

# 2018 北京师大附中初二（下）期中

## 数 学



试卷说明：本试卷满分 100 分，考试时间为 120 分钟。

一、选择题：（本题共 16 分，每小题 2 分）

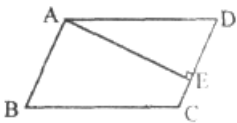
下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 下列各组数中，是直角三角形的三条边长的是

A. 1, 3,  $\sqrt{3}$       B. 3, 4, 5

C. 2, 3,  $\sqrt{7}$       D. 4, 6, 7

2. 如图，在平行四边形 ABCD 中， $AE \perp CD$  于点 E， $\angle B = 65^\circ$ ，则  $\angle DAE$  等于（    ）



A.  $15^\circ$               B.  $25^\circ$

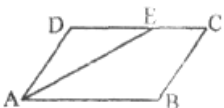
C.  $35^\circ$               D.  $65^\circ$

3. 用配方法解一元二次方程  $x^2 - 6x - 5 = 0$ ，此方程可化为（    ）

A.  $(x-3)^2 = 4$               B.  $(x-3)^2 = 14$

C.  $(x-9)^2 = 4$               D.  $(x-9)^2 = 14$

4. 如图，平行四边形 ABCD 中， $\angle DAB$  的平分线 AE 交 CD 于 E， $AB=5$ ， $BC=3$ ，则 EC 的长（    ）

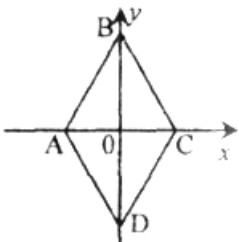


A. 1      B. 1.5      C. 2      D. 3

5. 已知四边形 ABCD 是平行四边形，下列结论中不正确的是（    ）

- A. 当  $AB=BC$  时，它是菱形
- B. 当  $AC \perp BD$  时，它是菱形
- C. 当  $\angle ABC = 90^\circ$  时，它是矩形
- D. 当  $AC=BD$  时，它是正方形

6. 如图，在菱形 ABCD 中， $\angle BAD = 120^\circ$ ，点 A 坐标是  $(-2, 0)$ ，则点 B 坐标为（    ）



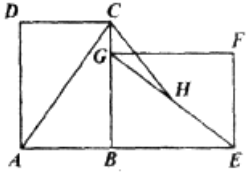
A.  $(0, 2)$               B.  $(0, \sqrt{3})$

- C. (0, 1)      D. (0,  $2\sqrt{3}$ )

7. 关于  $x$  的一元二次方程  $(a-1)x^2 + 2x - 1 = 0$  有两个实数根，则  $a$  的取值范围为 ( )

- A.  $a \geq 0$       B.  $a < 2$   
C.  $a \geq 0$  且  $a \neq 1$       D.  $a \leq 2$  且  $a \neq 1$

8. 如图，在长方形  $ABCD$  中， $AC$  是对角线，将长方形  $ABCD$  绕点  $B$  顺时针旋转  $90^\circ$  到长方形  $GBEF$  位置， $H$  是  $EG$  的中点，若  $AB=6$ ， $BC=8$ ，则线段  $CH$  的长为 ( )



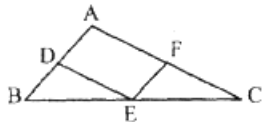
- A.  $2\sqrt{5}$       B.  $\sqrt{41}$       C.  $2\sqrt{10}$       D.  $\sqrt{21}$

二、填空题 (本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 一元二次方程  $x^2 - 2x = 0$  的根是\_\_\_\_\_。

10. 已知  $4a + 2b + c = 0$ ，则一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  有一个实根一定\_\_\_\_\_。

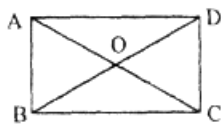
11. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB=6$ ， $AC=10$ ，点  $D$ ， $E$ ， $F$  分别是  $AB$ ， $BC$ ， $AC$  的中点，则四边形  $ADEF$  的周长为\_\_\_\_\_。



第 11 题图

12. 若  $(m-2)x^{m^2-2} + x - 3 = 0$  是关于  $x$  的一元二次方程，则  $m$  的值是\_\_\_\_\_。

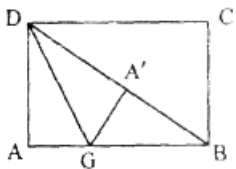
13. 如图，矩形  $ABCD$  中， $AB=3$ ，两条对角线  $AC$ 、 $BD$  所夹的钝角为  $120^\circ$ ，则对角线  $BD$  的长为\_\_\_\_\_。



