

初三数学

2023.1

学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 教育 ID 号 _____

考生须知

1. 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分,考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和教育 ID 号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束后,请将答题卡交回。

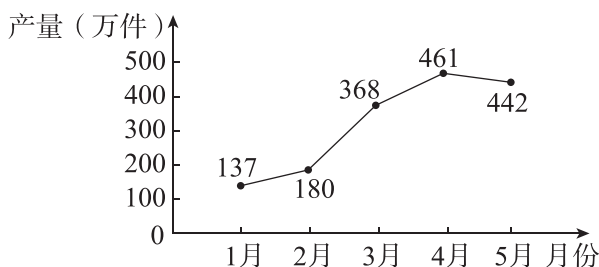


一、选择题(每题 2 分,共 16 分)

第 1—8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

1. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有一个根为 0,则 m 的值为
A. 2 B. 1 C. 0 D. -1
2. 下列图形中是中心对称图形的是
A. 正方形 B. 等边三角形 C. 直角三角形 D. 正五边形
3. 关于二次函数 $y = 2(x - 4)^2 + 6$,下列说法正确的是
A. 最大值为 4 B. 最小值为 4 C. 最大值为 6 D. 最小值为 6
4. 一只不透明的袋子中装有 3 个黑球和 2 个白球,这些球除颜色外无其他差别,从中任意摸出 3 个球,下列事件是确定事件的为
A. 至少有 1 个球是黑球 B. 至少有 1 个球是白球
C. 至少有 2 个球是黑球 D. 至少有 2 个球是白球
5. 某厂家 2022 年 1~5 月份的某种产品产量统计如图所示. 设从 2 月份到 4 月份,该厂家这种产品产量的平均月增长率为 x ,根据题意可得方程

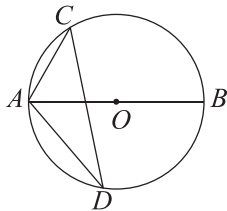
某厂家2022年1~5月份的某种产品产量统计图



- A. $180(1-x)^2 = 461$
- B. $368(1-x)^2 = 442$
- C. $180(1+x)^2 = 461$
- D. $368(1+x)^2 = 442$

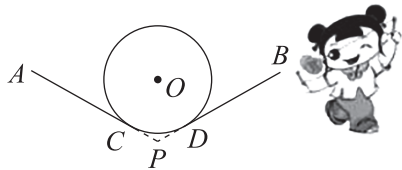
6. 如图,在 $\odot O$ 中, AB 是直径,弦 AC 的长为5,点 D 在 $\odot O$ 上,且 $\angle ADC=30^\circ$,则 $\odot O$ 半径的长为

- A. 2.5 B. 5
C. 7.5 D. 10



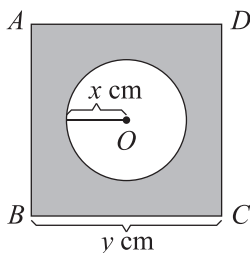
7. 抖空竹在我国有着悠久的历史,是国家级的非物质文化遗产之一. 如图, AC, BD 分别与 $\odot O$ 切于点 C, D , 延长 AC, BD 交于点 P . 若 $\angle P=120^\circ$, $\odot O$ 的半径为6 cm, 则图中 \widehat{CD} 的长为

- A. π cm B. 2π cm
C. 3π cm D. 4π cm



8. 如图,正方形 $ABCD$ 和 $\odot O$ 的周长之和为20 cm, 设圆的半径为 x cm, 正方形的边长为 y cm, 阴影部分的面积为 S cm^2 . 当 x 在一定范围内变化时, y 和 S 都随 x 的变化而变化, 则 y 与 x, S 与 x 满足的函数关系分别是

- A. 一次函数关系, 一次函数关系
B. 一次函数关系, 二次函数关系
C. 二次函数关系, 二次函数关系
D. 二次函数关系, 一次函数关系



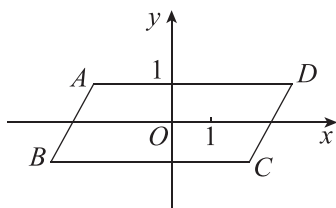
二、填空题(每题2分,共16分)

9. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=x^2-4x+5$ 与 y 轴交于点 C , 则点 C 的坐标为_____.
10. 将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+1$ 向左平移1个单位长度, 再向下平移3个单位长度, 得到的抛物线的解析式为_____.
11. 请写出一个常数 c 的值, 使得关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+c=0$ 有两个不相等的实数根, 则 c 的值可以是_____.
12. 2022年3月12日是我国第44个植树节, 某地林业部门为了考察某种幼树在一定条件下的移植成活率, 在同等条件下, 对这种幼树进行大量移植, 并统计成活情况, 下表是这种幼树移植过程中的一组统计数据:

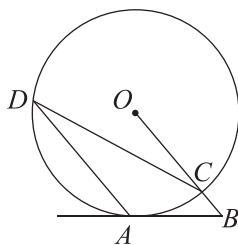
幼树移植数(棵)	100	1 000	5 000	8 000	10 000	15 000	20 000
幼树移植成活数(棵)	87	893	4 485	7 224	8 983	13 443	18 044
幼树移植成活的频率	0.870	0.893	0.897	0.903	0.898	0.896	0.902

估计该种幼树在此条件下移植成活的概率是_____. (结果精确到0.1)

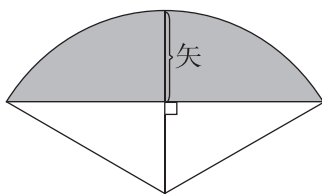
13. 以 $\square ABCD$ 对角线的交点 O 为原点, 平行于 BC 边的直线为 x 轴, 建立如图所示的平面直角坐标系. 若 A 点坐标为 $(-2, 1)$, 则 C 点坐标为 _____.



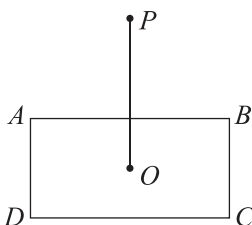
14. 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 切 $\odot O$ 于点 A , 连接 OB 交 $\odot O$ 于点 C , 过点 A 作 $AD \parallel OB$ 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 CD . 若 $\angle B = 50^\circ$, 则 $\angle OCD =$ _____ $^\circ$.



15. 《九章算术》是我国古代数学成就的杰出代表作, 其中《方田》章计算弧田面积所用的经验公式是: 弧田面积 $= \frac{1}{2}(\text{弦} \times \text{矢} + \text{矢}^2)$. 弧田(图中阴影部分)由圆弧和其所对的弦所围成, 公式中“弦”指圆弧所对弦长, “矢”等于半径长与圆心到弦的距离之差. 现有圆心角为 120° , 半径为 4 米的弧田, 按照上述公式计算出弧田的面积约为 _____ 米². ($\sqrt{3} \approx 1.73$)



16. 我们给出如下定义: 在平面内, 点到图形的距离是指这个点到图形上所有点的距离的最小值. 在平面内有一个矩形 $ABCD$, $AB=4$, $AD=2$, 中心为 O , 在矩形外有一点 P , $OP=3$. 当矩形绕着点 O 旋转时, 点 P 到矩形的距离 d 的取值范围为 _____.



三、解答题(共 68 分. 17—22 题,每题 5 分;23—26 题,每题 6 分;27—28 题,每题 7 分)

17. 下面是小美设计的“过圆上一点作圆的切线”的尺规作图过程.

已知:点 A 在 $\odot O$ 上.

求作: $\odot O$ 的切线 AB .

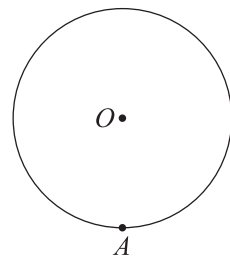
作法:①作射线 OA ;

②以点 A 为圆心,适当长为半径作弧,交射线 OA 于点 C 和点 D ;

③分别以点 C, D 为圆心,大于 $\frac{1}{2}CD$ 长为半径作弧,两弧交于点 B ;

④作直线 AB .

则直线 AB 即为所求作的 $\odot O$ 的切线.



根据小美设计的尺规作图过程,解决下面的问题:

(1)使用直尺和圆规,补全图形;(保留作图痕迹)

(2)完成下面的证明.

证明:连接 BC, BD .

