

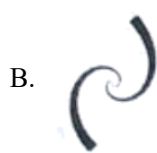
2022 北京汇文中学初二（上）期中

数 学



一、选择题（共 8 小题，每小题 2 分，满分 16 分）

1. 斐波那契螺旋线也称为“黄金螺旋线”，它是根据斐波那契数列画出的螺旋曲线，科学家在自然界中发现存在许多斐波那契螺旋线图案。下列斐波那契螺旋线图案中属于轴对称图形的是（ ）。



2. 下列等式中，从左到右的变形是因式分解的是（ ）

A. $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

B. $3x^2-3x+1=3x(x-1)+1$

C. $m(a+b)=ma+mb$

D. $(a+2)^2=a^2+4a+4$

3. 已知三角形的三边长分别为 3, 4, x ，且 x 为整数，则 x 的最大值为（ ）

A. 8

B. 7

C. 5

D. 6

4. 桥梁的斜拉钢索是三角形的结构，主要是为了（ ）

A. 节省材料，节约成本

B. 保持对称

C. 利用三角形的稳定性

D. 美观漂亮

5. 下列运算结果为 a^6 的是（ ）

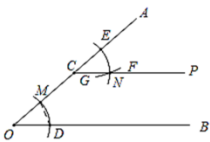
A. $a^3 \cdot a^2$

B. $a^9 - a^3$

C. $(a^2)^3$

D. $a^{18} \div a^3$

6. 如图，点 C 在 $\angle AOB$ 的边 OA 上，用尺规作出了 $CP \parallel OB$ ，作图痕迹中， FG 是（ ）



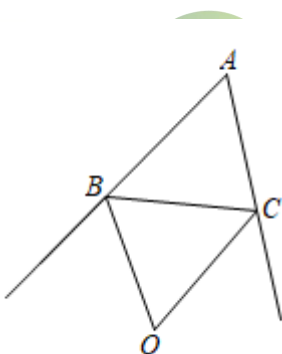
A. 以点 C 为圆心、 OD 的长为半径的弧

B. 以点 C 为圆心、 DM 的长为半径的弧

C. 以点 E 为圆心、 DM 的长为半径的弧

D. 以点 E 为圆心、 OD 的长为半径的弧

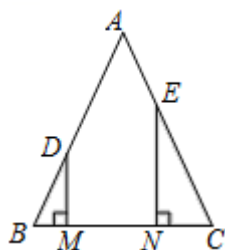
7. 如图，点 O 是 $\triangle ABC$ 的两个外角平分线的交点，下列结论：①点 O 在 $\angle A$ 的平分线上；②点 O 到 $\triangle ABC$ 的三边的距离相等；③ $OB = OC$ ，以上结论正确的有（ ）





- A. ②③ B. ①② C. ①③ D. ①②③

8. 如图，等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， MN 是边 BC 上一条运动的线段（点 M 不与点 B 重合，点 N 不与点 C 重合），且 $MN=\frac{1}{2}BC$ ， $MD\perp BC$ 交 AB 于点 D ， $NE\perp BC$ 交 AC 于点 E ，在 MN 从左至右的运动过程中， $\triangle BMD$ 和 $\triangle CNE$ 的面积之和（ ）



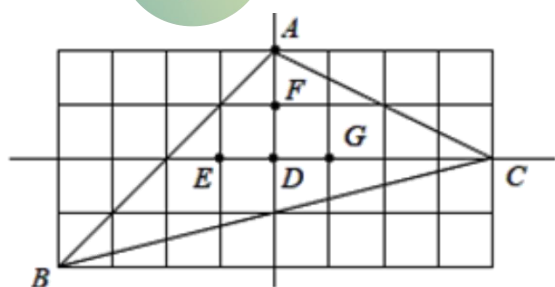
- A. 保持不变 B. 先变小后变大
C. 先变大后变小 D. 一直变大

二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

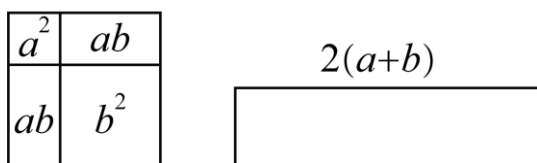
9. 如果等腰三角形一边长为 3，另一边长为 10，那么它的周长是 _____.

10. 已知一个正多边形的一个外角为 36° ，则这个正多边形的边数是 _____.

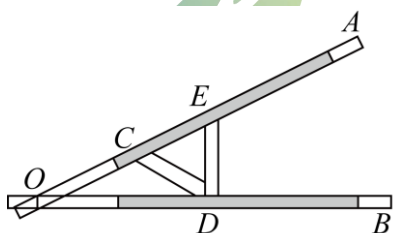
11. 如图所示的网格由边长相同的小正方形组成，点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 在小正方形的顶点上，则表示 $\triangle ABC$ 重心的点是 _____；



12. 有两块总面积相等的场地，左边场地为正方形，由四部分构成，各部分的面积数据如图所示，右边场地为长方形，长为 $2(a+b)$ ，则宽为 _____.



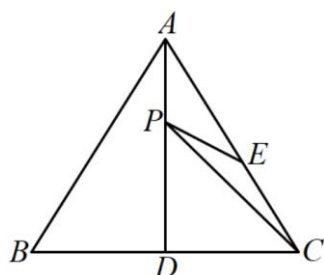
13. 借助如图所示的“三等分角仪”能三等分某些度数的角，这个“三等分角仪”由两根有槽的棒 OA ， OB 组成，两根棒在 O 点相连并可绕 O 转动， C 点固定， $OC=CD=DE$ ，点 D ， E 可在槽中滑动，若 $\angle BDE=75^\circ$ ，则 $\angle COD=$ _____ $^\circ$.





14. 当围绕一点拼在一起的几个多边形的内角加在一起恰好组成一个周角时，就能拼成一个既不留空隙，又不相互重叠的平面图形，我们称之为镶嵌. 用一种或几种正多边形镶嵌平面有多种方案，如：6个正三角形，记作(3, 3, 3, 3, 3, 3)；3个正三角形和两个正方形，记作(3, 3, 3, 4, 4)；请你写出一种同时使用正三角形和正六边形的镶嵌方案 _____.

15. 如图，等边 $\triangle ABC$ 中， AD 是 BC 边上的中线，且 $AD = 17$ ， E, P 分别是 AC, AD 上的动点，则 $CP + EP$ 的最小值等于 _____.



