2017 北京平谷区初三（上）期末

数　　学

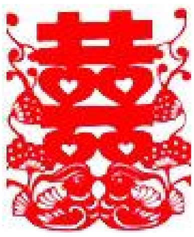
一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1．若 $3x=2y(xy\neq 0)$，则下列比例式成立的是

A．$\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}$　　B．$\dfrac{x}{3}=\dfrac{2}{y}$　　C．$\dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{2}$　　D．$\dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{2}$

2．剪纸是国家级非物质文化遗产，下列剪纸作品中不是轴对称图形的是






A．　　　B．　　　C．　　　D．

3．将抛物线 $y=3x^2$ 向上平移 2 个单位后得到的抛物线的表达式为

A．$y=3(x+2)^2$　　B．$y=3(x-2)^2$　　C．$y=3x^2+2$　　D．$y=3x^2-2$

4．在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=2$，$BC=3$，则 $\tan A$ 的值是

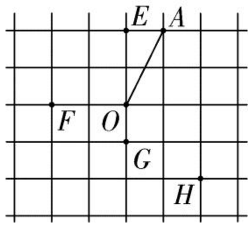
A．$\dfrac{3}{2}$　　B．$\dfrac{2}{3}$　　C．$\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$　　D．$\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$

5．在公园的 O 处附近有 E，F，G，H 四棵树，位置如图所示（图中小正方形的边长均相等），现计划修建一座以 O 为圆心，OA 为半径的圆形水池，要求池中不留树木，则 E，F，G，H 四棵树中需要被移除的为

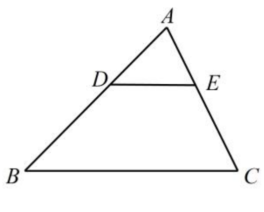
A．E，F，G　　B．F，G，H　　C．G，H，E　　D．H，E，F

6．如图，在△ABC 中，点 D，E 分别在 AB，AC 上，且 $DE\parallel BC$，$AD=1$，$BD=2$，那么 $\dfrac{AE}{AC}$ 的值为

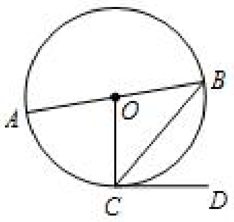
A．1:2　　B．1:3　　C．1:4　　D．2:3



第 5 题图



第 6 题图

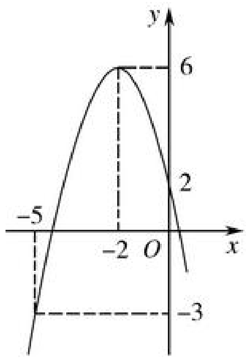


第 7 题图

7．如图，在⊙O 中，AB 为直径，BC 为弦，CD 为切线，连接 OC. 若 $\angle BCD=50°$，则 $\angle AOC$ 的度数为

A．40°　　B．50°　　C．80°　　D．100°

8．如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c\,(a\neq 0)$ 的图象，当 $-5\leq x\leq 0$ 时，下列说法正确的是



A．有最小值－5，最大值 0；　　B．有最小值 2，最大值 6；

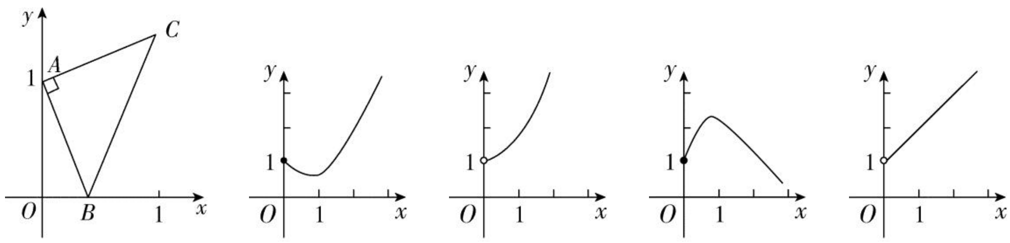
C．有最小值 0，最大值 6；　　D．有最小值－3，最大值 6.

