



北京市西城区 2022—2023 学年度第一学期期末试卷

八年级数学

2023.1

注 意 事 项	<p>1. 本试卷共 7 页，共两部分，四道大题，26 道小题。其中第一大题至第三大题为必做题，满分 100 分。第四大题为选做题，满分 10 分，计入总分，但卷面总分不超过 100 分。考试时间 100 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和学号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 考试结束，请将考试材料一并交回。</p>
------------------	--

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 以下是用电脑字体库中的一种篆体写出的“诚信友善”四字，若把它们抽象为几何图形，

从整体观察（个别细微之处的细节可以忽略不计），其中大致是轴对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)



2. 地处北京怀柔科学城的“北京光源”（HEPS）是我国第一台高能同步辐射光源，在施工时严格执行“防微振动控制”的要求，控制精度级别达到纳米（nm）级。

$1\text{nm} = 0.000\ 000\ 001\text{m}$ 。将 $0.000\ 000\ 001$ 用科学记数法表示应为

- (A) 1×10^{-8} (B) 1×10^{-9} (C) 10×10^{-10} (D) 0.1×10^{-8}

3. 下列运算正确的是

- (A) $a^2 \cdot a = a^2$ (B) $(a^3)^2 = a^5$
 (C) $(ab)^5 = a^5b^5$ (D) $(-3a)^3 = -9a^3$

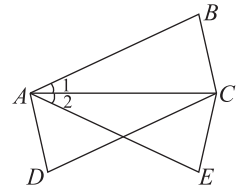
4. 下列长度的三条线段能组成三角形的是

- (A) 5, 5, 5 (B) 5, 5, 10 (C) 5, 6, 12 (D) 3, 4, 7



5. 在右图中, $\angle 1 = \angle 2$, $AB \parallel CD$, $AB = AC = AE = CD$. 有下列结论:

- ①把 $\triangle ABC$ 沿直线 AC 翻折 180° , 可得到 $\triangle AEC$;
- ②把 $\triangle ADC$ 沿线段 AC 的垂直平分线翻折 180° , 可得到 $\triangle AEC$;
- ③把 $\triangle ADC$ 沿射线 DC 方向平移与 DC 相等的长度, 可得到 $\triangle ABC$.



其中所有正确结论的序号是

- (A) ①② (B) ①③ (C) ②③ (D) ①②③

6. 下列各式从左到右的变形正确的是

- (A) $\frac{a^6}{a^3b} = \frac{a^2}{b}$ (B) $\frac{a+3c}{a} = 3c$
- (C) $\frac{a-3}{a^2-9} = \frac{1}{a-3}$ (D) $\frac{a^2-9}{a^2-6a+9} = \frac{a+3}{a-3}$

7. 图1所示的是一把木工台锯时使用的六角尺, 它能提供常用的几种测量角度. 在图2的六角尺示意图中, x 的值为

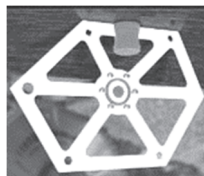


图1

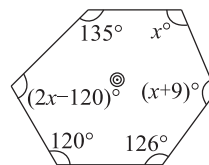


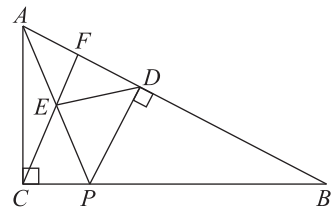
图2

- (A) 135 (B) 120 (C) 112.5 (D) 112

8. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B$ 的度数为 α . 点 P 在边 BC 上(点 P 不与点 B , 点 C 重合), 作 $PD \perp AB$ 于点 D , 连接 PA , 取 PA 上一点 E , 使得在连接 ED , CE 并延长 CE 交 AB 于点 F 之后, 有 $EC = ED = EA = EP$.