第 13 题图

14. 小明做了一个平行四边形的纸板，但他不确定纸板形状是否标准，小红用刻度尺量了这个四边形的四条边长，然后告诉小明，纸板是标准的平行四边形，小红得出这个结论的依据是\_\_\_\_\_。

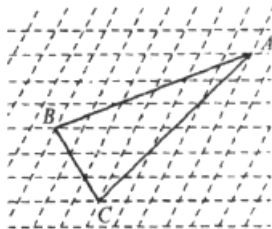
15. 如图，矩形纸片  $ABCD$  中， $AB=4$ ， $AD=3$ ，折叠纸片使  $AD$  边与对角线  $BD$  重合，折痕为  $DG$ ，则  $AG$  的长为\_\_\_\_\_。



16. 边长为  $a$  的菱形是由边长为  $a$  的正方形“形变”得到的，若这个菱形一组对边之间的距离为  $h$ ，则称为  $\frac{a}{h}$  为这个菱形的“形变度”。

(1) 一个“形变度”为 2 的菱形与其“形变”前的正方形的面积之比为\_\_\_\_\_。

(2) 如图， $A$ 、 $B$ 、 $C$  为菱形网格 (每个小菱形的边长为 1，“形变度”为  $\frac{6}{5}$ ) 中的格点，则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_。



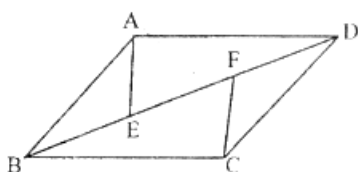
三、解答题：（本题共 68 分，第 17 题 9 分；第 18、19、20 题各 5 分；第 21、22、23、24、25 题各 6 分，第 26 题 7 分，第 27 题 7 分）

17. 解方程：

(1)  $(x-2)^2 = 5$                       (2)  $x^2 - 2x - 2 = 0$

(3)  $(x-3)(x+2) = 6$

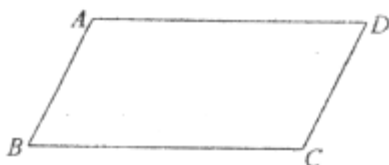
18. 如图所示，在  $\square ABCD$  中，E, F 是对角线 BD 上的两点，且  $BE=DF$ ，求证： $AE=CF$



19. 阅读下面材料：

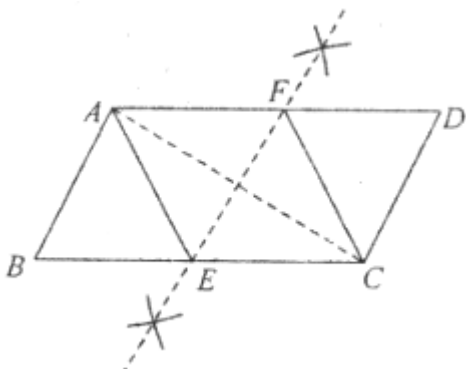
在数学课上，老师提出如下问题：

已知：如图，四边形 ABCD 是平行四边形  
求作：菱形 AECF，使点 E, F 分别在 BC, AD 上



小凯的作法如下：

- (1) 连接 AC；
- (2) 作 AC 的垂直平分线 EF 分别交 BC, AD 于 E, F



(3) 连接 AE, CF  
所以四边形 AECF 是菱形。

老师说：“小凯的作法正确”。

回答下列问题：

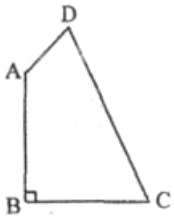
根据小凯的做法，小明将题目改编为一道证明题，请你帮助小明完成下列步骤：

(1) 已知：在平行四边形 ABCD 中，点 E、F 分别在边 AD、BC 上，\_\_\_\_\_。(补全已知条件)

求证：四边形 AECF 是菱形。

(2) 证明：(写出证明过程)

20. 如图，在四边形 ABCD 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB=BC=2$ ， $AD=1$ ， $CD=3$ ，求  $\angle DAB$  的度数。