9．某超市按每袋 20 元的价格购进某种干果.在销售过程中发现，该种干果每天的销售量 w（袋）与销售单价 x（元）满足 $w=-2x+80$（$20\leqslant x\leqslant 40$）. 那么销售这种干果每天的利润 y（元）与销售单价 x（元）之间的关系式为

A．$y=x-20$　　B．$y=-2x+80$　　C．$y=(-2x+80)(x-20)$　　D．$y=20(-2x+80)$

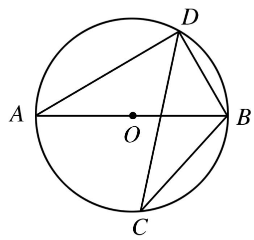
10．如图，点 A 的坐标为（0，1），点 B 是 x 轴正半轴上的一动点，以 AB 为边作等腰直角 ΔABC，使 $\angle BAC=90°$，

设点 B 的横坐标为 x，点 C 的纵坐标为 y，能表示 y 与 x 的函数关系的图象大致是



A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

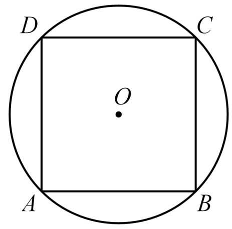
二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）



11．函数 $y=\dfrac{1}{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围是__________.

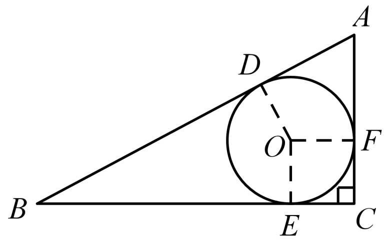
12．如图，AB 是⊙O 的直径，CD 是弦，$\angle ABD=60°$，则 $\angle C=$__________°.

13．请写出一个在各自象限内，y 的值随 x 值的增大而减小的反比例函数表达式____________.



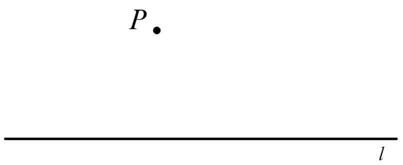
14．如图，正方形 $ABCD$ 内接于⊙O，⊙O 的半径为 1，则劣 $\overset{\frown}{AB}$ 的弧长是____________.

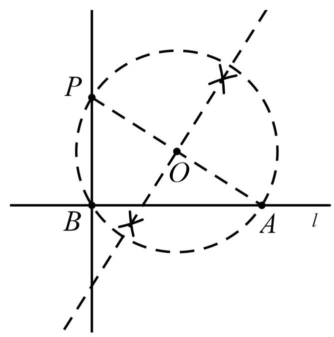
15．《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有下列问题“今有勾八步，股十五步，问勾中容圆径几何？”其意思是：“今有直角三角形，勾（短直角边）长为 8 步，股（长直角边）长为 15 步，问该直角三角形能容纳的圆形（内切圆）直径是多少？”小米想：要想求内切圆的直径长，只需要求出半径的长即可．因此设内切圆的半径为 r，则 $AF=$__________（用含 r 的代数式表示）．根据题意，所列方程为____________________________.



16．下面是“经过已知直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程：

已知:直线 l 和 l 外一点 P





求作：经过点 P 且垂直于 l 的直线．

作法:如图，

（1）在直线 l 上任取点 A，连接 AP;

（2）作线段 AP 的垂直平分线，垂足为点 O;

（3）以点 O 为圆心，AP 为直径作圆，交直线 l 于点 B;

（4）作直线 BP.

所以直线 BP 就是所求作的垂线．

请回答：该作图的依据是______________________________.

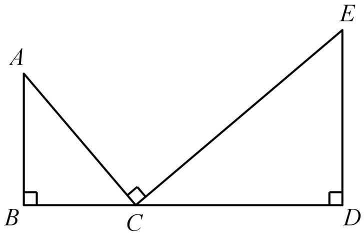
三、解答题（本题共 72 分，第 17-26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 8，第 29 题 7）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．计算：$\left|1-\sqrt{3}\right|+2\sin 60°-\sqrt{12}+\left(1-2\tan 45°\right)^0$

18．已知：抛物线 $y=x^2-2ax-3a$，经过点（2，－3）．

（1）求 a 的值；

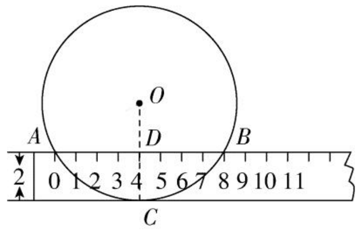
（2）求出抛物线与 x 轴、y 轴的交点的坐标．



19．如图，在 Rt△ABC 和 Rt△CDE 中，$\angle B=\angle D=90°$，C 为线段 BD 上一点，且 $AC\perp CE$ 于 C.