16. 新年联欢，某公司为员工准备了 A, B 两种礼物， A 礼物单价 a 元、重 m 千克， B 礼物单价 $(a+1)$ 元，重 $(m-1)$ 千克，为了增加趣味性，公司把礼物随机组合装在盲盒里，每个盲盒里均放两样，随机发放，小林的盲盒比小李的盲盒重 1 千克，则两个盲盒的总价钱相差 _____ 元，通过称重其他盲盒，大家发现：

| 称重情况 | 重量大于小林的盲盒的 | 与小林的盲盒一样重 | 重量介于小林和小李之间的 | 与小李的盲盒一样重 | 重量小于小李的盲盒的 |
|------|------------|-----------|--------------|-----------|------------|
| 盲盒个数 | 0 | 5 | 0 | 9 | 4 |

若这些礼物共花费 2018 元，则 $a =$ _____ 元.

三、解答题（共 68 分，其中 17-18 题每题 8 分，19-20 题每题 5 分，21 题 6 分，22-23 题每题 5 分，24-25 题每题 6 分，26-27 题每题 7 分）

17. 因式分解：

(1) $3x^2 + 6x + 3$ ；

(2) $a^3 - 9a$.

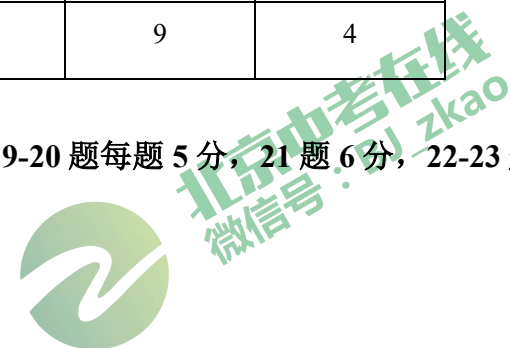
18. 计算：

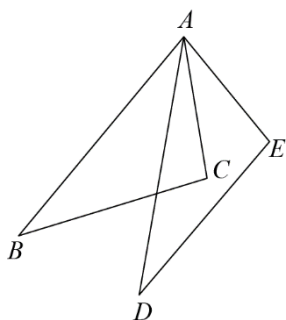
(1) $a^3 \cdot a + (-a^2)^3 \div a^2$ ；

(2) $[(m+n)(m-n) + (-n)^2] \div 2m$.

19. 已知 $x^2 - x + 1 = 0$ ，求代数式 $(x+1)^2 - (x+1)(2x-1)$ 的值.

20. 已知：如图， $AB=AD, AC=AE, \angle BAD = \angle CAE$ ，求证： $BC=DE$.





21. 下面是小明同学设计的“已知底边及底边上的中线作等腰三角形”的尺规作图过程.

已知：如图 1，线段 a 和线段 b .

求作： $\triangle ABC$ ，使得 $AB = AC$ ， $BC = a$ ， BC 边上的中线为 b .

作法：如图 2，

- ①作射线 BM ，并在射线 BM 上截取 $BC = a$ ；
- ②作线段 BC 的垂直平分线 PQ ， PQ 交 BC 于 D ；
- ③以 D 为圆心， b 为半径作弧，交 PQ 于 A ；
- ④连接 AB 和 AC .

则 $\triangle ABC$ 为所求作的图形

根据上述作图过程，回答问题：

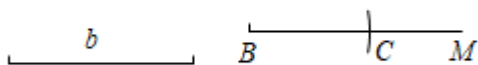
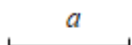


图1

图2

(1) 用直尺和圆规，补全图 2 中的图形；

(2) 完成下面的证明：

证明：由作图可知 $BC = a$ ， $AD = b$.

$\because PQ$ 为线段 BC 的垂直平分线，点 A 在 PQ 上，

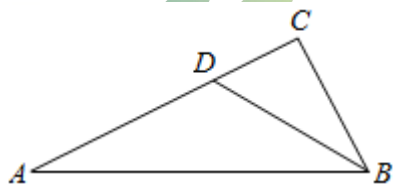
$\therefore AB = AC$ (____) (填依据).

又 \because 线段 BC 的垂直平分线 PQ 交 BC 于 D ，

\therefore _____ = _____ .

$\therefore AD$ 为 BC 边上的中线，且 $AD = b$.

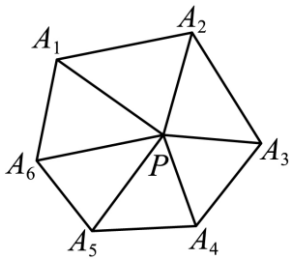
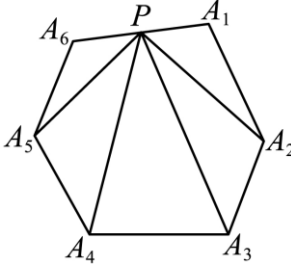
22. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ， $AD = 10$ ，求 CD 的长.



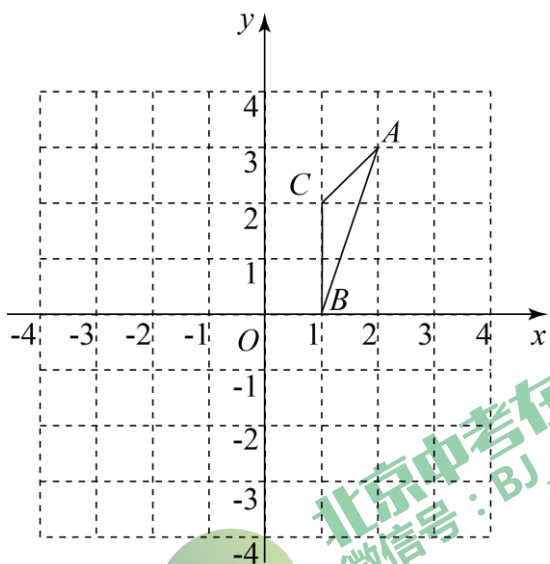
23. 课本上介绍了求多边形的内角和的方法是过 n 边形的一个顶点作对角线，把 n 边形分成 $(n-2)$ 个三角



形，把求多边形的问题转化成三角形内角和的问题。从而得到 n 边形的内角和等于 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，现在再提供两种添辅助线的方案，请你选择其中一种，再次证明 n 边形内角和定理。

| 方案一 | 方案二 |
|--|---|
|  |  |
| <p>如图，P 为 n 边形 $A_1A_2 \cdots A_n$ 内一点，连接 PA_1, PA_2, \dots, PA_n，那么 n 边形被分成了 <input type="text"/> 个三角形，由此推理 n 边形的内角和定理。</p> | <p>如图，P 为 n 边形 $A_1A_2 \cdots A_n$ 边 A_1A_2 上的任意一点，连接 PA_3, PA_4, \dots, PA_n，那么 n 边形被分成了 <input type="text"/> 个三角形，由此推理 n 边形的内角和定理。</p> |
| <p>证明：</p> | <p>证明：</p> |