若记 $\angle APC$ 的度数为 x , 则下列关于 $\angle DEF$ 的表达式正确的是

- (A) $\angle DEF = 2x - 3\alpha$ (B) $\angle DEF = 2\alpha$
- (C) $\angle DEF = 2\alpha - x$ (D) $\angle DEF = 180 - 3\alpha$



第二部分 非选择题

二、填空题(共16分, 每题2分)

9. 计算: (1) $3^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $(-6)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 若分式 $\frac{1}{x-5}$ 有意义, 则字母 x 满足的条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

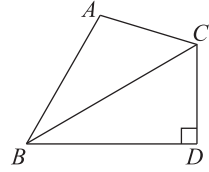
11. 分解因式: $3m^3 - 12m = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(-4, -3)$ 关于 x 轴对称的点的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.





13. 如图, 在四边形 $ABDC$ 中, $\angle ABD = 60^\circ$, $\angle D = 90^\circ$, BC 平分 $\angle ABD$, $AB=3$, $BC=4$.



- (1) 画出 $\triangle ABC$ 的高 CE ;
 (2) $\triangle ABC$ 的面积等于_____.

14. 小王读到关于京唐城际铁路的新闻报道后, 搜集该线路的相关信息制作了下表, 表中两个区间段(线路的一部分)运行时相应所用的时间 t_1 比 t_2 约少 0.09 h, 那么可列出关于 v 的方程为_____.

区间段	区间近似里程 (km)	区间设计最高时速 (km/h)	相应所用时间 (h)
北京城市副中心站—香河站	47.8	$\frac{6}{7}v$	t_1
香河站—唐山西站	87	v	t_2

15. 三个长方形纸片如图 1 所示无缝隙地拼接在一起, 它们的边长分别标记在图 1 中. 现将拼接后的纸片用图 2 所示方式重新分割成三个长方形 A , B , C . 根据图 2 与图 1 的关系写出一个等式: _____ (用含 a, b, c, d, e, f 的式子表示).

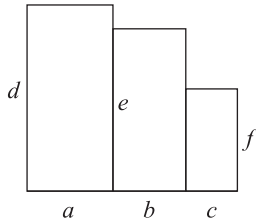


图 1

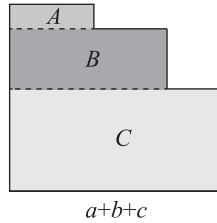
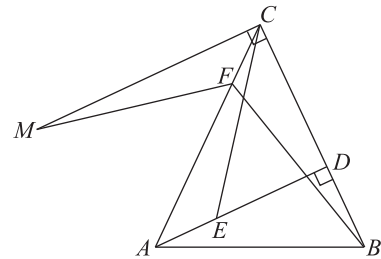


图 2



16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle ACB=50^\circ$, $AD \perp BC$ 于点 D , $MC \perp BC$ 于点 C , $MC=BC$. 点 E , 点 F 分别在线段 AD , AC 上, $CF=AE$, 连接 MF , BF , CE .



- (1) 图中与 MF 相等的线段是_____;
 (2) 当 $BF+CE$ 取最小值时 $\angle AFB=$ _____°.

三、解答题 (共 68 分, 第 17 题 9 分, 第 18 题 7 分, 第 19-21 题, 每题 8 分, 第 22 题 9 分, 第 23 题 10 分, 第 24 题 9 分)

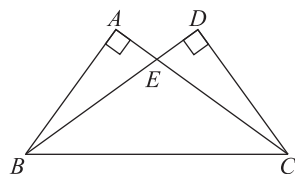
17. 计算: (1) $4x \cdot (-2x^2y)$; (2) $(3x-1)(x+2)$; (3) $(16a^2bc-12a^3) \div 4a^2$.

18. 已知 $a = -\frac{1}{2}$, 求代数式 $(a + \frac{2a+1}{a}) \div \frac{a+1}{a^2}$ 的值.

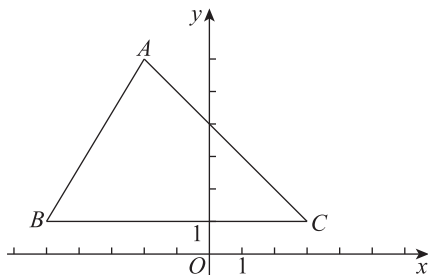


19. 解方程: $\frac{2}{x} + 1 = \frac{x}{x-1}$.

