



长按二维码 识别关注

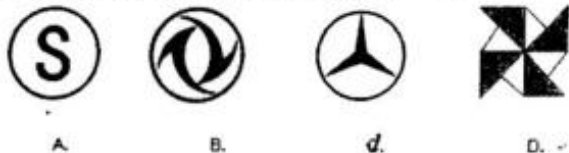
初二第一学期期中考试

数学

(清华附中上地学校 16 级) 2017.11

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. 下列图案属于轴对称图形的是 ( )



2. 下列运算中正确的是 ( )

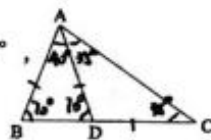
- A.  $2x+3y=5xy$     B.  $\sqrt{(x^2y)^3}=x^6y^3$     C.  $x^8+x^2=x^4$     D.  $2x^3 \cdot x^2=2x^6$

3. 点  $P(3, -5)$  关于  $x$  轴的对称点坐标为 ( )

- A.  $(-3, -5)$     B.  $(5, 3)$     C.  $(-3, 5)$     D.  $(3, 5)$

4. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $BC$  边上一点, 且  $AB=AD=DC$ ,  $\angle BAD=40^\circ$ , 则  $\angle C$  为 ( )

- A.  $25^\circ$     B.  $35^\circ$     C.  $40^\circ$     D.  $50^\circ$



4 题图

5. 下列各式中, 从左到右的变形是因式分解的是 ( )

- A.  $3x+3y-5=3(x+y)-5$     B.  $(x+1)(x-1)=x^2-1$

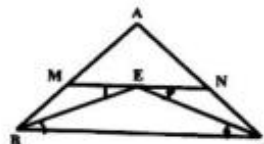
- C.  $4x^2+4x=4x(x+1)$     D.  $6x^7=3x^2 \cdot 2x^5$

6. 若  $a$  是有理数, 则整式  $a^2(a^2-2)-2a^2+4$  的值 ( )

- A. 不是负数    B. 恒为正数    C. 恒为负数    D. 不等于零

7. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC=4$ ,  $\angle ABC$  和  $\angle ACB$  的平分线交于点  $E$ , 过点  $E$  作  $MN \parallel BC$  分别交  $AB$ 、 $AC$  于  $M$ 、 $N$ , 则  $\triangle AMN$  的周长为 ( ).

- A. 12    B. 4    C. 8    D. 不确定



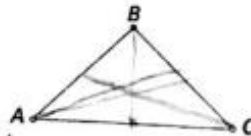
7 题图

8. 代数式  $x^4-81$ ,  $x^2-9$  与  $x^2-6x+9$  的公因式为 ( )

- A.  $x-3$     B.  $x+3$     C.  $(x+3)^2$     D.  $x^2+9$

9. 如图, 三条公路把  $A$ ,  $B$ ,  $C$  三个村庄连成一个三角形区域, 某地区修建一个集贸市场, 要使集贸市场到  $A$ ,  $B$ ,  $C$  三个村庄的距离相等, 则这个集贸市场应建在 ( ).

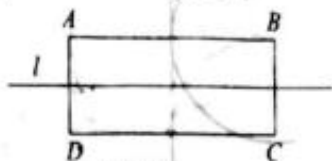
- A. 在  $AC$ 、 $BC$  两边高线的交点处  
B. 在  $AC$ 、 $BC$  两边中线的交点处  
C. 在  $\angle A$ 、 $\angle B$  两内角平分线的交点处  
D. 在  $AC$ 、 $BC$  两边垂直平分线的交点处



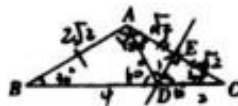
9 题图

10. 如图, 在长方形  $ABCD$  的对称轴  $l$  上找点  $P$ , 使得  $\triangle PAB$  和  $\triangle PBC$  均为等腰三角形, 则满足条件的点  $P$  有 ( )

- A. 1 个      B. 3 个      C. 5 个      D. 无数多个



10 题图



12 题图

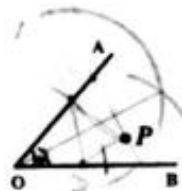
二. 填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

11. (1) 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,  $(x-4)^0=1$ ; (2)  $(\frac{2}{3})^{2017} \times (1.5)^{2018} \div (-1)^{2018} = \underline{\frac{3}{2}}$ .

12. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $\angle BAC=120^\circ$ ,  $DE$  垂直平分  $AC$ . 根据以上条件, 可知  $\angle B = \underline{30^\circ}$ ,  $\angle BAD = \underline{90^\circ}$ ,  $BD:DC = \underline{2:1}$ .

13.  $9x^2 - mxy + 16y^2$  是一个完全平方式, 则  $m$  的值为  $\pm 24$

14. 如图, 已知点  $P$  在锐角  $\angle AOB$  内部,  $\angle AOB = \alpha$ , 在  $OB$  边上存在一点  $D$ , 在  $OA$  边上存在一点  $C$ , 能使  $PD+DC$  最小, 此时  $\angle PDC = \underline{2\alpha}$ .



