

初三年级 4 月阶段性测试

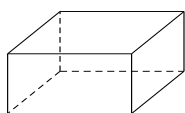
(本试卷满分 100 分, 考试时间 120 分钟)

命题: 初三数学组 审稿: 初三数学组

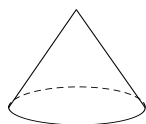


一、选择题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

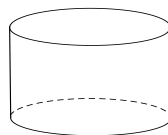
1. 下面的几何体中, 俯视图为三角形的是 ()



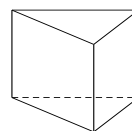
A



B



C



D

2. 为解决延期开学期间全市初高三学生的学习需求, 提升学生的实际获得, 北京市教委打造了“答疑平台”, 全市 144000 名初高三学生全部纳入在线答疑辅导范围. 将 144000 用科学记数法表示应为 ()

A. 144×10^3

B. 14.4×10^4

C. 1.44×10^5

D. 1.44×10^6

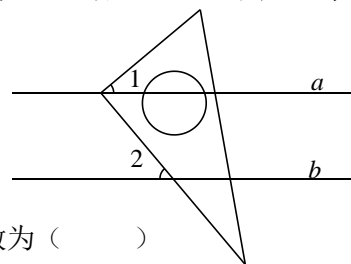
3. 如图, 直线 a 与直线 b 平行, 将三角板的直角顶点放在直线 a 上, 若 $\angle 1 = 40^\circ$, 则 $\angle 2$ 等于 ()

A. 40°

B. 50°

C. 60°

D. 140°



4. 一个多边形的内角和是外角和的 2 倍, 则这个多边形的边数为 ()

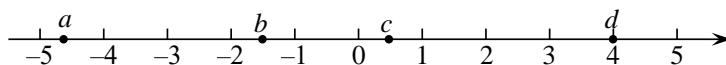
A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

5. 实数 a, b, c, d 在数轴上的对应点的位置如图所示, 则正确的结论是 ()



A. $a > -4$

B. $bd > 0$

C. $|a| > |b|$

D. $b + c > 0$

6. 把 $2a^2 - 8$ 分解因式, 结果正确的是 ()

A. $2(a^2 - 4)$

B. $2(a - 2)^2$

C. $2(a + 2)(a - 2)$

D. $2(a + 2)^2$

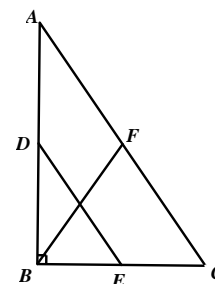
7. 如图, 在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 点 D, E, F 分别是边 AB, BC, CA 的中点, 若 $DE + BF = 8$, 则 BF 的值为 ()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6





8. 一家游泳馆的游泳收费标准为 30 元/次，若购买会员年卡，可享受如下优惠：

会员年卡类型	办卡费用（元）	每次游泳收费（元）
A 类	50	25
B 类	200	20
C 类	400	15

例如，购买 A 类会员卡，一年内游泳 20 次，消费 $50+25 \times 20=550$ 元，若一年内在该游泳馆游泳的次数介于 45~55 次之间，则最省钱的方式为（ ）

- A. 购买 A 类会员卡 B. 购买 B 类会员卡
C. 购买 C 类会员卡 D. 不购买会员卡

二、 填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

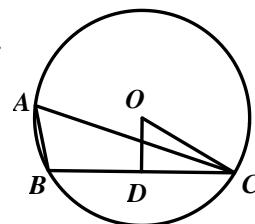
9. 如果 $\sqrt{a-2}$ 在实数范围内有意义，那么实数 a 的取值范围是_____.

10. 写出一个比 3 大且比 4 小的无理数：_____.

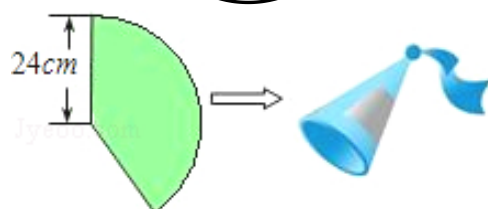
11. 掷一枚质地均匀的正方体骰子，骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数，掷得面朝上的点数为奇数的概率为_____.

12. 如果 $a+b=2$ ，那么代数式 $(a-\frac{b^2}{a}) \cdot \frac{a}{a-b}$ 的值是_____.

13. 如图， $\odot O$ 的半径为 4，点 A 为 $\odot O$ 上一点， $OD \perp$ 弦 BC 于点 D， $OD=2$ ，则 $\angle BAC=$ _____°.



14. 小刚用一张半径为 24cm 的扇形纸板做一个如图所示的圆锥形小丑帽子侧面（接缝忽略不计），如果做成的圆锥形小丑帽子的底面半径为 10cm，那么这张扇形纸板的面积是_____ cm^2 .



15. 在平面直角坐标系中，将 $\triangle AOB$ 以点 O 为位似中心， $\frac{2}{3}$ 为位似比作位似变换，得到 $\triangle A_1OB_1$ ，已知 A (2, 3)，则点 A_1 的坐标是_____.

16. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $P(x, y)$ 和 $Q(x, y')$ ，给出如下定义：

若 $y' = \begin{cases} y & (x \geq 0) \\ -y & (x < 0) \end{cases}$ ，则称点 Q 为点 P 的“可控变点”.

(1) 点 (-3, 4) 的“可控变点”的坐标为_____；

(2) 若点 $N(m, 2)$ 是函数 $y = x - 1$ 图象上点 M 的“可控变点”，则点 M 的坐标为_____.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17~20 题每小题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22 题 5 分, 第 23~24 题每小题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27~28 题每小题 7 分)



17. 计算: $4\cos 30^\circ + (1-\sqrt{2})^0 - \sqrt{12} + |-2|$.

18. 解不等式组
$$\begin{cases} 5x-3 \leq 2x+9 \\ 3x > \frac{x+10}{2} \end{cases}$$
.

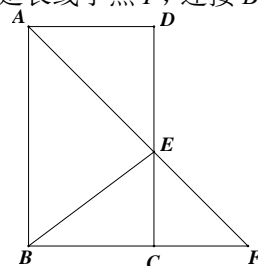
19. 已知 $x^2 + 4x + 3 = 0$, 求代数式 $(x+3)^2 - 2(x-2)$ 的值.

20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+3)x + 2k + 2 = 0$.

- (1) 求证: 方程总有两个实数根;
- (2) 若方程有一根小于 1, 求 k 的取值范围.

21. 甲、乙两列高铁列车在不同的时刻分别从北京出发开往上海. 已知北京到上海的距离约为 1320 千米, 列车甲行驶的平均速度为列车乙行驶平均速度的 $\frac{4}{3}$ 倍, 全程运行时间比列车乙少 1.5 小时, 求列车甲从北京到上海运行的时间.

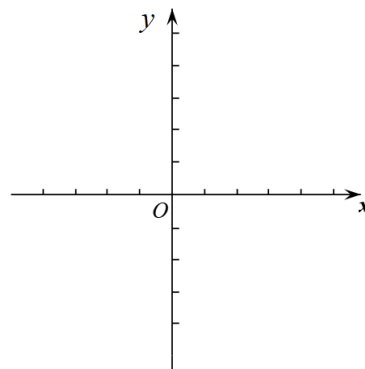
22. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle BAD$ 的平分线交 CD 于点 E , 交 BC 的延长线于点 F , 连接 BE , $\angle F = 45^\circ$.



- (1) 求证: 四边形 $ABCE$ 是矩形;
- (2) 若 $AB=14$, $DE=8$, 求 $\sin \angle ABE$ 的值.

23. 已知: 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于任意的实数 $a(a \neq 0)$, 直线 $y = ax + a - 2$ 都经过平面内一个定点 A .

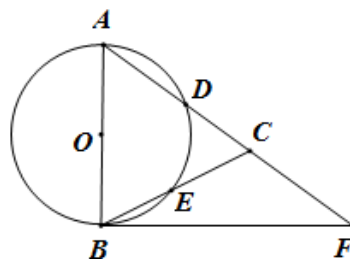
- (1) 求点 A 的坐标;
- (2) 反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ 的图象与直线 $y = ax + a - 2$ 交于点 A 和另外一点 $P(m, n)$.



- ① 求 b 的值;
- ② 当 $n > -2$ 时, 求 m 的取值范围.



24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别交 AC 、 BC 于点 D 、 E , 点 F 在 AC 的延长线上, 且 $\angle CBF = \frac{1}{2}\angle CAB$.



- (1) 求证: 直线 BF 是 $\odot O$ 的切线;
 (2) 若 $AB=5$, $\sin \angle CBF = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 求 BC 和 BF 的长.

25. 在电影《流浪地球》和《绿皮书》上映期间, 为了解某大学 1800 名学生对两部电影的喜爱程度, 调查小组随机抽取了该大学 20 名学生对两部电影的打分, 过程如下.

收集数据 20 名大学生对两部电影的打分结果如下:

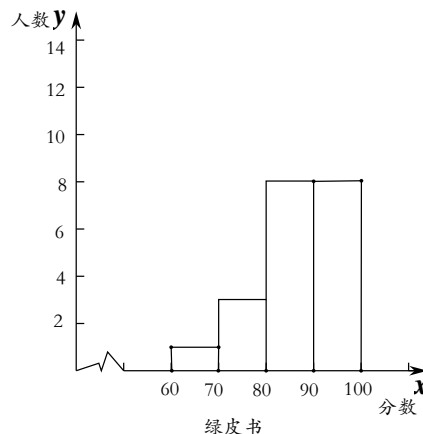
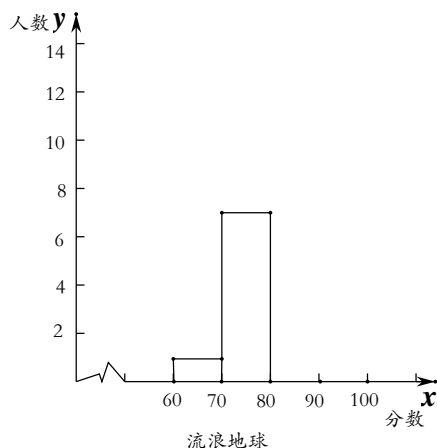
《流浪地球》