20. 如图, A, D 两点在 BC 所在直线同侧, $AB \perp AC, BD \perp CD$, 垂足分别为 A, D . AC, BD 的交点为 $E, AB = DC$.
求证: $BE = CE$.



21. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle ABC, A(-2,6), B(-5,1), C(3,1)$. 点 B 与点 C 关于直线 l 对称, 直线 l 与 BC, AC 的交点分别为点 D, E .



- (1) 求点 A 到 BC 的距离;
- (2) 连接 BE , 补全图形并求 $\triangle ABE$ 的面积;
- (3) 若位于 x 轴上方的点 P 在直线 l 上, $\angle BPC = 90^\circ$, 直接写出点 P 的坐标.

22. (1) 设计作平行线的尺规作图方案:

已知: 直线 AB 及直线 AB 外一点 P .

求作: 经过点 P 的直线 CD , 使得 $CD \parallel AB$.

分析: 如图 1 所示, 之前我们学过“推”三角尺画平行线, 这种画法的实物操作图可以启发我们预设目标示意图, 分析尺规作图思路.

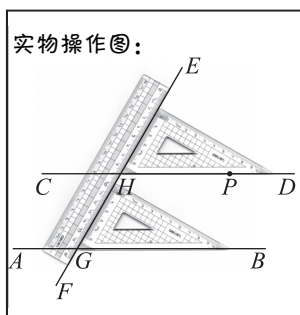


图 1

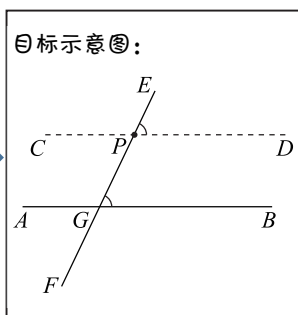


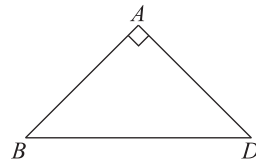
图 2

作图思路分析:

利用平行线的判定可将作平行线转化为作一个角等于已知角. 为简化作图, 我们让截线 EF 经过点 P , 即过点 P 任意作一条直线 EF 交直线 AB 于点 G , 目标: 作 $\angle EGB$ 的同位角 $\angle EPD$. 现已有该角的顶点 P , 角的一边 PE , 再作出角的另一边 PD , 即可得到 $\angle EPD$ 从而得到平行线.

- ①请参考以上内容完成尺规作图, 保留作图痕迹, 不必写作法;
- ②在①中用到的判定 $CD \parallel AB$ 的依据是_____.

- (2) 已知: 如图, 在 $\triangle ABD$ 中, $\angle BAD = 90^\circ, AB = AD$.
求作: 凸四边形 $ABCD$, 使得 $BC = AB$, 且 $\triangle ACD$ 为等腰三角形.



请完成尺规作图并写出所求作的四边形, 保留作图痕迹, 不必写作法.



23. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ ($AB < BC$), 在 BC 上截取 $BD=AB$, 连接 AD . 在 $\triangle ABC$ 的外部作 $\angle ABE = \angle DAC$, 且 BE 交 DA 的延长线于点 E .

(1) 作图与探究:

①小明画出图 1 并猜想 $AE=AC$. 同学小亮说“要让你这个结论成立, 需要增加条件: $\angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.”