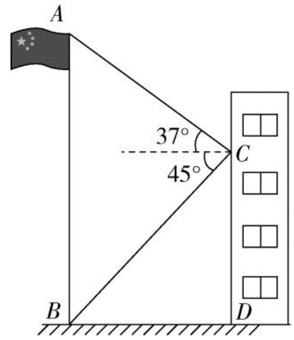
求证：Rt△ABC∽Rt△CDE.

20．如图，当宽为 2cm 的刻度尺的一边与⊙O 相切于点 C 时，另一边与⊙O 交于 A，B 两点，读数如图（单位：），求⊙O 的半径．



21．如图，小东在教学楼距地面 8 米高的窗口 C 处，测得正前方旗杆顶部 A 点的仰角为 37°，旗杆底部 B 的俯角为 45°，求旗杆 AB 的高度.

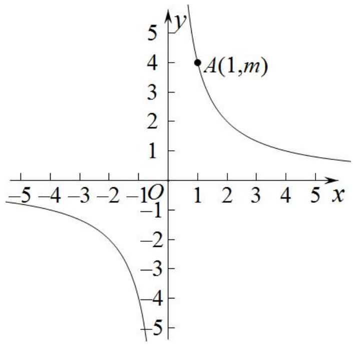
（参考数据：sin37°≈0.60，con37°≈0.80，tan37°≈0.75）



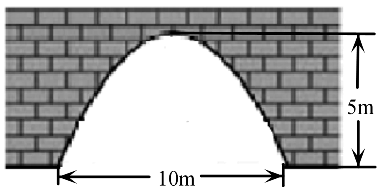
22．在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=kx+b$（$k\neq0$）与双曲线 $y=\dfrac{4}{x}$ 的一个交点为 A（1，m）.

（1）求 m 的值；

（2）直线 $y=kx+b$（$k\neq0$）又与 y 轴交于点 B，过 A 作 $AC\perp x$ 轴于 C，若 $AC=2OB$，求直线 $y=kx+b$（$k\neq0$）的表达式．

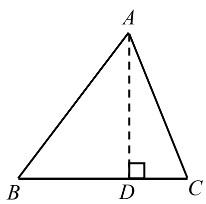


23．如图，是一座古拱桥的截面图，拱桥桥洞上沿是抛物线形状，拱桥的跨度为 10m，桥洞与水面的最大距离是 5m，桥洞两侧壁上各有一盏距离水面 4m 的景观灯，求两盏景观灯之间的水平距离（提示：请建立平面直角坐标系后，再作答）.



24．在△ABC 中，$AB=15$，$BC=14$，$AC=13$，求△ABC 的面积．某学习小组经过合作交流，给出了下面的解题思路，请你按照他们的解题思路完成解答过程.

过 A 作 $AD\perp BC$ 于 D，设 $BD=x$，用含 x 的代数式表示 CD. → 根据勾股定理，利用 AD 作为“桥梁”，建立方程模型求出 x. → 利用勾股定理求出 AD 的长，再计算三角形面积.



