初三年级9月阶段性测试

数学

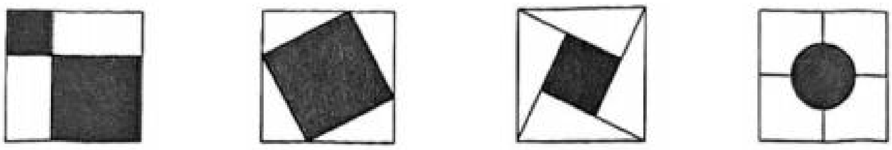
（清华附中初21级）

一、选择题（本大题共24分，每小题3分）

1. 据共青团中央2023年5月3日发布的中国共青团团内统计公报，截至2022年12月底，全国共有共青团员7358万，数据73580000用科学记数法表示为（　）

A. 7.358×10^{7}　　B. 7.358×10^{3}　　C. 7.358×10^{2}　　D. 7.358×10^{8}

2. 下面图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是（　）



A　　B　　C　　D

3. 如果∠1与∠2互余，∠2与∠3互补，则∠3与∠1的关系是（　）

A. ∠3=∠1　　B. ∠3=90°+∠1　　C. ∠3=90°-∠1　　D. ∠3=180°-∠1

4. 已知实数 a, b 满足 $a+1>b+1$，则下列选项错误的是（　）

A. $a>b$　　B. $-a>-b$　　C. $a-2>b-2$　　D. $2a>2b$

5. 下列多边形中，内角和等于外角和的是（　）

A. 三角形　　B. 四边形　　C. 五边形　　D. 六边形

6. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+x+m=0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的值可以是（　）

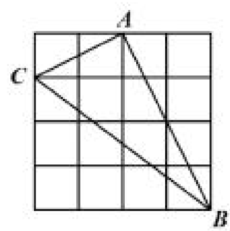
A. 4　　B. 2　　C. 1　　D. -1

7. 小熙同学连续抛了两次硬币，都是正面向上，那么他第三次抛硬币时，正面向上的概率是（　）

A. 0　　B. 1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

8. 如图，在4×4的网格中，每个小正方形的边长均为1，点A、B、C都在格点上，则下列结论错误的是（　）

A. $AB=2\sqrt{5}$　　B. $\angle BAC=90°$　　C. $\triangle ABC$ 的面积为10　　D. 点 A 到直线 BC 的距离是2



二、填空题（本大题共24分，每小题3分）

9. 若 $\sqrt{x-5}$ 有意义，则 x 的取值范围是________

10. 已知 a、b 为两个连续整数，且 $a<\sqrt{3}<b$，则 $a+b=$____

11. 分解因式：$x^3-4x^2+4x=$______

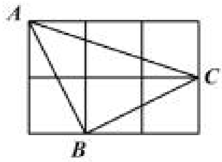
12. 方程 $\frac{2}{x+1}=\frac{1}{x}$ 的解为________

13. 为了了解某地区初中学生的视力情况,随机抽取了该地区 500 名初中学生进行调查. 整理样本数据,得到下表:

视力	4.7 以下	4.7	4.8	4.9	5.0	5.0 以上
人数	98	96	86	95	82	43

根据抽样调查结果,估计该地区 20000 名初中学生视力不低于 4.9 的人数为________

14. 如图,在 3×2 的网格中,每个小正方形的边长均为 1,点 A, B, C 均在格点上,则 $\angle BAC$=________°



15. 点 $A(3, y_1)$, $B(a, y_2)$ 在二次函数 $y=x^2-4x+3$ 的图象上. 若 $y_1<y_2$, 写出一个符合条件的整数 a 的值______

16. C21 级数学活动中,有小菲、小冬、小敏三位同学进入最后冠军的角逐. 决赛共分为六轮,规定:每轮分别决出第一二三名(不并列),对应名次的得分分别为 a, b, c($a>b>c$ 且 a, b, c 均为正整数);选手最后得分为各轮得分之和,得分最高者为冠军,下表是三位选手在每轮比赛中的部分得分情况:

	第一轮	第二轮	第三轮	第四轮	第五轮	第六轮	最后得分
小菲	a						26
小冬					b	c	12
小敏		b					10

根据表中信息可得,每轮比赛第二名得分为______分,小敏恰有______轮获得第二名

三、解答题(本题共 72 分,第 17~22 题,每小题 5 分,第 23~24 题,每小题 6 分,第 25~26 题,每小题 7 分,第 27~28 题,每小题 8 分)

17. 计算: $\left|3-\sqrt{3}\right|-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+\sqrt{27}+(\pi-1)^0$

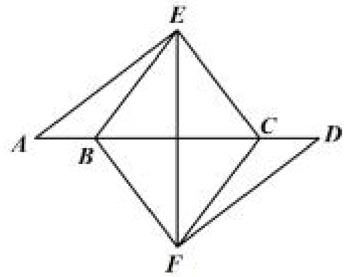
18. 解不等式组 $\begin{cases} 2(x-1)\leqslant x+1 \\ \frac{x+2}{2}\geqslant\frac{x+3}{3} \end{cases}$

19. 已知 $x^2+2x-1=0$, 求代数式 $(x-1)(x+1)+(x+2)^2$ 的值

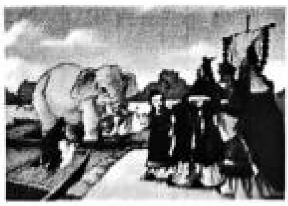
20. 如图, 点 A、B、C、D 在同一直线上, 点 E 和点 F 分别在直线 AD 的两侧, 且 $AE=DF$, $\angle A=\angle D$, $AB=CD$

(1) 求证: 四边形 $BECF$ 是平行四边形;

(2) 若 $\angle AEC=90°$, $AE=4$, $CE=3$, 当 $AB=$______时, 四边形 $BECF$ 是菱形



21. "曹冲称象"是流传很广的故事, 如图. 按照他的方法: 先将象牵到大船上, 并在船侧面标记水位, 再将象牵出, 然后往船上抬入 20 块等重的条形石, 并在船上留 3 个搬运工, 这时水位恰好到达标记位置, 如果再抬入 1 块同样的条形石, 船上只留 1 个搬运工, 水位也恰好到达标记位置. 已知搬运工体重均为 130 斤, 求大象的体重. 请将下列解答过程补充完整:



孙权曾致巨象，太祖欲知其斤重，访之群下，咸莫能出其理，冲曰："置象大船之上，而刻其水痕所至，称物以载之，则校可知矣."

——《三国志》

解: 由题意得等量关系: 20 块等重的条形石的重量+3 个搬运工的体重和=21 块等重的条形石的重量+1 个搬运工的体重, 所以

①已知搬运工体重均为 130 斤, 设每块条形石的重量是 x 斤, 则可列方程为:____________

②解这个方程得, $x=$__________

③实际上由题也可直接得到: 一块条形石的重量=_______个搬运工的体重;

④最终可求得: 大象的体重为________斤

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y=kx+b\,(k\neq 0)$ 的图象经过点 $(1, 3)$, $(0, 2)$

(1) 求这个函数的解析式;

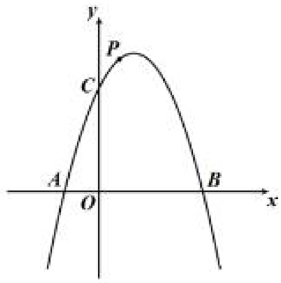
(2) 当 $x<2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y=nx\,(n\neq 0)$ 的值小于函数 $y=kx+b$ 的值, 直接写出 n 的取值范围

23. 如图，抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 交 x 轴于 $A(-1,0)$、B 两点，交 y 轴于 $C(0,3)$，点 P 在抛物线上，设点 P 横坐标为 m.

(1) 求抛物线的顶点坐标；

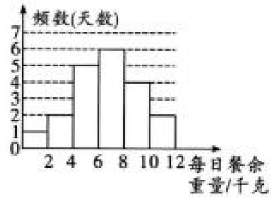
(2) 当点 P 在 x 轴上方时，直接写出 m 的取值范围；

(3) 若抛物线在点 P 右侧部分（含点 P）的最高点的纵坐标为 $-1-m$，直接写出 m 的值.