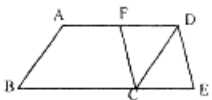
21. 某市某楼盘准备以每平方米 5000 元的均价对外销售，由于有关部门关于房地产的新政策出台后，部分购房者持币观望，房地产开发商为了加快资金周转，对价格经过两次下调后，决定以每平方米 4050 元的均价开盘销售，若两次下调的百分率相同，求平均每次下调的百分率。

22. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 - 4mx + 4m^2 - 9 = 0$

(1) 求证：此方程有两个不相等的实数根；

(2) 设此方程的两个根分别为  $x_1$ ， $x_2$ ，其中  $x_1 < x_2$ ，若  $2x_1 = x_2 + 1$ ，求  $m$  的值。

23. 如图，在平行四边形 ABCD 中，F 是 AD 的中点，延长 BC 到点 E，使  $CE = \frac{1}{2}BC$ ，连结 DE，CF。



(1) 求证：四边形 CEDF 是平行四边形；

(2) 若  $AB=4$ ， $AD=6$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，求 DE 的长。

24. 直角三角形通过裁剪可以拼成一个与该三角形面积相等的矩形，方法如下：



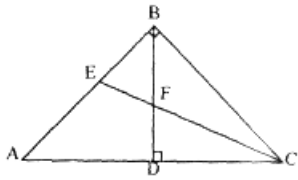
请你用上面图示的方法，解答下列问题：

(1) 对任意三角形，设计一种方案，将它分割后再拼成一个与原三角形面积相等的矩形。

(2) 对任意四边形设计一种方案，将它分成若干块，再拼成一个与原四边形面积相等的矩形。



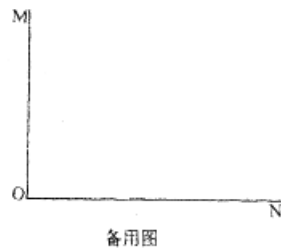
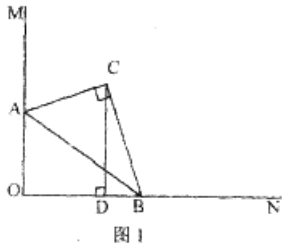
25. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$   $AB=BC$ ， $BD \perp AC$  于点 D，CE 平分  $\angle ACB$ ，交 AB 于点 E，交 BD 于点 F。



(1) 求证:  $\triangle BEF$  是等腰三角形;

(2) 求证:  $BD = \frac{1}{2}(BC + BF)$ 。

26. 已知: 如图,  $\angle MON = 90^\circ$ ,  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC=3\text{cm}$ ,  $BC=4\text{cm}$ , 将  $\triangle ABC$  的两个顶点 A、B 放在射线 OM 和 ON 上移动, 作  $CD \perp ON$  于点 D, 记  $OA=x$  (当点 O 与 A 重合时,  $x$  的值为 0),  $CD=y$  小明根据学习函数的经验, 对函数  $y$  随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究。下面是小明的探究过程, 请补充完整。

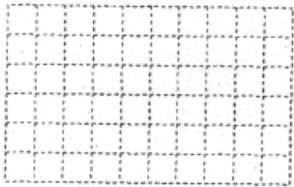


(1) 通过取点、画图、计算、测量等方法, 得到了  $x$  与  $y$  的几组值, 如下表 (补充表格)

$x/\text{cm}$	0	1	2	3	4	4.5	5
$y/\text{cm}$	2.4	3.0	3.5	3.9	4.0	3.9	

(说明: 补充表格时相关数值保留一位小数)

(2) 建立平面直角坐标系, 描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点, 画出该函数的图象。



(3) 结合画出的函数图象, 解决问题: 当  $x$  的值为\_\_\_\_\_时, 线段 OC 长度取得最大值为\_\_\_\_\_cm。

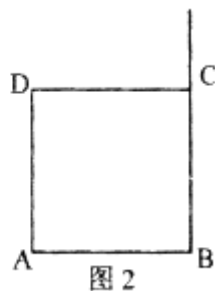
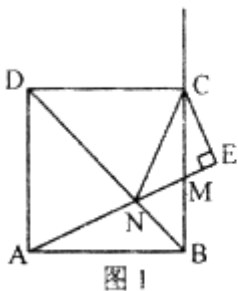
27. 已知: 正方形 ABCD 的边长为 2, 点 M 在射线 BC 上, 且  $\angle BAM = \theta$ , 射线 AM 交 BD 于点 N, 作  $CE \perp AM$  于点 E。