请写出小亮所说的条件;

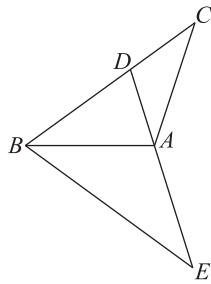


图 1

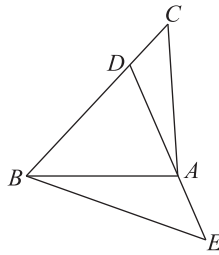
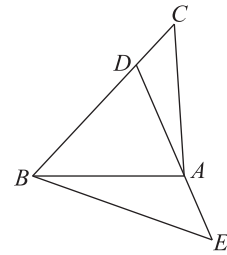


图 2



备用图

②小明重新画出图 2 并猜想 $\triangle ABE \cong \triangle DAC$. 他证明的简要过程如下:

小明的证明:
 在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle DAC$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle DAC, \\ AB = AC, \\ \angle BAE = \angle ADC, \end{cases}$$
 可得 $\triangle ABE \cong \triangle DAC$. (ASA)



请你判断小明的证明是否正确并说明理由;

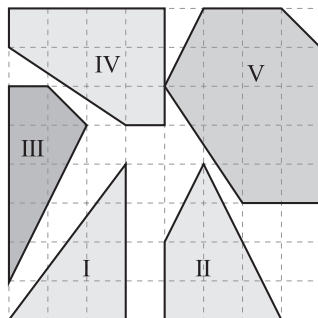
(2) 证明与拓展:

①借助小明画出的图 2 证明 $BE=DE$;

②延长 AD 到 F , 使 $DF=AE$, 连结 BF , CF . 补全图形, 猜想 $\angle BFE$ 与 $\angle AFC$ 的数量关系并加以证明.

24. 在单位长度为 1 的正方形网格中，如果一个凸多边形的顶点都是网格线交点，我们称其为格点凸多边形，并记该格点多边形的面积为 S ，多边形内部的格点数为 N ，多边形边上的格点数为 L 。

(1) 对于图中的五个凸多边形，补全以下表格：



多边形	面积 S	内部格点数 N	边上格点数 L	$N + \frac{L}{2}$
I				
II	7	4	8	8
III				
IV	9	5	10	10
V	15.5	11	11	16.5

(2) 借助以上表格猜想格点凸多边形的面积公式： S 与 $N + \frac{L}{2}$ 的数量关系可用等式表示为_____；

(3) 已知格点长方形 $ABCD$ ，设其边长 $AB=m$ ， $BC=n$ ，其中 m, n 为正整数。请以格点长方形 $ABCD$ 为例，尝试证明 (2) 中的格点凸多边形的面积公式。



四、选做题（共 10 分，每题 5 分）

25. 阅读两位同学的探究交流活动过程：

a. 小明在做分式运算时发现如下一个等式，并对它进行了证明.

$$\frac{x+2}{x+3} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}; \text{ ①}$$

b. 小明尝试写出了符合这个特征的其他几个等式：

$$\frac{x+3}{x+4} - \frac{x+2}{x+3} = \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4}; \text{ ②}$$

$$\frac{x+4}{x+5} - \frac{x+3}{x+4} = \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5}; \text{ ③}$$

$$\frac{x+5}{x+6} - \frac{x+4}{x+5} = \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+6}; \text{ ④}$$

.....

c. 小明邀请同学小亮根据上述规律写出第⑤个等式和第 n 个等式(用含 n 的式子表示, n 为正整数);

d. 小亮对第 n 个等式进行了证明.

解答下列问题：

- (1) 第⑤个等式是_____;
- (2) 第 n 个等式是_____;
- (3) 请你证明第 n 个等式成立.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 P , 点 M 给出如下定义: 如果点 P 与原点 O 的距离为 a , 点 M 与点 P 的距离是 a 的 k 倍 (k 为整数), 那么称点 M 为点 P 的“ k 倍关联点”.

(1) 当 $P_1(-1.5, 0)$ 时,

- ① 如果点 P_1 的 2 倍关联点 M 在 x 轴上, 那么点 M 的坐标为_____;
- ② 如果点 $M(x, y)$ 是点 P_1 的 k 倍关联点, 且满足 $x = -1.5$, $-3 \leq y \leq 5$, 那么整数 k 的最大值为_____;

(2) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$, $A(b, 0)$, $B(b+1, 0)$.

若 $P_2(-1, 0)$, 且在 $\triangle ABC$ 的边上存在点 P_2 的 2 倍关联点 Q , 求 b 的取值范围.