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别是 $A(2,3)$ ， $B(1,0)$ ， $C(1,2)$ ，



- 在图中作出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ，其中 A_1 的坐标为 ；
- 如果要使以 B 、 C 、 D 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 全等（ A 、 D 不重合），写出所有符合条件的点 D 坐标。

25. 小明在学习有关整式的知识时，发现一个有趣的现象：对于关于 x 的多项式 $x^2 - 2x + 3$ ，由于 $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$ ，所以当 $x-1$ 取任意一对互为相反数的数时，多项式 $x^2 - 2x + 3$ 的值是相等的，



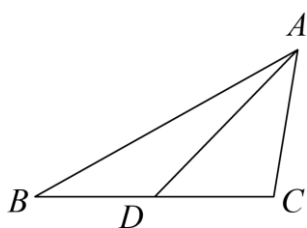
例如，当 $x-1=\pm 1$ ，即 $x=2$ 或 0 时， x^2-2x+3 的值均为 3 ；当 $x-1=\pm 2$ ，即 $x=3$ 或 -1 时， x^2-2x+3 的值均为 6 。

于是小明给出一个定义：对于关于 x 的多项式，若当 $x-t$ 取任意一对互为相反数的数时，该多项式的值相等，就称该多项式关于 $x=t$ 对称。例如 x^2-2x+3 关于 $x=1$ 对称。

请结合小明的思考过程，运用此定义解决下列问题：

- (1) 多项式 $x^2-6x+10$ 关于 $x=$ _____对称；
- (2) 若关于 x 的多项式 $x^2+2bx+3$ 关于 $x=4$ 对称，求 b 的值；
- (3) 整式 $(x^2+8x+16)(x^2+4x+4)$ 关于 $x=$ _____对称。

26. 在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 的中点，且 $\angle BAD \neq 90^\circ$ ，将线段 AB 沿 AD 所在直线翻折，得到线段 AB' ，作 $CE \parallel AB$ 交直线 AB' 于点 E 。

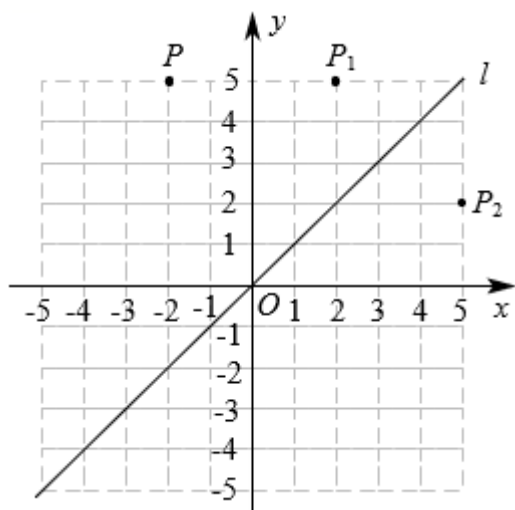


(1) 如图，若 $AB > AC$ ，

- ①依题意补全图形；
- ②用等式表示线段 AB, AE, CE 之间的数量关系，并证明；

(2) 若 $AB < AC$ ，上述结论是否仍然成立？若成立，简述理由；若不成立，直接用等式表示线段 AB, AE, CE 之间新的数量关系（不需证明）。

27. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 为一、三象限角平分线，点 P 关于 y 轴的对称点称为 P 的一次反射点，记作 P_1 ； P_1 关于直线 l 的对称点称为点 P 的二次反射点，记作 P_2 。例如，点 $(-2, 5)$ 的一次反射点为 $(2, 5)$ ，二次反射点为 $(5, 2)$ 。根据定义，回答下列问题：



(1) 点 $(3, 4)$ 的一次反射点为_____，二次反射点为_____；



(2) 当点 A 在第三象限时, 点 $M(-4, 1)$, $N(3, -1)$, $Q(-1, -5)$ 中可以是点 A 的二次反射点的是 _____;

(3) 若点 A 在第二象限, 点 A_1 , A_2 分别是点 A 的一次、二次反射点, $\angle A_1OA_2 = 50^\circ$, 求射线 OA 与 x 轴所夹锐角的度数;

(4) 若点 A 在 y 轴左侧, 点 A_1 , A_2 分别是点 A 的一次、二次反射点, $\triangle AA_1A_2$ 是等腰直角三角形, 请直接写出点 A 在平面直角坐标系 xOy 中的位置.



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



参考答案

一、选择题（共 8 小题，每小题 2 分，满分 16 分）

1. 【答案】D

【解析】

【分析】如果一个图形沿着一条直线对折，直线两边的图形完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴，利用轴对称图形的定义一一排查即可。

【详解】根据轴对称图形的定义，只有选项 D 是轴对称图形，其它都不是，故选择：D.

【点睛】本题考查轴对称图形问题，掌握轴对称图形的定义，会利用轴对称图形的定义识别图形是解题关键.

2. 【答案】A

【解析】

【分析】多项式的因式分解是将多项式变形为几个整式的乘积形式，由此解答即可.

【详解】解：A、 $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$ ，符合因式分解的定义，故正确；

B、 $3x^2-3x+1=3x(x-1)+1$ ，右边不是整式的积的形式，不符合因式分解的定义，故错误；

C、 $m(a+b)=ma+mb$ ，是整式的乘法，不是因式分解，故错误；

D、 $(a+2)^2=a^2+4a+4$ ，是整式的乘法，不是因式分解，故错误.

故选：A.

【点睛】本题主要考查的是因式分解的定义，熟练掌握因式分解的定义以及运算是解题的关键.

3. 【答案】D

【解析】

【分析】根据三角形的三边关系“第三边大于两边之差，而小于两边之和”，求得第三边的取值范围；再根据第三边是整数，从而求得第三边长的最大值.

【详解】解：根据三角形的三边关系，得： $4-3 < x < 4+3$ ，

即 $1 < x < 7$ ，

$\therefore x$ 为整数，

$\therefore x$ 的最大值为 6.

故选：D.

【点睛】此题考查了三角形的三边关系. 注意第三边是整数的已知条件.

4. 【答案】C

【解析】

【分析】只要三角形的三边确定，则三角形的大小唯一确定，即三角形的稳定性，据此作答即可.