24. 某公司的午餐采用自助的形式,并倡导员工“适度取餐,减少浪费”.该公司共有10个部门,且各部门的人数相同,为了解午餐的浪费情况,公司从这10个部门中随机抽取了A、B两个部门,进行了连续四周(20个工作日)的调查,得到这两个部门每天午餐浪费饭菜的重量,以下简称“每日餐余重量”(单位:千克),并对这些数据进行了整理、描述和分析、下面给出了部分信息.

a. A部门每日餐余重量的频数分布直方图如下(数据分成6组:$0\leqslant x<2$, $2\leqslant x<4$, $4\leqslant x<6$, $6\leqslant x<8$, $8\leqslant x<10$, $10\leqslant x\leqslant 12$):



b. A部门每日餐余重量在$6\leqslant x<8$这一组的是:

6.1　6.6　7.0　7.0　7.0　7.8

c. B部门每日餐余重量如下:

第1周	1.4	2.8	6.9	7.8	1.9
第2周	6.9	2.6	7.5	6.9	9.5
第3周	9.7	3.1	4.6	6.9	10.8
第4周	7.8	8.4	8.3	9.4	8.8

d. A, B两个部门这20个工作日每日餐余重量的平均数、中位数、众数如下:

部门	平均数	中位数	众数
A	6.4	m	7.0
B	6.6	7.2	n

根据以上信息,回答下列问题:

(1) 写出表中m, n的值, m=_______, n=______;

(2) 在A, B这两个部门中,“适度取餐,减少浪费”做得较好的部门是____(填“A”或“B”),理由是______

(3) 结合A, B这两个部门每日餐余重量的数据,估计该公司(10个部门)一年(按240个工作日计算)的餐余总重量为______千克;

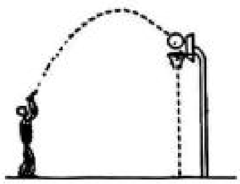
(4) 食堂工作人员从B部门第1周和第2周各抽查一日餐余重量,两日餐余重量刚好都是n的概率是_____

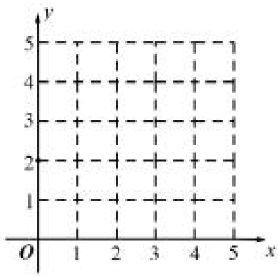
25. 2023 年 8 月 5 日，在成都举行的第 31 届世界大学生夏季运动会女子篮球金牌赛中，中国队以 99 比 91 战胜日本队，夺得冠军，女篮最重要的球员之一韩旭在日常训练中也迎难而上，勇往直前、投篮时篮球以一定速度斜向上抛出，不计空气阻力，在空中划过的运动路线可以看作是抛物线的一部分，建立平面直角坐标系 xOy，篮球从出手到进入篮筐的过程中，它的竖直高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）近似满足二次函数关系，篮筐中心距离地面的竖直高度是 $3m$，韩旭进行了两次投篮训练.

(1) 第一次训练时，韩旭投出的篮球的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下：

水平距离 x/m	0	1	2	3	4	…
竖直高度 y/m	2.0	3.0	3.6	3.8	3.6	…

①在平面直角坐标系 xOy 中，描出上表中各对对应值为坐标的点，并用平滑的曲线连接；





②结合表中数据或所画图象，直接写出篮球运行的最高点距离地面的竖直高度是______m，并求 y 与 x 满足的函数解析式；

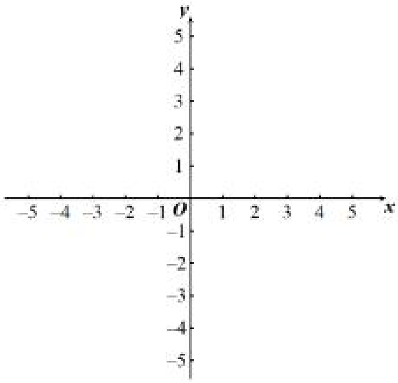
③已知此时韩旭距篮筐中心的水平距离 $5m$，韩旭第一次投篮练习是否成功，请说明理由；

(2) 第二次训练时，韩旭出手时篮球的竖直高度与第一次训练相同，此时投出的篮球的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系 $y=a(x-3)^2+4.25$，若投篮成功，此时韩旭距篮筐中心的水平距离 d_____5（填“>”，“=”或“<”）

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=mx^2-2m^2x+2$（$m\neq0$）与 y 轴交于点 A，点 A 关于抛物线对称轴的对称点为点 B.