15. 分解因式:  $3a^3 - 12a = \underline{3a(a+2)(a-2)}$ ;  $3m^2 - 24m + 48 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 图 2 中的这四块纸板形成一个“链条”, 当它们向左边合拢时, 就能成为一个等边三角形 (如图 1); 当它们向右边合拢时, 就能成为一个正方形 (如图 3). 如果  $a=2.2, b=2.1$ , 那么  $c$  的长为  $4.3$ .

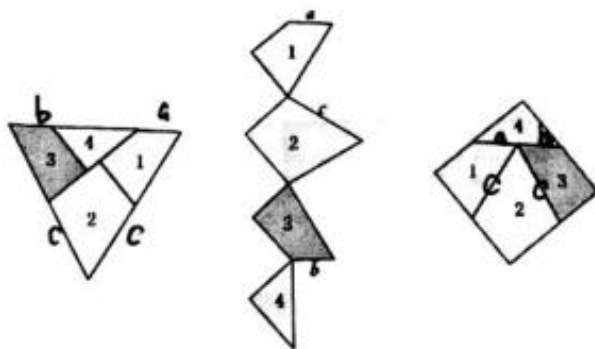


图 1

图 2

图 3

三. 解答题 (共 52 分)

17. 计算 (每小题 3 分, 共 9 分)

(1)  $(4a-b)(-2b)^2$       (2)  $(x+5)(x-5) - 2x(x^2 - 2x + 3)$

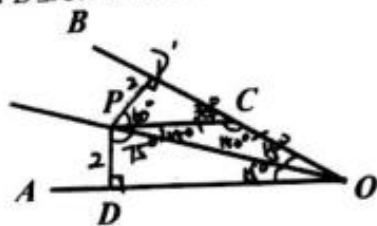
(3)  $[(x+y)^2 - y(2x+y) - 8x] \div 2x$

18. 分解因式 (每小题 3 分, 共 6 分)

(1)  $m^2(x^2 - y^2) - n^2(x^2 - y^2)$       (2)  $(x-4)(x+1) + 6x$

19. (4分) 先化简再求值:  $5x^2 - (y+x)(x-y) - (2x-y)^2$ , 其中  $x=1, y=2$ ;

20. (5分) 如图,  $OP$  平分  $\angle AOB$ ,  $\angle AOP=15^\circ$ ,  $PC \parallel OA$ ,  $PD \perp OA$  于点  $D$ ,  $PD=2$ , 求  $PC$  的长.



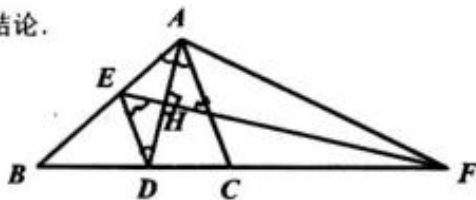
$$a^2 + b^2 - 10a - 12b + 41 = 0$$

21. (5分) 已知  $\triangle ABC$  的三边长为  $a, b, c$ , 且满足  $a^2 + b^2 = 10a + 12b - 41$ , 求  $c$  的取值范围.

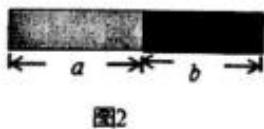
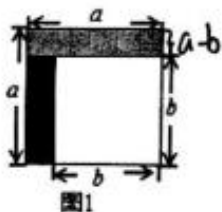
22. (5分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  平分  $\angle BAC$  交  $BC$  于  $D$ ,  $DE \parallel AC$  交  $AB$  于  $E$ , 过  $E$  作  $EF \perp AD$ , 垂足为  $H$ , 并交  $BC$  延长线于  $F$ .

(1) 求证:  $AE = ED$ ;

(2) 请猜想  $\angle B$  与  $\angle CAF$  的大小关系, 并证明你的结论.



23. (5分) 从边长为  $a$  的正方形中剪掉一个边长为  $b$  的正方形 (如图1), 然后将剩余部分拼成一个长方形 (如图2).



(1) 上述操作能验证的等式是\_\_\_\_\_ (请选择正确的一个)

A.  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

B.  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

C.  $a^2 + ab = a(a + b)$

(2) 应用你从 (1) 选出的等式, 完成下列各题:

① 已知  $x^2 - 4y^2 = 12$ ,  $x + 2y = 4$ , 求  $x - 2y$  的值.

② 计算:  $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{19^2}\right) \left(1 - \frac{1}{20^2}\right)$ .

24. (6分) 如果一个自然数能表示为两个自然数的平方差, 那么称这个自然数为智慧数, 例如:  $16=5^2-3^2$ , 16 就是一个智慧数, 小明和小王对自然数中的智慧数进行了如下的探索:

小明的方法是一个一个找出来的:

$$0=0^2-0^2, 1=1^2-0^2, 3=2^2-1^2,$$

$$4=2^2-0^2, 5=3^2-2^2, 7=4^2-3^2,$$

$$8=3^2-1^2, 9=5^2-4^2, 11=6^2-5^2, \dots$$

小王认为小明的方法太麻烦, 他想到:

$$\text{设 } k \text{ 是自然数, 由于 } (k+1)^2 - k^2 = (k+1+k)(k+1-k) = 2k+1.$$

所以, 自然数中所有奇数都是智慧数.