【详解】解：桥梁的斜拉钢索往往是三角形结构，这主要是利用了三角形的稳定性.

故选：C.



【点睛】此题考查了三角形的特性：稳定性，应注意在实际生活中的应用.

5. 【答案】C

【解析】

【分析】利用有关幂的运算性质直接运算后即可确定正确的选项.

【详解】解：A、 $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ，不符合题意；

B、 $a^9 - a^3$ ，不能合并，不符合题意；

C、 $(a^3)^2 = a^6$ ，符合题意；

D、 $a^{18} \div a^3 = a^{15}$ ，不符合题意，

故选：C.

【点睛】本题考查了幂的有关运算性质，解题的关键是能够正确的运用有关性质，属于基础运算，比较简单.

6. 【答案】C

【解析】

【分析】根据平行线的判定，作一个角等于已知角的方法即可判断.

【详解】解：由作图可知作图步骤为：

①以点O为圆心，任意长为半径画弧DM，分别交OA，OB于M，D.

②以点C为圆心，以OM为半径画弧EN，交OA于E.

③以点E为圆心，以DM为半径画弧FG，交弧EN于N.

④过点N作射线CP.

根据同位角相等两直线平行，可得 $CP \parallel OB$.

故选C.

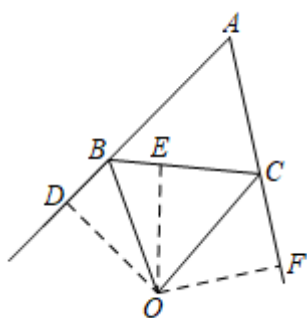
【点睛】本题考查作图 - 复杂作图，平行线的判定等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】过点O分别作 $OD \perp AB, OE \perp BC, OF \perp AC$ ，根据角平分线的性质可得 $OD = OE = OF$ ，进而判断①②，连接AO，结合①②的结论，进而可得 $\triangle AOD \cong \triangle AOF, \triangle ODB \cong \triangle OFC$ ，假设③成立，进而得出 $AB = AC$ ，根据题意无法证明 $AB = AC$ ，进而判断③；

【详解】过点O分别作 $OD \perp AB, OE \perp BC, OF \perp AC$ ，如图，



∵ 点 O 是 $\triangle ABC$ 的两个外角平分线的交点,

∴ $OD = OE, OE = OF$,

∴ $OD = OE = OF, OD = OF$,

∴ 点 O 到 $\triangle ABC$ 的三边的距离相等;

故②正确;

∵ $OD \perp AB, OF \perp AC$,

∴ 点 O 在 $\angle A$ 的平分线上,

故①正确;

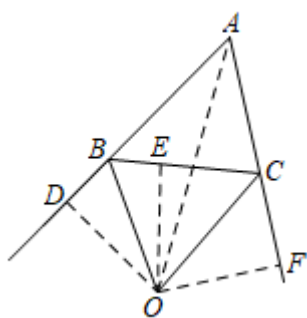
连接 AO ,



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



假设 $OB = OC$,

∵ $OD = OF, AO$ 是 $\angle BAC$ 的角平分线, $OD \perp AB, OF \perp AC$,

∴ $\angle OAD = \angle OAF, \angle ADO = \angle AFO = 90^\circ$,

∴ $\triangle AOD \cong \triangle AOF, \triangle ODB \cong \triangle OFC$,

∴ $AD = AF, DB = CF$,

∴ $AD - BD = AF - CF$,

即 $AB = AC$,

∴ AB 不一定等于 AC ,

故③不成立;

故正确的有①②.

故选 B.

【点睛】 本题考查了角平分线的性质与判定, 三角形全等的性质与判定, 掌握角平分线的性质与判定是解



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



题的关键.

8. 【答案】B

【解析】

【分析】妨设 $BC=2a$, $\angle B=\angle C=\alpha$, $BM=m$, 则 $CN=a-m$, 根据二次函数即可解决问题.

【详解】解: 不妨设 $BC=2a$, $\angle B=\angle C=\alpha$, $BM=m$, 则 $CN=a-m$,

$$\text{则有 } S_{\text{阴}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot m \tan \alpha + \frac{1}{2} (a-m) \cdot (a-m) \tan \alpha$$

$$= \frac{1}{2} \tan \alpha (m^2 + a^2 - 2am + m^2)$$

$$= \frac{1}{2} \tan \alpha (2m^2 - 2am + a^2)$$

$$= \frac{1}{2} \tan \alpha \cdot \left[2\left(m - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{2} \right];$$

当 $m = \frac{a}{2}$ 时, $S_{\text{阴}}$ 有最小值;

$\therefore S_{\text{阴}}$ 的值先变小后变大,

故选: B.

【点睛】此题考查等腰三角形的性质, 关键根据二次函数的性质得出面积改变规律.

二、填空题 (每小题 2 分, 共 16 分)

9. 【答案】23

【解析】

【分析】结合等腰三角形两腰相等和三角形三边关系即可求解.

【详解】解: 分两种情况:

当腰为 3 时, $3+3 < 10$, 所以不能构成三角形;

当腰为 10 时, $3+10 > 10$, 所以能构成三角形, 故周长是: $3+10+10=23$.

故答案为: 23.

【点睛】本题考察等腰三角形的定义和三角形三边关系, 属于基础几何知识考查, 难度不大. 解题的关键是掌握三角形的三边关系.

10. 【答案】10

【解析】

【分析】先思考正多边形的外角和为 360° , 再根据一个外角为 36° , 即可求出正多边形的边数即可.

【详解】正多边形的边数是: $360^\circ \div 36^\circ = 10$.

故答案为: 10.

【点睛】本题主要考查了正多边形的外角和定理, 掌握多边形的外角和等于 360° 是解题的关键.

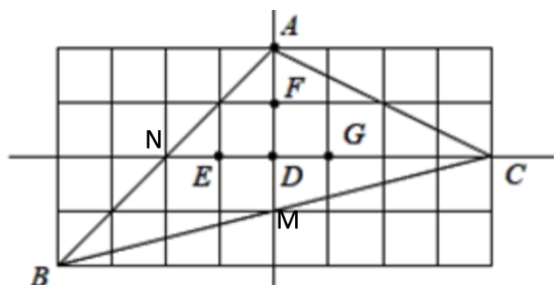
11. 【答案】D

【解析】

【分析】根据三角形重心是三角形三条中线的交点, 结合勾股定理即可得出结论.