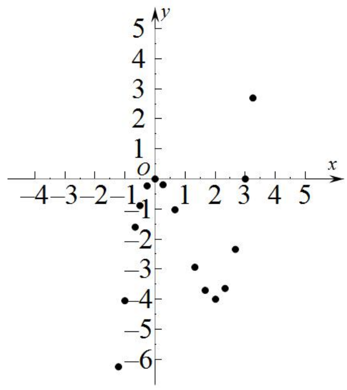
25．小聪是一名爱学习的孩子，他学习完二次函数后函数 $y=x^2(x-3)$ 的图象和性质进行了探究，探究过程如下，请补充完整．

（1）自变量 x 的取值范围是全体实数，x 与 y 的几组对应数值如下表：

x	…	$-\frac{6}{5}$	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{3}$	2	$\frac{8}{3}$	$\frac{13}{4}$	…
y	…	−6.05	−4	−1.65	−0.89	−0.20	−0.17	−1.05	m	−2.95	−3.71	−3.64	−4	−2.34	2.69	…

其中 m=__________；

（2）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标点，根据描出的点，画出该函数的图象；



（3）观察函数图象，写出一条该函数的性质____________________；

（4）进一步探究函数图象发现：

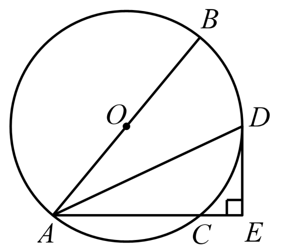
①函数图象与 x 轴有交点，所以对应的方程 $x^2(x-3)=0$ 有______个互为不相等的实数根；

②若关于 x 的方程 $x^2(x-3)=a$ 有 3 个互为不相等的实数根，则 a 的取值范围是____________．

26．如图，已知⊙O 的直径 AB=10，弦 AC=6，∠BAC 的平分线交⊙O 于点 D，过点 D 作 DE⊥AC 交 AC 的延长线于点 E．

（1）求证：DE 是⊙O 的切线；

（2）求 DE 的长．



27．已知，抛物线 C_1：$y=mx^2-4mx+4m-1(m\neq 0)$ 经过点（1，0）．

（1）直接写出抛物线与 x 轴的另一个交点坐标；

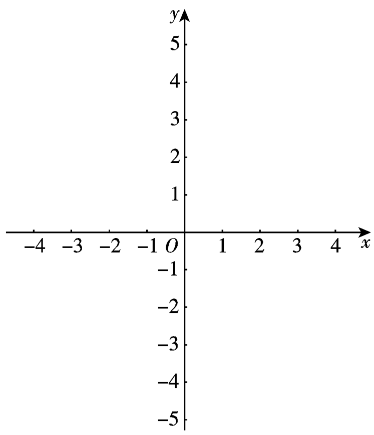
（2）①求 m 的值；

②将抛物线 C_1 的表达式化成 $y=(x-h)^2+k$ 的形式，并写出顶点 A 的坐标；

（3）研究抛物线 C_2：$y=kx^2-4kx+3(k\neq 0)$，顶点为点 B.

①写出抛物线 C_1，C_2 共有的一条性质；

②若点 A，B 之间的距离不超过 2，求 k 的取值范围.



28．如图，在△ABC 中，∠BAC=90°，$AB=AC$，点 D 是△ABC 内一动点（不包括△ABC 的边界），连接 AD. 将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 90°，得到线段 AE. 连接 CD，BE.

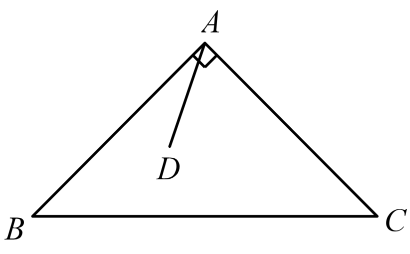
（1）依据题意，补全图形；

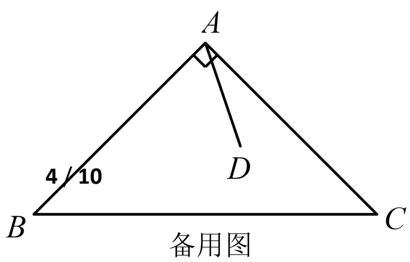
（2）求证：$BE=CD$.

（3）延长 CD 交 AB 于 F，交 BE 于 G.

①求证：△ACF∽△GBF；

②连接 BD，DE，当△BDE 为等腰直角三角形时，请你直接写出 AB：BD 的值.