(1) 如图 1, 当点 M 在边 BC 上时, 则  $\theta$  的取值范围是 (点 M 与端点 B 不重合) \_\_\_\_\_;  $\angle NCE$  与  $\angle BAM$  的数量关系是 \_\_\_\_\_;

(2) 若点 M 在 BC 的延长线上;

① 依题意, 补全图 2;

② 第 (1) 中的  $\angle NCE$  与  $\angle BAM$  的数量关系是否发生变化, 若变化, 写出数量关系, 并说明理由。



# 数学试题答案



一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

1. B      2. B      3. B      4. C      5. D  
6. D      7. C      8. B

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9.  $x_1 = 0, x_2 = 2$   
10. 2      11. 16      12. -2      13. 6  
14. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形  
15.  $\frac{3}{2}$       16. (1) 1: 2 (2)  $\frac{45}{4}$

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17 题 9 分; 第 18、19、20 题各 5 分; 第 21、22、23、24、25 题各 6 分, 第 26 题 7 分, 第 27 题 7 分)

17. (1)  $x_1 = 2 + \sqrt{5}, x_2 = 2 - \sqrt{5}$

(2)  $x_1 = 1 + \sqrt{3}, x_2 = 1 - \sqrt{3}$

(3)  $x_1 = -3, x_2 = 4$

18. 证  $\triangle ABE \cong \triangle CDF$  或  $\triangle AED \cong \triangle CFB$

19. (1) EF 垂直平分 AC;

(2) 先证四边形 AECF 是平行四边形, 再用对角线互相垂直的平行四边形是菱形或一组邻边相等的平行四边形是菱形

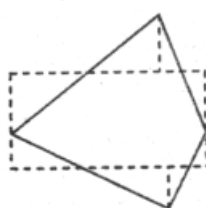
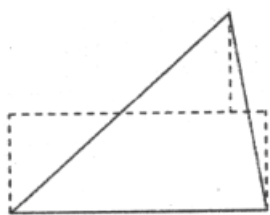
20. 连接 AC,  $\angle BAD = 135^\circ$

21. 设下调百分率为  $x$ ,  $5000(1-x)^2 = 4050$ ,  $x_1 = 0.1 = 10\%$ ,  $x_2 = 1.9$  (舍)

22. (1) 略 (2)  $x_1 = 2m - 3, x_2 = 2m + 3, m = 5$

23. (1) 略; (2)  $DE = \sqrt{13}$

24.

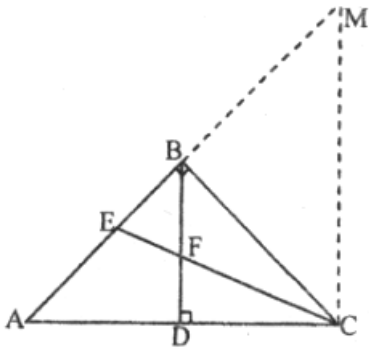


25. (1) 可得  $\angle BEF = \angle A + \frac{1}{2} \angle ACB = 67.5^\circ$ ;

$$\angle BFE = \angle CFD = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle ACB = 67.5^\circ$$

(2) 延长 AB 至 M, 使得  $BM = BC$ , 连接 CM, 根据 (1) 可证  $\angle MEC = \angle MCE$ , 即  $ME = CM$ ,

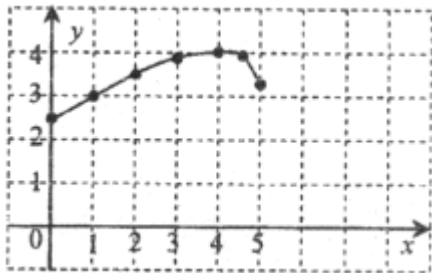
$$\therefore BD = \frac{1}{2} CM = \frac{1}{2} (BM + BE) = \frac{1}{2} (BC + BF)$$



26. (1) 通过取点、画图、计算、测量等方法，得到了  $x$  与  $y$  的几组值，如下表：

$x/\text{cm}$	0	1	2	3	4	4.5	5
$y/\text{cm}$							3.2

(2) 如下图



(3) 当  $x=4$  时， $OC$  长度的最大值为 5

27. (1)  $0^\circ < \theta \leq 45^\circ$ ;  $\angle NCE = 2\angle BAM$  (或  $\angle NCE = 2\theta$ )

(2) ①图略;

②变化:  $\angle NCE = 180^\circ - 2\angle BAM$  (或  $\angle NCE = 180^\circ - 2\theta$ )