【详解】解：如下图所示



由勾股定理可得： $AN=BN=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ ， $BM=CM=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$

$\therefore N, M$ 分别是 AB, BC 的中点

\therefore 直线 CD 经过 $\triangle ABC$ 的 AB 边上的中线，直线 AD 经过 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的中线，

\therefore 点 D 是 $\triangle ABC$ 重心.

故答案为：D.

【点睛】本题主要考查了三角形重心的判断，掌握三角形的重心的定义是解决此题的关键，属于基础题，比较简单.

12. 【答案】 $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$

【解析】

【分析】先求出左边场地的面积，再根据面积相等可以求出右边场地的宽.

【详解】解：左边场地面积 $= a^2 + b^2 + 2ab$ ，

\therefore 左边场地的面积与右边场地的面积相等，

\therefore 宽 $= (a^2 + b^2 + 2ab) \div 2(a+b) = (a+b)^2 \div 2(a+b) = \frac{1}{2}(a+b) = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$.

【点睛】本题考查整式的除法；熟练掌握整式的除法运算法则，准确计算式解题的关键.

13. 【答案】 25

【解析】

【分析】根据题意设 $\angle COD = x$ ，所以 $\angle COD = \angle CDO = x$ ，然后列出等式进行求解即可.

【详解】解：设 $\angle COD = x$ ，

$\therefore OC = CD = DE$ ，

$\therefore \angle COD = \angle CDO = x$ ， $\angle DCE = \angle DEC$ ，

$\therefore \angle DCE = \angle COD + \angle CDO = 2x$ ，

$\therefore \angle DEC = 2x$ ，

$\therefore \angle BDE = \angle DEC + \angle COD = 3x$ ，

$\therefore 3x = 75^\circ$ ，

$\therefore x = 25^\circ$ ，



故答案为：25.

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质以及三角形外角的性质，熟练运用相关性质进行推理是解本题的关键.

14. 【答案】(3, 3, 3, 3, 6) (答案不唯一)

【解析】

【详解】正三角形的一个内角度数为 60° ，正六边形的一个内角度数为 120° ，那么4个正三角形，一个正六边形能组成镶嵌，记做(3, 3, 3, 3, 6)，

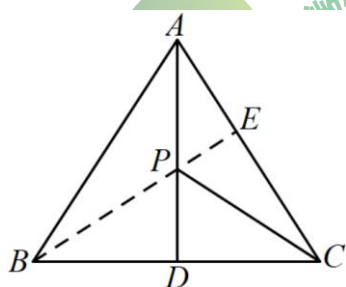
故答案为：(3, 3, 3, 3, 6) (答案不唯一).

15. 【答案】17

【解析】

【分析】点 C 关于 AD 的对称点为点 B ， $CP + EP = BP + EP \geq BE$ ，当且仅当 B, E, P 三点共线时， $CP + EP = BP + EP = BE$ ，再根据垂线段最短，得到当 $BE \perp AC$ 时， $CP + EP$ 最小，利用等边三角形的性质，进行求解即可.

【详解】解：过点 B 作 $BE \perp AC$ 于 E ，交 AD 于 P ，



$\because \triangle ABC$ 是等边三角形， AD 是 BC 边上的中线，

$\therefore AD \perp BC$ ，

$\therefore AD$ 是 BC 的垂直平分线，

\therefore 点 B, C 关于 AD 为对称，

$\therefore BP = CP$ ，

$\therefore CP + EP = BP + EP \geq BE$

当且仅当 B, E, P 三点共线时， $CP + EP = BP + EP = BE$ ，

根据垂线段最短得出： $BE \perp AC$ 时，此时 $CP + EP$ 的值最小，

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AC = BC$ ，

$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} AC \cdot BE$ ，

$\therefore BE = AD = 17$ ，

即 $CP + EP$ 的最小值为 17，

故答案为：17.



【点睛】本题考查等边三角形的性质，轴对称. 熟练掌握等边三角形三线合一，以及轴对称法解决线段和最小问题，是解题的关键.

16. 【答案】 ①. 1 ②. 50

【解析】

【分析】由题意知，盲盒中礼物的重量组合有 (m, m) ， $(m, m-1)$ ， $(m-1, m-1)$ 共三种情况，由图表可知，小林的盲盒的重量组合为 (m, m) ，小李的盲盒的重量组合为 $(m, m-1)$ ，共有 $1+5+1+9+4=20$ 个盲盒，表示出小林与小李盲盒的总价钱后作差即可；由图表可得盲盒中共有A礼物有 $(1+5)\times 2+1+9=22$ 个，B礼物有 $1+9+4\times 2=18$ 个，列一元一次方程 $22a+18(a+1)=2018$ ，计算求解即可得到 a 的值.

【详解】解：由题意知，盲盒中礼物的重量组合有 (m, m) ， $(m, m-1)$ ， $(m-1, m-1)$ 共三种情况，总重量分别为 $2m$ ， $2m-1$ ， $2m-2$ 千克

\therefore 由图表可知，小林的盲盒的重量组合为 (m, m) ，重量为 $2m$ 千克，小李的盲盒的重量组合为

$(m, m-1)$ ，重量为 $2m-1$ 千克，共有 $1+5+1+9+4=20$ 个盲盒

\therefore 小林盲盒的总价钱为 $a+a=2a$ 元，小李盲盒的总价钱为 $a+a+1=2a+1$ 元

\therefore 两个盲盒的总价钱相差 $2a+1-2a=1$ 元

\therefore 盲盒中共有A礼物有 $(1+5)\times 2+1+9=22$ 个，B礼物有 $1+9+4\times 2=18$ 个

$\therefore 22a+18(a+1)=2018$

解得 $a=50$

故答案为：1；50.

【点睛】本题考查了列代数式，一元一次方程的应用. 解题的关键在于确定A、B两种礼物的个数与不同盲盒的个数.

三、解答题（共68分，其中17-18题每题8分，19-20题每题5分，21题6分，22-23题每题5分，24-25题每题6分，26-27题每题7分）

17. 【答案】(1) $3(x+1)^2$

(2) $a(a-3)(a+3)$

【解析】

【分析】(1) 先提公因式，再用完全平方公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ；

(2) 先提公因式，再用平方差公式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ；

【小问1详解】

解： $3x^2 + 6x + 3 = 3(x^2 + 2x + 1) = 3(x+1)^2$ ；

【小问2详解】



$$a^3 - 9a = a(a^2 - 9) = a(a+3)(a-3).$$

【点睛】本题考查因式分解，解题关键掌握因式分解的方法：提公因式法、公式法，注意因式分解要彻底。

18. 【答案】(1) 0

$$(2) \frac{1}{2}m$$

【解析】

【分析】(1) 先计算乘方，再计算乘除，最后计算加减；

(2) 先计算中括号里的乘方和乘法，然后计算括号里的加减，去掉括号后计算除法。

【小问1详解】

$$\text{解： } a^3 \cdot a + (-a^2)^3 \div a^2$$

$$= a^4 + (-a^6) \div a^2$$

$$= a^4 - a^4$$

$$= 0$$

【小问2详解】

$$\text{解： } [(m+n)(m-n) + (-n)^2] \div 2m$$

$$= (m^2 - n^2 + n^2) \div 2m$$

$$= m^2 \div 2m$$

$$= \frac{1}{2}m$$

【点睛】本题考查了含乘方的整式的混合运算，熟练掌握运算是解题关键。

19. 【答案】 $-x^2 + x + 2$ ，3.

