海淀区九年级第一学期期中练习

2014.11

数学试卷答案及评分参考

阅卷须知:

1. 为便于阅卷,本试卷答案中有关解答题的推导步骤写的较为详细,阅卷时,只要考生将主要过程正确写出即可.

2. 若考生的解法与给出的解法不同,正确者可参照评分参考相应给分.

3. 评分参考中所注分数,表示考生正确做到此步应得的累加分数.

一、选择题（本题共 32 分，每小题 4 分）

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8
答 案	B	A	C	A	D	B	D	A

二、填空题（本题共 16 分，每小题 4 分）

9. 5 ；　　10. 4 ；

11. ＞ ；　　12. 30°或 60° .（注：每个答案 2 分）

三、解答题（本题共 30 分,每小题 5 分）

13.（本小题满分 5 分）

解：$\because a=1, b=3, c=-1$， ……1 分

$\therefore \Delta=3^2-4\times1\times(-1)=13>0$. ……2 分

$\therefore x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$.

$\therefore x_1=\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}, x_2=\dfrac{-3-\sqrt{13}}{2}$. ……5 分

14.（本小题满分 5 分）

证明：$\because \angle DAB=\angle EAC$，

$\therefore \angle DAB+\angle BAE=\angle EAC+\angle BAE$.

$\therefore \angle DAE=\angle BAC$. ……1 分

在△BAC 和△DAE 中，

$$\begin{cases} AB=AD, \\ \angle BAC=\angle DAE, \\ AC=AE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAC\cong\triangle DAE$. ……4 分

$\therefore BC=DE$. ……5 分

15.（本小题满分 5 分）

解：设二次函数的解析式为 $y=a\left(x-2\right)^2+5 \quad (a\neq0)$. ……1 分

$\because$二次函数的图象经过点 $(0,1)$.

$\therefore 1=a\left(0-2\right)^2+5$. ……2 分

∴ $a=-1$． ……………………………………………………………………4 分

∴二次函数的解析式为 $y=-x^2+4x+1$． ……………………………………5 分

16. （本小题满分 5 分）

解：∵四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，

∴ $\angle ADC+\angle ABC=180°$． ……………………………………………………1 分

∵ $\angle ABC=130°$，

∴ $\angle ADC=180°-\angle ABC=50°$． ………………………………………………2 分

∴ $\angle AOC=2\angle ADC=100°$． ……………………………………………………3 分

∵ $OA=OC$，

∴ $\angle OAC=\angle OCA$． ………………………………………………………………4 分

∴ $\angle OAC=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle AOC)=40^\circ$． ………………………………………………… 5 分

17. （本小题满分 5 分）

解：依题意,得 $1-4m+2m^2=0$． ……………………………………………………2 分

∴ $2m^2-4m=-1$． ………………………………………………………………3 分

∴ $2(m-1)^2+3=2(m^2-2m+1)+3=2m^2-4m+5=-1+5=4$． …………5 分

18. （本小题满分 5 分）

解：设每期减少的百分率为 x． ………………………………………………… ……1 分

由题意，得 $450(1-x)^2=288$． ………………………………………… ………2 分

解方程得 $x_1=\frac{1}{5}$，$x_2=\frac{9}{5}$． ………………………………………………… ……3 分

经检验，$x=\frac{9}{5}>1$ 不合题意，舍去；$x=\frac{1}{5}$ 符合题意． ……………… …………4 分

答：每期减少的百分率为 20%． ………………………………………………… ………5 分

四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

19. （本小题满分 5 分）

解：（1）3． ……………………………………………………………………… 2 分

（2）小丁随机选择该月 1 日至 15 日中的某一天到达该市，则到达该市的日期有 15 种不同的选择，在其中任意一天到达的可能性相等． ……………3 分

由图可知，其中有 9 天空气质量优良． ………………………………… ……4 分

所以，P（到达当天空气质量优良）$=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$． …………………… ………5 分

20. （本小题满分 5 分）

解：（1）∵ $a\neq 0$，

∴原方程为一元二次方程.