由作图可知,

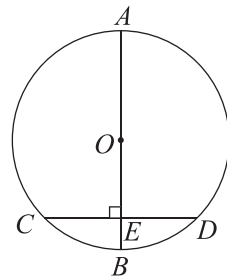
$AC=AD, BC=$ _____.

$\therefore BA$ _____ OA .

\because 点 A 在 $\odot O$ 上,

\therefore 直线 AB 是 $\odot O$ 的切线(_____) (填写推理依据).

18. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 $E, CD=2OE$. 若 $AB=4$, 求 CD 的长.



19. 下面是小聪同学用配方法解方程： $2x^2 - 4x - p = 0 (p > 0)$ 的过程，请仔细阅读后，解答下面的问题.

$$2x^2 - 4x - p = 0$$

解：移项，得 $2x^2 - 4x = p$. ①

二次项系数化为 1，得 $x^2 - 2x = \frac{p}{2}$. ②

配方，得 $x^2 - 2x + 1 = \frac{p}{2}$. ③

$$\text{即 } (x-1)^2 = \frac{p}{2}.$$

$\because p > 0,$

$$\therefore x-1 = \pm \sqrt{\frac{p}{2}}. \text{ ④}$$

$$\therefore x_1 = 1 + \frac{\sqrt{2p}}{2}, x_2 = 1 - \frac{\sqrt{2p}}{2}. \text{ ⑤}$$

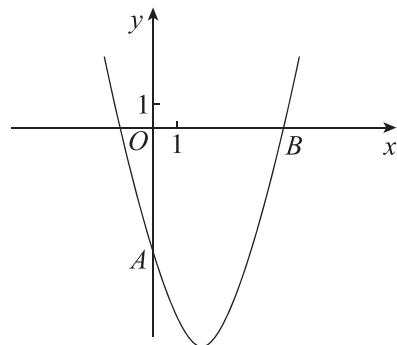
(1) 第②步二次项系数化为 1 的依据是什么？

(2) 整个解答过程是否正确？若不正确，说出从第几步开始出现错误，并直接写出此方程的解.

20. 如图，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(0, -5), B(5, 0)$.

(1) 求 b, c 的值；

(2) 连接 AB ，与该抛物线的对称轴交于点 M ，求点 M 的坐标.

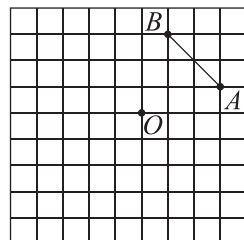


21. 如图,在边长均为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中,点 A, B, O 均为格点(每个小正方形的顶点叫做格点).

(1)作点 A 关于点 O 的对称点 A_1 ;

(2)连接 A_1B ,将线段 A_1B 绕点 A_1 顺时针旋转 90° 得到线段 A_1B_1 ,点 B 的对应点为 B_1 ,画出旋转后的线段 A_1B_1 ;

(3)连接 AB_1, BB_1 ,求出 $\triangle ABB_1$ 的面积(直接写出结果即可).



22. 2022 年 3 月 23 日,“天宫课堂”第二课在中国空间站开讲,神舟十三号飞行乘组航天员翟志刚、王亚平、叶光富讲了又一堂精彩的太空科普课.这场充满奇思妙想的太空授课,让科学的种子在亿万青少年的心里生根发芽.小明和小亮对航天知识产生了极大兴趣,他们在中国载人航天网站了解到,航天知识分为“梦圆天路”“飞天英雄”“探秘太空”“巡天飞船”等模块.

他们决定先从“梦圆天路”“飞天英雄”“探秘太空”三个模块中随机选择一个进行学习,分别设这三个模块为 A, B, C ,用画树状图或列表的方法求出小明和小亮选择相同模块的概率.

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m+1)x + m - 2 = 0$.

(1)求证:无论 m 取何值,此方程总有两个不相等的实数根;

(2)当该方程的判别式的值最小时,写出 m 的值,并求此时方程的解.