【解析】

【分析】先按照完全平方公式与多项式乘以多项式的法则进行整式的乘法运算，再合并同类项即可得到化简的结果，再把 $x^2 - x + 1 = 0$ 化为 $x^2 - x = -1$ ，再整体代入求值即可得到答案。

$$\text{【详解】解：原式} = x^2 + 1 + 2x - 2x^2 + x - 2x + 1$$

$$= -x^2 + x + 2.$$

$$\text{当 } x^2 - x + 1 = 0 \text{ 时,}$$

$$\therefore x^2 - x = -1,$$

$$\text{原式} = -(x^2 - x) + 2 = -(-1) + 2 = 1 + 2 = 3.$$

【点睛】本题考查的是整式的混合运算，化简求值，掌握利用完全平方公式及多项式乘以多项式的运算法则进行整式的乘法运算是解题的关键。



20. 【答案】见解析

【解析】

【分析】先证明 $\angle BAC = \angle DAE$ ，再根据 SAS 得出 $\triangle BAC \cong \triangle DAE$ ，即可证明 $BC = DE$ 。

【详解】证明： $\because \angle BAD = \angle CAE$ ，

$$\therefore \angle BAD + \angle DAC = \angle CAE + \angle DAC,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE$$

在 $\triangle BAC$ 和 $\triangle DAE$ 中，

$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle BAC = \angle DAE, \\ AC = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAC \cong \triangle DAE \text{ (SAS)}$$

$$\therefore BC = DE.$$

【点睛】本题考查三角形的判定与性质，三角形全等的判定方法有：SSS、ASA、SAS、AAS、HL，选用合适的判定定理是解题的关键。

21. 【答案】(1) 见解析 (2) 线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点距离相等， $BD = DC$ 。

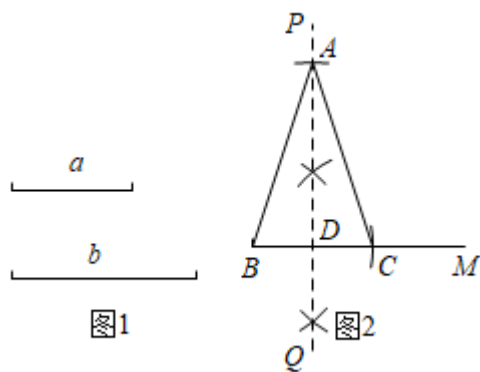
【解析】

【分析】(1) 根据步骤作图即可；

(2) 根据线段垂直平分线的性质：线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点距离相等，据此填空即可。

【小问 1 详解】

解：图形如图所示：



【小问 2 详解】

证明：由作图可知 $BC = a$ ， $AD = b$ ，

$\because PQ$ 为线段 BC 的垂直平分线，点 A 在 PQ 上，

$\therefore AB = AC$ （线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点距离相等）

又 \because 线段 BC 的垂直平分线 PQ 交 BC 于 D ，

$$\therefore BD = DC,$$

$\therefore AD$ 为 BC 边上的中线，且 $AD = b$ 。

【点睛】本题考查线段垂直平分线的性质及作图，三角形的中线，牢固掌握其性质是解题的关键。



22. 【答案】DC的长是5

【解析】

【分析】在 $Rt\triangle ABC$ 中利用 $\angle C=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$ 易求 $\angle ABC=60^\circ$, 再利用角平分线性质可求 $\angle ABD=\angle DBC=30^\circ$, 从而可得 $\angle ABD=\angle A$, 进而可求 BD , 在 $Rt\triangle BDC$ 中, 利用 30° 的角所对的边等于斜边的一半可求 CD .

【详解】解: 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\because \angle C=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$,

$$\therefore \angle ABC=60^\circ,$$

$\because BD$ 是 $\angle ABC$ 的平分线,

$$\therefore \angle ABD=\angle DBC=30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD=\angle A,$$

$$\therefore BD=AD=10,$$

又 $\because \angle DBC=30^\circ$, $\angle C=90^\circ$,

$$\therefore DC=\frac{1}{2}BD=5.$$

即 DC 的长是5.

【点睛】本题考查了含有 30° 角的直角三角形、角平分线的性质. 解题的关键是得出 $BD=AD=10$.

23. 【答案】方案一: n , 证明见解析; 方案二: $(n-1)$, 证明见解析

【解析】

【分析】方案一, 在 n 边形内任取一点 O , 并把 O 与各顶点连接起来, 共构成 n 个三角形, 这 n 个三角形的角和为 $n \cdot 180^\circ$, 再减去以点 O 为顶点的一个周角, 就可以得到 n 边形的内角和为 $(n-2) \cdot 180^\circ$;

方案二, 连接 P 点与其它各顶点的线段可以把 n 边形分成 $(n-1)$ 个三角形.

【详解】证明: 方案一,

在 n 边形内任取一点 P , 并把 O 与各顶点连接起来, 共构成 n 个三角形, 这 n 个三角形的角和为 $n \cdot 180^\circ$, 再减去以点 O 为顶点的一个周角, 就可以得到 n 边形的内角和为 $(n-2) \cdot 180^\circ$.

故答案为: n ;

方案二,

在 n 边形的边 A_1A_2 上的任意一点 P , 连接 P 点与其它各顶点的线段可以把 n 边形分成 $(n-1)$ 个三角形, 这 $(n-1)$ 个三角形的内角和等于 $(n-1) \cdot 180^\circ$,

以 P 为公共顶点的 $(n-1)$ 个角的和是 180° ,

所以 n 边形的内角和是 $(n-1) \cdot 180^\circ - 180^\circ = (n-2) \cdot 180^\circ$.

故答案为: $(n-1)$.

【点睛】本题考查了多边形的内角和定理的证明, 解题关键是将多边形的内角和问题转化为三角形中解决.

