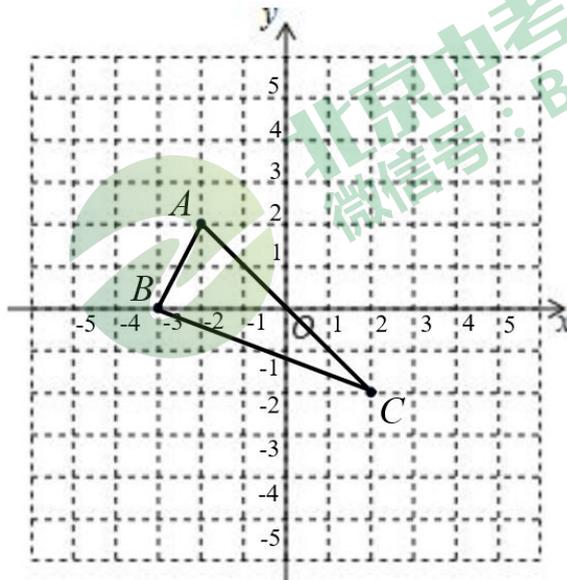
- (1) 请画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A'B'C'$ (其中 A' 、 B' 、 C' 分别是 A 、 B 、 C 的对应点，不写画法)；

(2) 直接写出 A' 、 B' 、 C' 三点的坐标：

A' (____, ____),

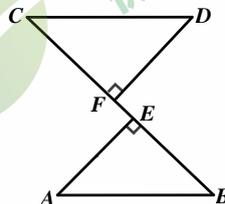
B' (____, ____),

C' (____, ____).



21. 化简求值：若 $a^2 - 3a = 1$ ，求 $(2a - 3)^2 - (a + 2)(a - 5)$ 的值.

22. 如图， $AB = CD$ ， $AE \perp BC$ ， $DF \perp BC$ ，垂足分别为 E ， F ， $BE = CF$.
求证： $AB \parallel CD$.



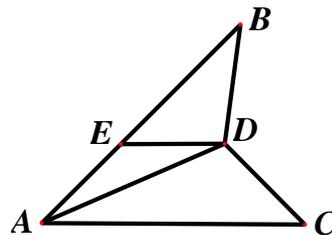
23. 计算：

(1) 已知 $10^m = 2$ ， $10^n = 3$ ，求 10^{3m+2n} 的值；

(2) 已知 $(x + y)^2 = 16$ ， $(x - y)^2 = 4$ ，求 xy 的值.



24. 如图，已知 $AB = AC$ ， E 为 AB 上一点， $ED \parallel AC$ ， $ED = AE$.
求证： $BD = CD$.



25. 我们类比学习“三角形全等的判定”获得的经验与方法，对“四边形全等的判定”进行探究.

根据全等形的定义，如果四边形满足四条边分别相等，四个角分别相等，就能判定这两个四边形全等.

【初步思考】

一定要满足四条边分别相等，四个角也分别相等，才能保证两个四边形全等吗？能否在上述八个条件中选择部分条件，简捷地判定两个四边形全等呢？

通过画图可以发现，满足上述八个条件中的四个条件的两个四边形不一定全等，举反例如图 1 或图 2：



图 1

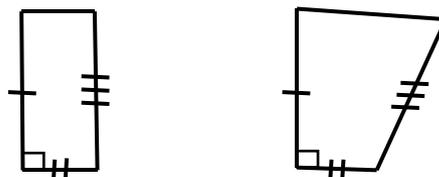


图 2

【深入探究】 满足上述八个条件中的五个, 能保证两个四边形全等吗?

小萍所在学习小组进行了研究, 她们认为五个条件可分为以下四种类型:

- I. 一条边和四个角分别相等; II. 二条边和三个角分别相等;
III. 三条边和二角分别相等; IV. 四条边和一个角分别相等.

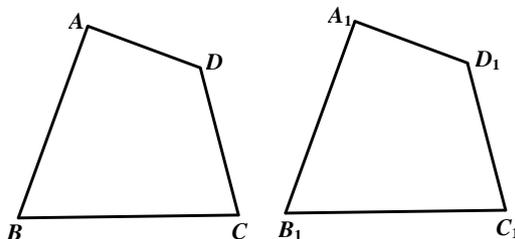
(1) 小齐认为“I. 一条边和四个角分别相等”的两个四边形不一定全等, 请你画图举反例说明, 并写出分别相等的一条边和四个角.

(2) 小栗认为“IV. 四条边和一个角分别相等”的两个四边形全等, 请你结合下图进行证明.

已知: 如图, 四边形 $ABCD$ 和四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$,
 $CD = C_1D_1$, $DA = D_1A_1$, $\angle B = \angle B_1$.