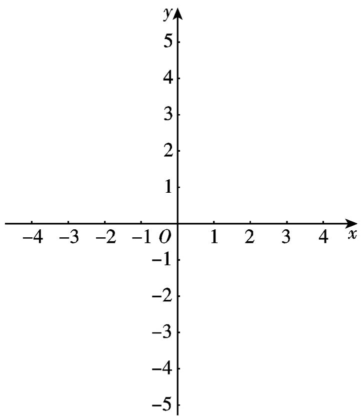
备用图

29．定义：若点 P（a，b）在函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图象上，将以 a 为二次项系数，b 为一次项系数构造的二次函数 $y=ax^2+bx$ 称为函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的一个“二次派生函数”．

（1）点（2，$\dfrac{1}{2}$）在函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图象上，则它的“二次派生函数”是__________；

（2）若“二次派生函数” $y=ax^2+bx$ 经过点（1，2），求 a，b 的值；

（3）若函数 $y=ax+b$ 是函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的一个“一次派生函数”，在平面直角坐标系 xOy 中，同时画出“一次派生函数” $y=ax+b$ 和“二次派生函数” $y=ax^2+bx$ 的图象，当 $-4<x<1$ 时，“一次派生函数”始终大于“二次派生函数”，求点 P 的坐标.



数学试题答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	C	A	A	B	C	D	C	D

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11．$x\neq 2$；12．30；13．答案不唯一，如 $y=\dfrac{1}{x}$；14．$\dfrac{1}{2}\pi$；

15．$8-r$；……………………………………1

$(23-2r)^2=8^2+15^2$（答案不唯一，等价方程即可）；……………………3

16．（1）到线段两端距离相等的点在线段的垂直平分线上；……………1

（2）直径所对的圆周角是直角；……………………………………2

（3）两点确定一条直线．……………………………………3

（其他正确依据也可以）．

三、解答题（本题共 72 分，第 17-26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 8，第 29 题 7）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．解：原式 $=\sqrt{3}-1+2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-2\sqrt{3}+1$ ……………………………………4

$=0$．……………………………………5

18．解：（1）∵抛物线 $y=x^2-2ax-3a$，经过点（2，－3），

$\therefore 4-4a-3a=-3$．……………………………………1

解得 $a=1$．……………………………………2

（2）∴抛物线表达式为 $y=x^2-2x-3$．……………………………………3

令 $y=0$，得 $x^2-2x-3=0$．

解得 $x_1=-1$，$x_2=3$．

∴抛物线与 x 轴的交点为（－1，0），（3，0）．……………………………………4

令 $x=0$，得 $y=-3$．

∴抛物线与 y 轴的交点为（0，－3）．……………………………………5

19．证明：∵在 Rt△ABC 中，$\angle B=90°$，

∴$\angle A+\angle ACB=90°$．……………………………………1

∵$AC\perp CE$ 于 C，

∴$\angle ACB+\angle DCE=90°$．……………………………………2

∴$\angle A=\angle DCE$．……………………………………3

∵$\angle B=\angle D$，……………………………………4

∴Rt△ABC∽Rt△CDE．……………………………………5

20．解：连接 OA.

由题意可知，$OC\perp AB$ 于 D.

∴$AD=BD$．……………………………………1

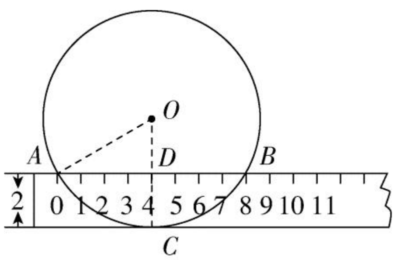
∵$AB=8$，

∴$AD=4$．……………………………………2

设 $OA=r$，则 $OD=r-2$．……………………………………3

$\therefore r^2=(r-2)^2+4$．……………………………………4

解得 $r=5$．……………………………………5



∴⊙O的半径为 5.