24. 【答案】(1) 图见解析, (2, -3)

(2) (0, 3) 或 (0, -1) 或 (2, -1)

【解析】



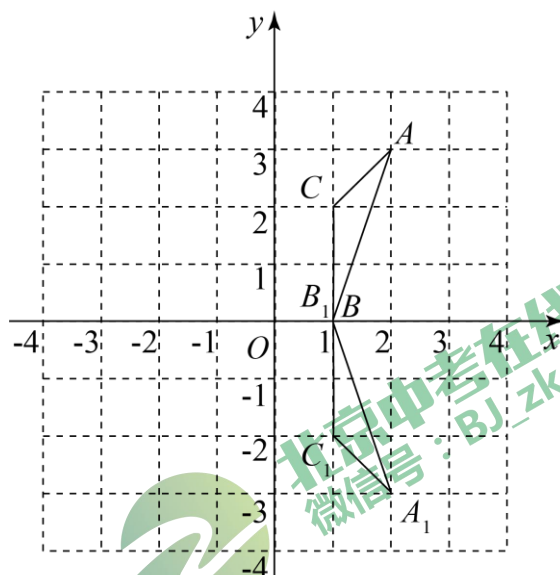
【分析】(1) 由关于 x 轴对称的点的坐标的特征先确定 A_1 、 B_1 、 C_1 三点的坐标，再描点，连线即可；