∴ $\Delta=\left(a-3\right)^2-4\times a\times(-3)$ ……………………………………………1 分

$=\left(a+3\right)^2$.

∵ $\left(a+3\right)^2\geqslant 0$.

∴此方程总有两个实数根. ……………………………………………………2 分

（2）解原方程，得 $x_1=-1$，$x_2=\dfrac{3}{a}$. ……………………………………………3 分

∵此方程有两个负整数根，且 a 为整数，

∴ $a=-1$ 或 -3. ………………………………………………………………4 分

∵ $x_1\neq x_2$，

∴ $a\neq -3$.

∴ $a=-1$. ……………………………………………………………………5 分

21. （本小题满分 5 分）

（1）证明:连接 OC.

∵$OC=OD$，$\angle D=30°$，

∴$\angle OCD=\angle D=30°$. …………………………………1 分

∵$\angle G=30°$，

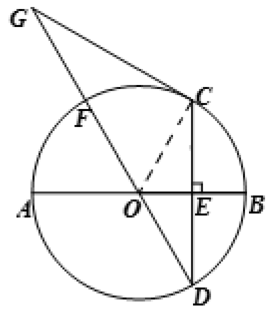
∴$\angle DCG=180°-\angle D-\angle G=120°$.

∴$\angle GCO=\angle DCG-\angle OCD=90°$.

∴$OC\perp CG$.

又∵OC 是⊙O 的半径.

∴CG 是⊙O 的切线. ……………………………………2 分



（2）解：∵AB 是⊙O 的直径，$CD\perp AB$，

∴ $CE=\dfrac{1}{2}CD=3$. ……………………………………………………3 分

∵在 Rt△OCE 中，$\angle CEO=90°$，$\angle OCE=30°$，

∴ $OE=\dfrac{1}{2}OC$，$OC^2=OE^2+CE^2$.

设 $OE=x$，则 $OC=2x$.

∴ $\left(2x\right)^2=x^2+3^2$.

解得 $x=\sqrt{3}$（舍负值）.

∴ $OC=2\sqrt{3}$. ………………………………………………………………4 分

∴ $OF=2\sqrt{3}$.

在△OCG 中，∵$\angle OCG=90°$，$\angle G=30°$，

$\therefore OG = 2OC = 4\sqrt{3}$.

$\therefore GF = GO - OF = 2\sqrt{3}$. ……………………………………………………5 分

22. （本小题满分 5 分）

答：（1）$\dfrac{5}{3}$. ………………………………………………………………………………1 分

（2）$\dfrac{1}{2}$， ……………………………………………………………………………2 分

$-3,2,-4$ 或 $2,-3,-4$.（写出一个即可）…………………………………………3 分

（3）11 或 4.（每个答案各 1 分） ……………………………………………………5 分

五、解答题（本题共 22 分，第 23 题 7 分，第 24 题 7 分，第 25 题 8 分）

23. （本小题满分 7 分）

解：（1）∵ 抛物线 $y = x^2 - (m-1)x - m\ (m > 0)$ 与 x 轴交于 A、B 两点，

∴ 令 $y = 0$，即 $x^2 - (m-1)x - m = 0$.

解得 $x_1 = -1$，$x_2 = m$. …………………………………………………1 分

又∵ 点 A 在点 B 左侧，且 $m > 0$，

∴ 点 A 的坐标为 $(-1,0)$. …………………………………………………2 分

（2）由（1）可知点 B 的坐标为 $(m,0)$.

∵抛物线与 y 轴交于点 C，

∴点 C 的坐标为 $(0,-m)$. ……………………………………………………3 分

∵ $m > 0$，

∴ $AB = m+1$，$OC = m$.

∵ $S_{\triangle ABC} = 15$，

∴ $\dfrac{1}{2}(m+1)m = 15$.