21．解：过点 C 作 $CE\perp AB$ 于 E，……………… 1

∴BE=8. ……………………………… 2

在 Rt△CBE 中，∠BCE=45°，

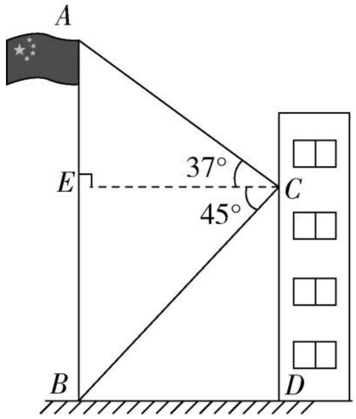
∴CE=BE=8. ……………………………… 3

在 Rt△ACE，∠ACE=37°，

∴AE=CE×tan37°≈8×0.75=6. …… 4

∴AB=AE+BE=6+8=14（米）. ………… 5

答：旗杆 AB 的高度为 14 米. ……



22．解：(1) ∵点 A（1，m）在反比例函数 $y=\dfrac{4}{x}$ 上，

∴ $m=4$. ……………………………………………………………… 1

(2) ∴A（1，4）.

∴$k+b=4$. ……………………………………………………………… 2

∵$AC\perp x$ 轴于 C，

∴AC=4.

∵AC=2OB，

∴OB=2. ……………………………………………………………… 3

∴B 点坐标为（0,2）或（0，-2）.

当 B（0,2）时，b=2，k=2，

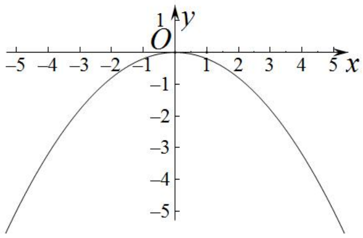
∴$y=2x+2$. ……………………………………………………………… 4

当 B（0，-2）时，b=-2，k=6，

∴$y=6x-2$. ……………………………………………………………… 5

综上所述，直线的表达式为 $y=2x+2$ 或 $y=6x-2$.

23．解：如图，建立坐标系. ……………………………………………………………… 1



由题意可知，抛物线经过（5，-5）点.

设抛物线表达式为 $y=ax^2(a\neq0)$. ……………………………………………… 2

∴$25a=-5$.

解得 $a=-\dfrac{1}{5}$.

∴抛物线表达式为 $y=-\dfrac{1}{5}x^2$. ……………………………………………… 3

∵桥洞两侧壁上各有一盏距离水面 4m 的景观灯，

∴$y=-1$. ……………………………………………………………… 4

∴ $-1=-\dfrac{1}{5}x^2$.

解得 $x=\pm\sqrt{5}$.

∴两盏景观灯之间的水平距离为 $2\sqrt{5}$. ……………………………………… 5

（答案不唯一，请酌情给分）

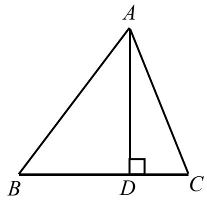
24．解：过 A 作 $AD\perp BC$ 于 D，……………………………………… 1

在△ABC中，AB=15，BC=14，AC=13，

设 $BD=x$，∴ $CD=14-x$．

由勾股定理得：$AD^2=AB^2-BD^2=15^2-x^2$，

$AD^2=AC^2-CD^2=13^2-(14-x)^2$，



∴ $15^2-x^2=13^2-(14-x)^2$，…………………………………… 2

解之得：$x=9$．……………………………………………3

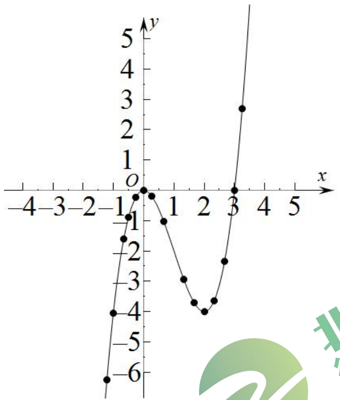
∴BD=9，CD=5.

∴ $AD=12$．…………………………………………………… 4

∴ $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}BC\ AD=\dfrac{1}{2}\times 14\times 12=84$．………………………… 5

25. 解：（1）m=－2；…………………………………………………………………………… 1

（2）如图，图象正确；…………………………………………………………………… 2



（3）答案不唯一：如该函数图象经过原点；…………………………………………… 3

（4）①2；……………………………………………………………………………………… 4

②－4＜a＜0. ……………………………………………………………………………5

26. （1）证明：连接 OD.