(2) 根据全等三角形的判定可画出图形，根据图形可直接写出一个符合条件的点 D 坐标。

【小问 1 详解】

如图， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求； A_1 的坐标为 $(2, -3)$ ；

故答案为： $(2, -3)$ ；



【小问 2 详解】

如图 2，所有符合条件的点 D 坐标为： $(0, 3)$ 或 $(0, -1)$ 或 $(2, -1)$ ；

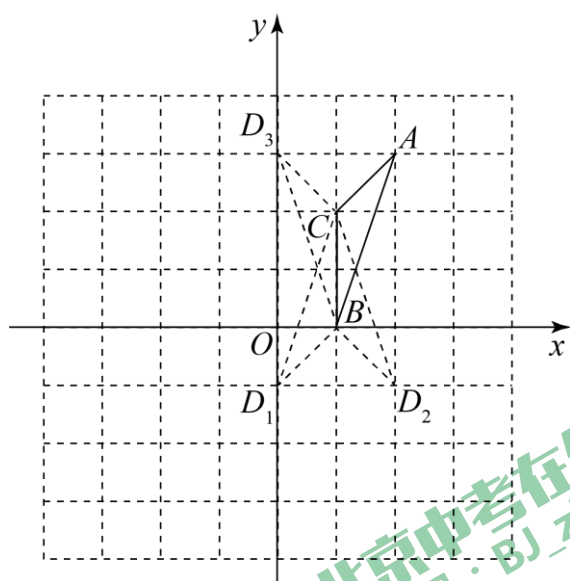


图2

【点睛】本题考查了轴对称的性质，全等三角形的判定等，解题关键是牢固掌握关于坐标轴对称的点的坐标的特征并能灵活运用。

25. 【答案】(1) 3 (2) $b = -4$

(3) -3

【解析】

【分析】(1) 对多项式进行配方，根据新定义判断即可；



(2) 求出 $x^2 + 2bx + 3$ 的对称轴，令对称轴 $x = 4$ 即可；

(3) 对多项式进行配方，根据新定义判定即可。

【小问 1 详解】

解： $x^2 - 6x + 10 = (x - 3)^2 + 1$ ，

则多项式关于 $x = 3$ 对称。

故答案为：3；

【小问 2 详解】

解： $\because x^2 + 2bx + 3 = (x + b)^2 + 3 - b^2$ ，

\therefore 关于 x 的多项式 $x^2 + 2bx + 3$ 关于 $x = -b$ 对称，

$\therefore -b = 4$ ，

$\therefore b = -4$ ；

【小问 3 详解】

解： $(x^2 + 8x + 16)(x^2 + 4x + 4)$

$= (x + 4)^2(x + 2)^2$

$= [(x + 4)(x + 2)]^2$

$= (x^2 + 6x + 8)^2$

$= [(x + 3)^2 - 1]^2$ ，

\therefore 关于 $x = -3$ 对称。

故答案为：-3。

【点睛】 本题考查了配方法的应用，能够对多项式进行配方，根据新定义判断出对称轴是解题的关键。

26. **【答案】** (1) ①见解析；② $AB = AE + CE$ ，理由见解析

(2) 不成立， $AB = AE - CE$

【解析】

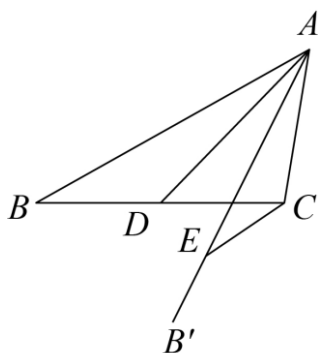
【分析】 (1) ①根据题意作图即可；

②连接，由折叠的性质可证，推出，再由平行线的性质及等腰直角三角形的性质得出，即可推出答案；

(2) 连接，由折叠的性质可证，推出，再由平行线的性质及等腰直角三角形的性质得出，即可推出答案。

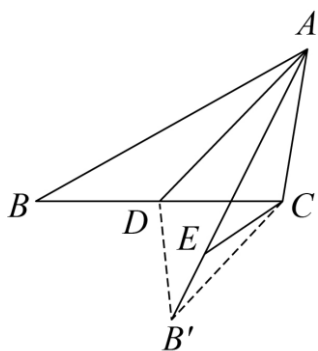
【小问 1 详解】

①补全图形如图所示：



② $AB = AE + CE$ ，理由如下：

如图，连接 $B'D$ ， $B'C$ ，



\because 将线段 AB 沿 AD 所在直线翻折，得到线段 AB' ，

$\therefore AB' = AB, \angle B'AD = \angle BAD$ ，

又 $\because AD = AD$ ，

$\therefore \triangle B'AD \cong \triangle BAD(SAS)$ ，

$\therefore \angle AB'D = \angle ABD, B'D = BD$ ，

$\because CE \parallel AB$ ，

$\therefore \angle BCE = \angle ABD$ ，

$\therefore \angle AB'D = \angle BCE$ ，

$\because D$ 是 BC 的中点，

$\therefore BD = CD$ ，

$\therefore B'D = CD$ ，

$\therefore \angle DB'C = \angle DCB'$ ，

即 $\angle AB'D + \angle EB'C = \angle BCE + \angle ECB'$ ，

$\therefore \angle EB'C = \angle ECB'$ ，

$\therefore B'E = CE$ ，

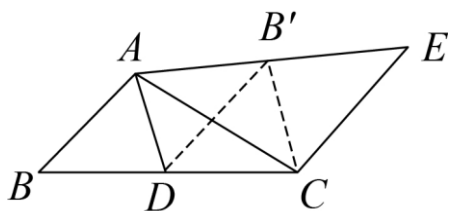
$\therefore AB' = AE + B'E = AE + CE$ ，

$\therefore AB = AB' = AE + CE$ ；

【小问 2 详解】

不成立， $AB = AE - CE$ ，理由如下：





如图，连接 $B'D$ ， $B'C$ ，

\because 将线段 AB 沿 AD 所在直线翻折，得到线段 AB' ，

$$\therefore AB' = AB, \angle B'AD = \angle BAD,$$

又 $\because AD = AD$ ，

$$\therefore \triangle B'AD \cong \triangle BAD(SAS),$$

$$\therefore \angle AB'D = \angle ABD, B'D = BD,$$

$\because D$ 是 BC 的中点，

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore B'D = CD,$$

$$\therefore \angle DB'C = \angle DCB',$$

$\because CE \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle DCE + \angle ABD = 180^\circ,$$

$$\text{即 } \angle ABD + \angle DCB' + \angle ECB' = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AB'D + \angle DB'C + \angle EB'C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AB'D + \angle DB'C + \angle EB'C = 180^\circ = \angle ABD + \angle DCB' + \angle ECB',$$

$$\therefore \angle DCB' = \angle DB'C,$$

$$\therefore \angle ECB' = \angle EB'C,$$

$$\therefore B'E = CE,$$

$$\therefore AB' = AE - B'E = AE - CE,$$

$$\therefore AB = AB' = AE - CE.$$

【点睛】 本题考查了折叠的性质，平行线的性质，等腰三角形的性质，全等三角形的判定和性质，熟练掌握并灵活运用上述知识点是解题的关键。

27. **【答案】** (1) $(-3, 4)$, $(4, -3)$

(2) $M(-4, 1)$

(3) 20° 或 70° (4) 点 A 在 x 轴上或直线 $y = x$ 上

【解析】

【分析】 (1) 根据一次反射点，二次反射点的定义求解；

(2) 根据一次反射点，二次反射点的定义判断 A_2 的位置即可；

(3) 判断出射线 OA_1 与 x 轴的夹角，可得结论；

(4) 利用图像法，点 A 在 x 轴上或直线 $y = x$ 上满足条件。



【小问1详解】

点 (3, 4) 的一次反射点为 (-3, 4), 二次反射点为 (4, -3);

故答案为: (-3, 4), (4, -3);

【小问2详解】

∵ 点 A 在第三象限时,

∴ 一次反射点在第四象限, 二次反射点在第二象限,

∴ 点 M (-4, 1), N (3, -1), Q (-1, -5) 中可以是点 A 的二次反射点的是 M (-4, 1);

故答案为: (-4, 1);

【小问3详解】

如图1中,

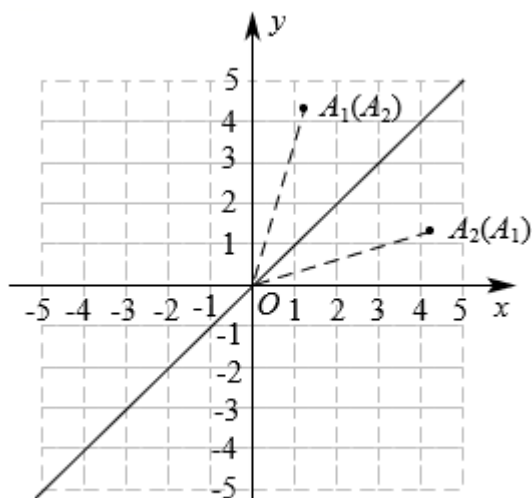


图1

∵ $\angle A_1OA_2 = 50^\circ$,

∴ OA_1 与 x 轴的夹角为 20° 或 70° ,

根据对称性可知, OA 与 x 轴所夹锐角的度数为 20° 或 70° ;

【小问4详解】

如图2中, 观察图象可知, 当点 A 在 x 轴上时, $\triangle AA_1A_2$ 是等腰直角三角形.



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

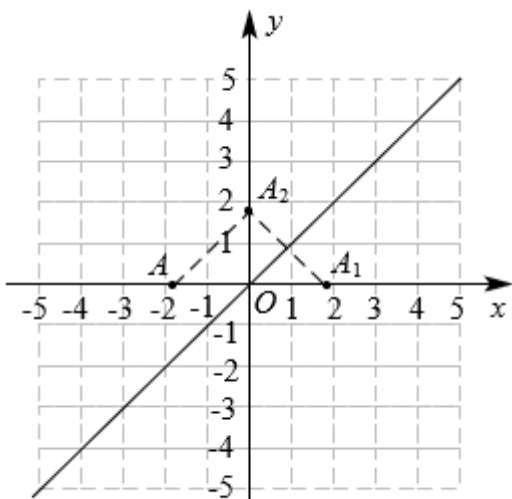


图2

如图3中，观察图象可知，当点 A 在直线 $y=x$ 上时， $\triangle AA_1A_2$ 是等腰直角三角形。

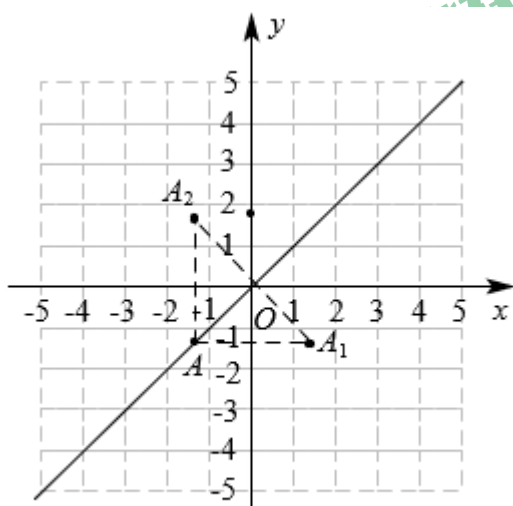


图3

综上所述，点 A 在 x 轴上或直线 $y=x$ 上。

【点睛】 本题考查坐标与图形变化——对称，等腰直角三角形的判定和性质，解题的关键是理解一次反射点、二次反射点的定义，学会利用图像法解决问题。