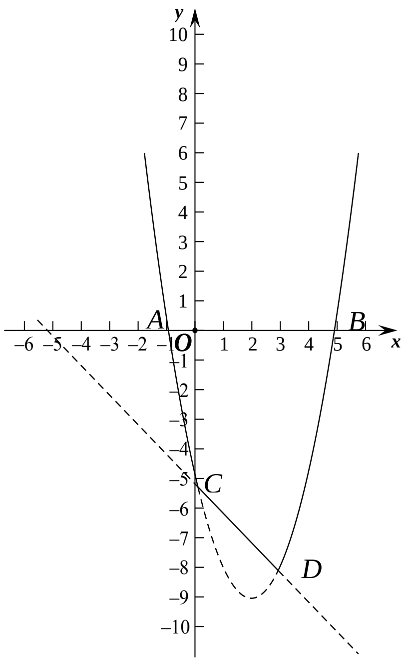
∴ $m = -6$ 或 $m = 5$.

∵ $m > 0$，

∴ $m = 5$.

∴抛物线的表达式为

$y = x^2 - 4x - 5$. ………………………4 分



（3）由（2）可知点 C 的坐标为 $(0,-5)$.

∵直线 l：$y = kx + b\ (k < 0)$ 经过点 C，

∴ $b = -5$. ………………………………………5 分

∴直线 l 的解析式为 $y=kx-5\ (k<0)$.

∵ $y=x^2-4x-5=(x-2)^2-9$，

∴当点 D 在抛物线顶点处或对称轴左侧时，新函数的最小值为 -9，不符合题意.
当点 D 在抛物线对称轴右侧时，新函数的最小值有可能大于 -8.

令 $y=-8$，即 $x^2-4x-5=-8$.

解得 $x_1=1$（不合题意，舍去），$x_2=3$.

∴抛物线经过点 $(3,-8)$.

当直线 $y=kx-5\ (k<0)$ 经过点 $(3,-8)$ 时，可求得 $k=-1$. …………………6 分

由图象可知，当 $-1<k<0$ 时新函数的最小值大于 -8. ………………………7 分

24.（本小题满分 7 分）

解：（1）①$30^\circ$. ………………………………………………………………………1 分

②不改变，$\angle BDC$ 的度数为 30°.

方法一：

由题意知，$AB=AC=AD$.

∴点 B、C、D 在以 A 为圆心，AB 为半径的圆上. …………………………2 分

∴$\angle BDC=\frac{1}{2}\angle BAC=30^\circ$. ………………………………………………3 分

方法二：

由题意知，$AB=AC=AD$.

∵$AC=AD$，$\angle CAD=\alpha$，

∴ $\angle ADC=\angle C=\frac{180^\circ-\alpha}{2}=90^\circ-\frac{1}{2}\alpha$. …………………………………2 分

∵$AB=AD$，$\angle BAD=60^\circ+\alpha$，

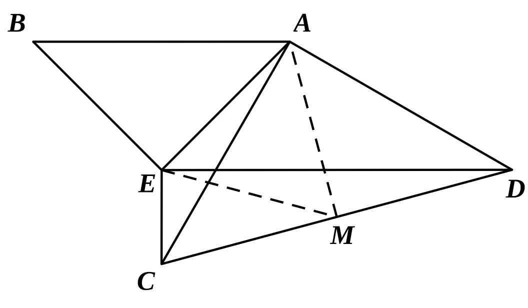
∴ $\angle ADB=\angle B=\frac{180^\circ-\left(60^\circ+\alpha\right)}{2}=\frac{120^\circ-\alpha}{2}=60^\circ-\frac{1}{2}\alpha$.

∴ $\angle BDC=\angle ADC-\angle ADB=(90^\circ-\frac{1}{2}\alpha)-(60^\circ-\frac{1}{2}\alpha)=30^\circ$. …………3 分

（2）过点 A 作 $AM\perp CD$ 于点 M，连接 EM.