求证: 四边形 $ABCD \cong$ 四边形 $A_1B_1C_1D_1$.

证明:



(3) 小熊认为还可以对“II. 二条边和三个角分别相等”进一步分类, 他以四边形 $ABCD$ 和四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 为例, 分为以下几类:

- ① $AB = A_1B_1$, $AD = A_1D_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$;
② $AB = A_1B_1$, $AD = A_1D_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle D = \angle D_1$;
③ $AB = A_1B_1$, $AD = A_1D_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$, $\angle D = \angle D_1$;
④ $AB = A_1B_1$, $CD = C_1D_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$.

其中能判定四边形 $ABCD$ 和四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 全等的是 _____ (填序号), 概括可得一个“全等四边形的判定方法”, 这个判定方法是 _____.



26. 已知：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是 $\angle BAC$ 的平分线. E 是线段 AD 上一点(点 E 不与点 A ，点 D 重合)，满足 $\angle ABE=2\angle ACE$.

(1) 如图 2，若 $\angle ACE=18^\circ$ ，且 $EA=EC$ ，则 $\angle DEC=$ _____ $^\circ$ ， $\angle AEB=$ _____ $^\circ$.

(2) 求证: $AB+BE=AC$.

(3) 如图 3，若 $BD=BE$ ，请直接写出 $\angle ABE$ 和 $\angle BAC$ 的数量关系.

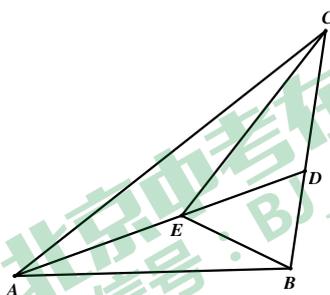


图 1

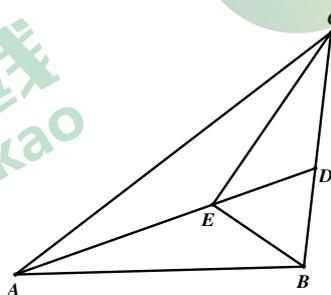


图 2

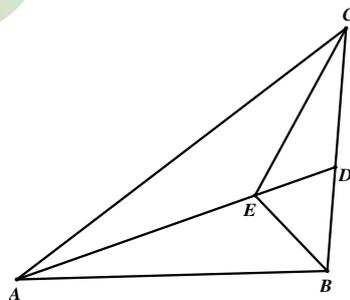


图 3



附加题（共 10 分）

1. 我国古代数学的许多发现都曾位居世界前列，其中“杨辉三角”就是一例. 下面我们依次对 $(a+b)^n$ 展开式的各项系数进一步研究发现，当 n 取正整数时可以单独列成表中的形式：例如，在三角形中第二行的三个数 1，2，1，恰好对应 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 展开式中的系数.

1					$(a+b) = a+b$
1	1				$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
1	2	1			$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
1	3	3	1		$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
1	4	6	4	1	

(1) 根据表中规律，写出 $(a+b)^5$ 的展开式； _____ ；

(2) 写出 $(a+b)^{12}$ 展开式中含 $a^{10}b^2$ 项的系数是 _____ .

2. 在平面直角坐标系 xOy 中，定义：

- ① “直线 $y = m$ ” 表示过点 $(0, m)$ 且平行于 x 轴的直线；
- ② 若点 P 和点 P_1 关于 y 轴对称，点 P_1 和点 P_2 关于直线 l 对称，则称点 P_2 是点 P 关于直线 l 的二次对称点．
- ③ 若图形 T 关于 y 轴对称的图形为 T_1 ，图形 T_1 关于直线 l 的对称图形为 T_2 ，则称 T_2 是图形 T 关于直线 l 的二次对称图形．

例如：点 $Q(1,2)$ 关于直线 $y = 1$ 的二次对称点是 $Q_2(-1,0)$ ．

已知四点 $A(1,-1)$ ， $B(-1,-3)$ ， $C(-3,3)$ ， $D(1,1)$ ．

- (1) 若点 E 是点 A 关于直线 $l_1: y = 2$ 的二次对称点，则点 E 的坐标为_____；
- (2) 点 B 是点 A 关于直线 $l_2: y = a$ 的二次对称点，则 a 的值为_____；
- (3) 已知线段 CD 关于直线 $y = b$ 的二次对称图形 C_2D_2 与线段 BD 有交点，则 b 的取值范围为_____．
- (4) 已知 $\triangle ABC$ 关于直线 $y = t$ 的二次对称图形为 $\triangle A_2B_2C_2$ ．若 $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle BCD$ 无交点，则 t 的取值范围为_____．