78 75 99 98 79 67 88 78 76 98
 88 79 97 91 78 80 93 90 99 99

《绿皮书》

88 79 68 97 85 74 96 84 92 97
 89 81 91 75 80 85 91 89 97 92

- (1) **整理、描述数据** 绘制了如下频数分布直方图和统计表, 请补充完整;



(说明: $60 \leq x < 70$ 表示一般喜欢, $70 \leq x < 80$ 表示比较喜欢, $80 \leq x < 90$ 表示喜欢, $90 \leq x < 100$ 表示超级喜欢)

电影	平均数	众数	中位数
《流浪地球》	86.5	99	
《绿皮书》	86.5		88.5

分析数据、推断结论

- (2) 估计该大学超级喜欢电影《绿皮书》的有_____人;
 (3) 你认为观众更喜欢这两部电影中的_____(填《流浪地球》或《绿皮书》), 理由是_____.

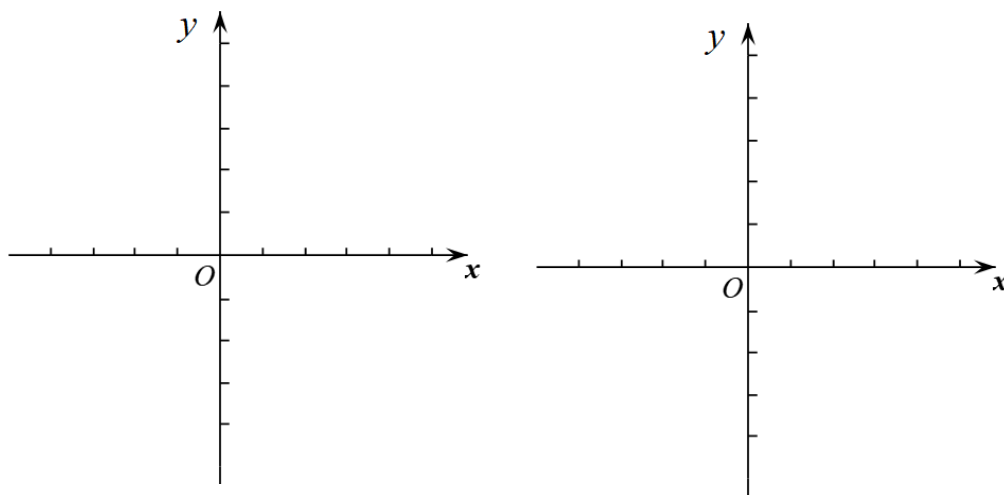


26. 已知抛物线 $G: y = mx^2 - 2mx - 3$ 有最低点.

(1) 求二次函数 $y = mx^2 - 2mx - 3$ 的最小值(用含 m 的式子表示);

(2) 将抛物线 G 向右平移 m 个单位得到抛物线 G_1 . 经过探究发现, 随着 m 的变化, 抛物线 G_1 顶点的纵坐标 y 与横坐标 x 之间存在一个函数关系, 求这个函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(3) 记(2)所求的函数为 H , 抛物线 G 与函数 H 的图象交于点 $P(s, t)$, 直接写出点 P 的纵坐标 t 的取值范围.

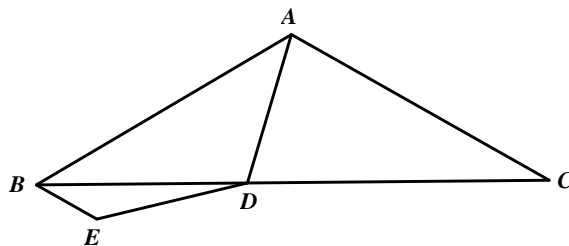


27. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2\sqrt{3}$, $\angle BAC = 120^\circ$, 点 D 为 BC 边上任意一点, 将 DA 绕 D 点逆时针旋转 120° 得到 DE . 连接 AE , 将 AE 绕 A 点逆时针旋转 120° 得到 AG , 连接 CG .

(1) 依题意补全图形;

(2) 求 $\angle EBD$ 的度数;

(3) 直接写出 BE^2, CD^2 与 AD^2 的数量关系.



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 G 和图形 W : 若在图形 G 上存在点 P , 使得 P 到图形 W 上各点的最短距离为1, 称图形 G 为图形 W 的同类图形, 点 P 为图形 W 的同类点.

(1) 已知直线 $l: y = x$,

①判断直线 $m: y = -x$ 是否为直线 l 的同类图形. 如果是, 写出直线 l 的同类点 P 的坐标, 如果不是, 请说明理由;

②点 A 为 x 轴上一动点, $\odot A$ 半径为1, 若 $\odot A$ 为直线 l 的同类图形, 求点 A 的横坐标 x_A 的取值范围;

(2) 已知坐标轴上的点 $R(5,0)$, $Q(0,5)$. 点 B, C 在直线 $y = x + b$ 上, 且 $B(-1,t)$, $C(1,s)$. 线段 RQ 是线段 BC 的同类图形, 直接写出 b 的取值范围.