∴ $\angle AMC=90^\circ$.

在△AEB 与△AMC 中，



$$\begin{cases}\angle AEB=\angle AMC,\\ \angle B=\angle ACD,\\ AB=AC,\end{cases}$$

∴△ AEB≌△ AMC． ……………………………………………………4 分

∴ $AE=AM$， $\angle BAE=\angle CAM$．

∴ $\angle EAM=\angle EAC+\angle CAM=\angle EAC+\angle BAE=\angle BAC=60^\circ$．

∴△ AEM 是等边三角形.

∴ $EM=AM=AE$． ……………………………………………………5 分

∵ $AC=AD$， $AM\perp CD$ ，

∴ $CM=DM$．

又 ∵ $\angle DEC=90^\circ$，

∴ $EM=CM=DM$．

∴ $AM=CM=DM$． ……………………………………………………6 分

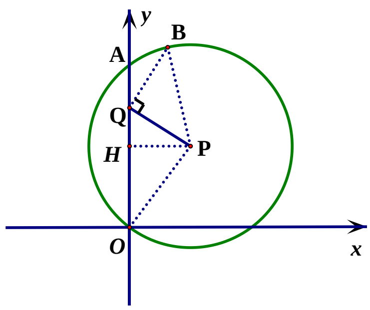
∴点 A、C、D 在以 M 为圆心，MC 为半径的圆上.

∴ $\alpha=\angle CAD=90^\circ$． ……………………………………………………7 分

25. （本小题满分 8 分）

解： （1）（0，10）. ……………………………………………………1 分

（2）连接 BP、OP，作 $PH\perp OA$ 于点 H.



∵ $b=5, PH\perp OA$，

∴ $OH=AH=\frac{1}{2}OA=5$．

∵ OQ=8，

∴ $QH=OQ-OH=3$．

在 Rt△QHP 中， $PQ^2=QH^2+PH^2=9+PH^2$．

在 Rt△PHO 中， $PO^2=OH^2+PH^2=25+PH^2=BP^2$．

在 Rt△BQP 中， $BQ^2=BP^2-PQ^2=(25+PH^2)-(9+PH^2)=16$．

∴ $BQ=4$． ……………………………………………………3 分

（3）① $a\geqslant 1$． ……………………………………………………4 分

② $\sqrt{10}$． ……………………………………………………5 分

解：∵ △BQP 是等腰直角三角形， $PQ=\sqrt{10}$，

∴半径 $BP=2\sqrt{5}$．

又∵ $P(a,a^2)$，

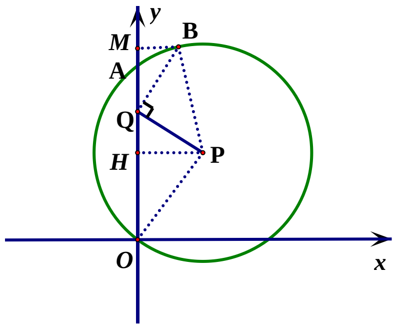
∴ $OP^2=a^2+a^4=(2\sqrt{5})^2$.

即 $a^4+a^2-20=0$．解得 $a=\pm 2$.

∵ $a>0$,

∴ $a=2$．……………………………………………………………………………6 分

∴ $P(2,4)$.



如图，作 $BM\perp y$ 轴于点 M，则 $\triangle QBM\cong\triangle PQH$.

∴ $MQ=PH=2$，

$MB=QH=\sqrt{PQ^2-PH^2}=\sqrt{6}$.

∴ $B_1(\sqrt{6},6+\sqrt{6})$．…………………………………7 分

若点 Q 在 OH 上，由对称性可得 $B_2(\sqrt{6},2-\sqrt{6})$．……………………………8 分

综上，当 $PQ=\sqrt{10}$ 时，B 点坐标为 $(\sqrt{6},6+\sqrt{6})$ 或 $(\sqrt{6},2-\sqrt{6})$.