(1) 求 B 点的横坐标(用含 m 的式子表示)；

(2) 已知点 $P(m+2,\ 2)$，$Q(0,\ m+2)$，若抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点，结合函数图象，求 m 的取值范围.



备用图

27. 如图1，E为正方形$ABCD$对角线BD上一点（不与B，D重合），F为DE中点，作$EG\perp BC$于G，连接AF，FG.

(1)直接写出线段AF与FG的数量关系和位置关系，不必证明；

(2)将$\triangle BEG$绕点B逆时针旋转α（$0°<\alpha<90°$）.

①如图2，若$0°<\alpha<45°$，(1)中的结论是否还成立，若成立，请给出证明，若不成立，请说明理由；

②如图3，若$45°<\alpha<90°$，连接AE且满足$AE\perp EG$，直接用等式表示线段EA，EF，EG之间的数量关系，不必证明.

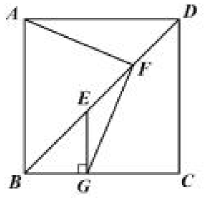


图1

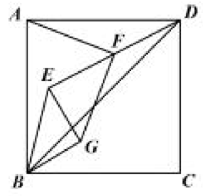


图2

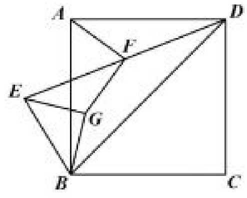


图3

28. 在平面直角坐标系中, 对于点 $P(a, b)$, $Q(c, d)$, 当 $c\geqslant 0$ 时, 将点 P 向右平移 c 个单位, 当 $c<0$ 时, 将点 P 向左平移 $-c$ 个单位, 得到点 P', 再将点 P' 关于直线 $y=d$ 对称得到点 M, 我们称点 M 为点 P 关于点 Q 的跳跃点.

例如, 如图 1, 已知点 $P(1, 3)$, $Q(3, 2)$, 点 P 关于点 Q 的跳跃点为 $M(4, 1)$.

(1) 已知点 $A(3, 1)$, $B(2, 2)$

①若点 C 为点 A 关于点 B 的跳跃点, 则点 C 的坐标为_______;

②若点 A 为点 B 关于点 C 的跳跃点, 则点 C 的坐标为_______;

(2) 已知点 D 在直线 $y=2x$ 上, 点 D 的横坐标为 m, 点 E 的坐标为 $(0, 3m)$

①点 K 为点 E 关于点 D 的跳跃点, 若 $\triangle DKO$ 的面积为 4, 直接写出 m 的值;

②点 E 向上平移 1 个单位得到点 F, 以 EF 一边向右作正方形 $EFGH$, 点 R 为正方形 $EFGH$ 的边上的一个动点, 在运动过程中, 直线 $y=2x$ 上存在点 D 关于点 R 的跳跃点, 请直接写出 m 的取值范围.

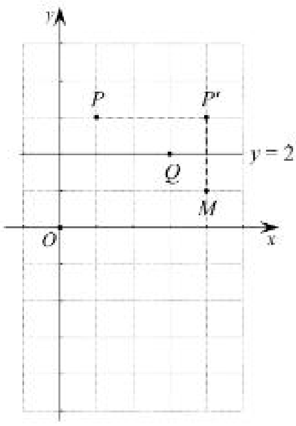
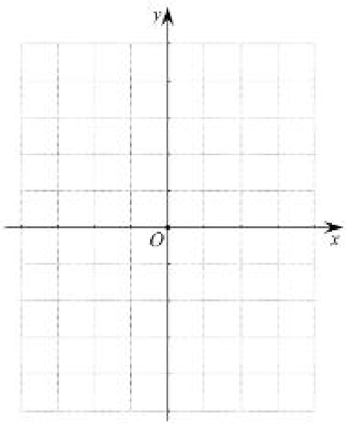


图 1



备用图