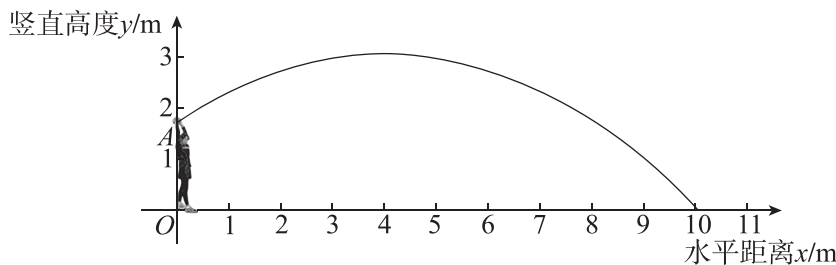
24. 掷实心球是中考体育考试项目之一,实心球投掷后的运动轨迹可以看作是抛物线的一部分,建立如图所示的平面直角坐标系,从投掷到着陆的过程中,实心球的竖直高度 y (单位:m)与水平距离 x (单位:m)近似满足函数关系 $y=a(x-h)^2+k(a<0)$.某位同学进行了两次投掷.

(1)第一次投掷时,实心球的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下:

水平距离 x/m	0	2	4	6	8	10
竖直距离 y/m	1.67	2.63	2.95	2.63	1.67	0.07

根据上述数据,直接写出实心球竖直高度的最大值,并求出满足的函数关系 $y=a(x-h)^2+k(a<0)$;

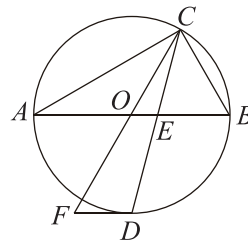
(2)第二次投掷时,实心球的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系 $y=-0.09(x-3.8)^2+2.97$.记实心球第一次着地点到原点的距离为 d_1 ,第二次着地点到原点的距离为 d_2 ,则 d_1 _____ d_2 (填“>”“=”或“<”).



25. 如图,点 C 在以 AB 为直径的 $\odot O$ 上, CD 平分 $\angle ACB$ 交 $\odot O$ 于点 D ,交 AB 于点 E ,过点 D 作 $DF \parallel AB$,交 CO 的延长线于点 F .

(1)求证:直线 DF 是 $\odot O$ 的切线;

(2)若 $\angle A=30^\circ$, $AC=2\sqrt{3}$,求 DF 的长.





26. 已知二次函数 $y = ax^2 - 4ax + 3 (a \neq 0)$.

(1) 求该二次函数的图象与 y 轴交点的坐标及对称轴.

(2) 已知点 $(3, y_1), (1, y_2), (-1, y_3), (-2, y_4)$ 都在该二次函数图象上,

① 请判断 y_1 与 y_2 的大小关系: y_1 _____ y_2 (用“ $>$ ”“ $=$ ”“ $<$ ”填空);

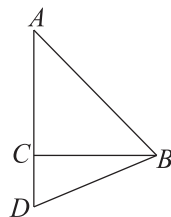
② 若 y_1, y_2, y_3, y_4 四个函数值中有且只有一个小于零, 求 a 的取值范围.

27. 如图, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ, AC = BC, D$ 为 AC 延长线上一点, 连接 BD , 将线段 BD 绕点 D 逆时针旋转 90° 得到线段 DE , 过点 E 作 $EF \perp AC$ 于点 F , 连接 AE .

(1) 依题意补全图形;

(2) 比较线段 AF 与 CD 的大小, 并证明;

(3) 连接 BE, G 为 BE 的中点, 连接 CG , 用等式表示线段 CD, CG, BC 之间的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 我们给出如下定义: 将图形 M 绕直线 $x=3$ 上某一点 P 顺时针旋转 90° , 再关于直线 $x=3$ 对称, 得到图形 N , 我们称图形 N 为图形 M 关于点 P 的二次关联图形.

已知点 $A(0, 1)$.

(1) 若点 P 的坐标是 $(3, 0)$, 直接写出点 A 关于点 P 的二次关联图形的坐标 _____;

(2) 若点 A 关于点 P 的二次关联图形与点 A 重合, 求点 P 的坐标 (直接写出结果即可);

(3) 已知 $\odot O$ 的半径为 1, 点 A 关于点 P 的二次关联图形在 $\odot O$ 上且不与点 A 重合. 若线段 $AB=1$, 其关于点 P 的二次关联图形上的任意一点都在 $\odot O$ 及其内部, 求此时 P 点坐标及点 B 的纵坐标 y_B 的取值范围.