问题:

- (1) 根据上述方法, 自然数中第 12 个智慧数是\_\_\_\_\_;
- (2) 他们发现 0, 4, 8 是智慧数, 由此猜测  $4k$  ( $k \geq 3$  且  $k$  为正整数) 都是智慧数, 请你参考小王的办法证明  $4k$  ( $k \geq 3$  且  $k$  为正整数) 都是智慧数;
- (3) 他们还发现 2, 6, 10 都不是智慧数, 由此猜测  $4k+2$  ( $k$  为自然数) 都不是智慧数, 请利用所学的知识判断 26 是否是智慧数, 并说明理由.

25. (7分) 在等腰直角三角形  $ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $\angle BAC=90^\circ$ . 点  $P$  为  $AB$  边上一个动点 (点  $P$  不与点  $A, B$  重合), 连接  $PC$ , 点  $D$  在直线  $BC$  上, 且  $PD=PC$ . 过点  $P$  作  $EP \perp PC$  于点  $P$ , 点  $D, E$  在直线  $AC$  的同侧, 且  $PE=PC$ , 连接  $BE$ .

- (1) 如图 1 所示, 求证:  $\triangle BPD \cong \triangle BPE$ ;
- (2) 如图 2 所示, 当点  $P$  在  $BA$  的延长线上, 且  $AP < AB$ .
  - ①请依题意补全图 2;
  - ②求证:  $\triangle BDE$  为等腰直角三角形;

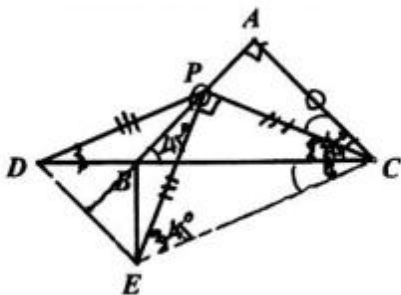


图 (1)

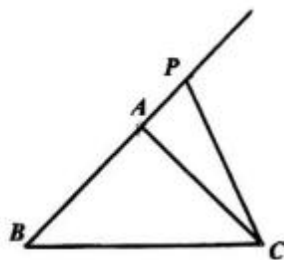
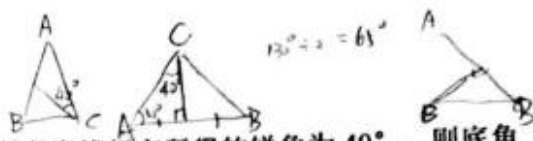


图 (2)

附加题：(1、2题3分,3、4题4分,5题6分)



1. 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB=AC$ ,  $AB$ 的垂直平分线与 $AC$ 所在直线相交所得的锐角为 $40^\circ$ , 则底角 $\angle B$ 为  $15^\circ$ .

2. 如果 $(x-1)^{x+4}=1$ 成立, 那么满足它的所有整数 $x$ 的值是  $0, -4$ .

3. 对于正数 $x$ , 规定 $f(x) = \frac{x}{1+x}$ , 例如 $f(3) = \frac{3}{1+3} = \frac{3}{4}$ ,  $f(\frac{1}{3}) = \frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}} = \frac{1}{4}$ ,

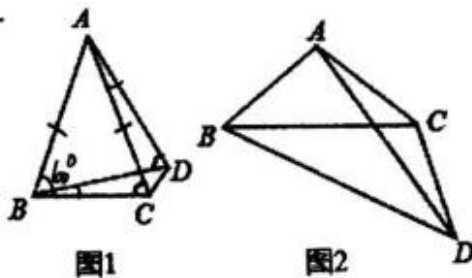
计算 $f(\frac{1}{100}) + f(\frac{1}{99}) + f(\frac{1}{98}) + \dots + f(\frac{1}{3}) + f(\frac{1}{2}) + f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(98) + f(99) + f(100) =$  $100$ .

4. 已知 $(2016-a)^2 + (2017-a)^2 = 1$ , 则 $(2016-a) \cdot (2017-a) =$  $0$ .

5. 如图1, 等腰 $\triangle ABC$ ,  $AB=AC$ ,  $\angle A < 60^\circ$ ,  $D$ 为 $\triangle ABC$ 外部一点, 在 $AB$ 的右侧作 $\angle ABD=60^\circ$ , 且 $\angle ADB = \angle ACB$

(1) 探究线段 $AB$ 、 $CD$ 和 $BD$ 的数量关系;

(2) 若将“ $\angle A < 60^\circ$ ”改为“ $\angle A > 60^\circ$ ”, (1)中的结论是否还成立? 若成立, 给出证明; 若不成立, 给出正确的结论, 并简要说明理由.



长按二维码 识别关注