∵AD平分∠BAC,

∴∠DAE=∠DAB. ………………………………1

∵OA=OD,

∴∠ODA=∠DAO.

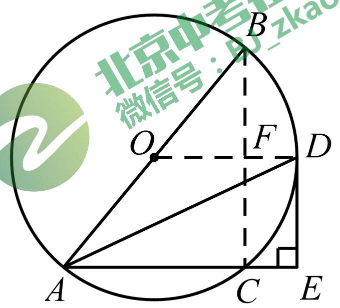
∴∠ODA=∠DAE.

∴OD// AE. ……………………………………… 2

∵DE⊥AC,

∴OD⊥DE. ……………………………………… 3

∴DE是⊙O切线.



（2）解：连接 BC，与 OD交于点 F.

∵OD// AE,

∴∠ACB=∠OFD=90°．

∴四边形 $CEDF$是矩形.

∵直径 AB=10，弦 AC=6，

∴BC=8. ……………………………………………… 4

∴FC=4.

∴DE=4. ……………………………………………… 5

27. 解：（1）(3,0)；…………………………………………………………………………… 1

（2）①把（1,0）代入 $y=mx^2-4mx+4m-1\left(m\neq 0\right)$中，

解得 m=1.. ……………………………………………………………………………… 2

②∴抛物线 C_1 的表达式为：$y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$． ························ 3

∴顶点 A 的坐标为（2，－1）． ························ 4

（3）①答案不唯一：如

对称轴都是 $x=2$， ························ 5

② $y=kx^2-4kx+3(k\neq 0)$

$=k(x-2)^2-4k+3$

∴B（2，－4k+3）．

∵点 A，B 之间的距离不超过 2，

∴点 B 的界点坐标可能为（2，1）或（2，－3）． ························ 6

当点 B 的坐标为（2，1）时，$k=\frac{1}{2}$．

当点 B 的坐标为（2，－3）时，$k=\frac{3}{2}$．

∴k 的取值范围为：$\frac{1}{2}\le k\le\frac{3}{2}$． ························ 7

28．（1）依据题意，画图正确，如图 1． ························ 1

（2）证明：如图 1，由题意，得 $AD=AE$，$\angle DAE=90°$．

∵$\angle BAC=90°$，

∴$\angle CAD+\angle BAD=\angle BAE+\angle BAD=90°$．

∴$\angle CAD=\angle BAE$． ························ 2

∵$AB=AC$，

∴$\triangle CAD\cong\triangle BAE$． ························ 3

∴$CD=BE$． ························ 4

（3）证明：①如图 2，

∴$\angle ACD=\angle ABE$． ························ 5

∵$\angle AFC=\angle GFB$．

∴$\triangle ACF\backsim\triangle GBF$． ························ 6

②当 $\angle EDB=90°$ 时，如图3，$AB:BD=\sqrt{5}:\sqrt{2}$； ························ 7

当 $\angle BED=90°$ 时，如图4，$AB:BD=\sqrt{5}:2$． ························ 8

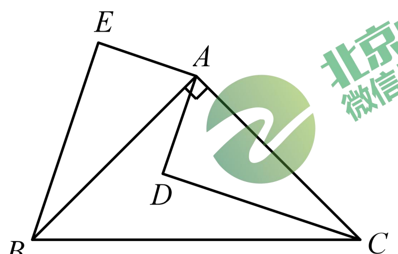


图 1

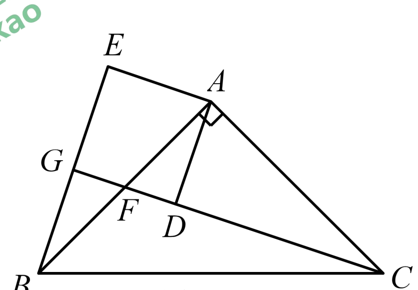


图 2

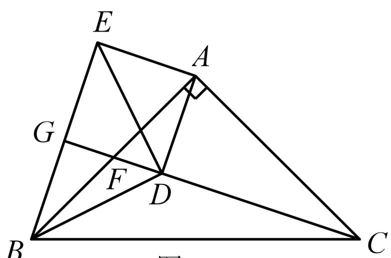


图 3

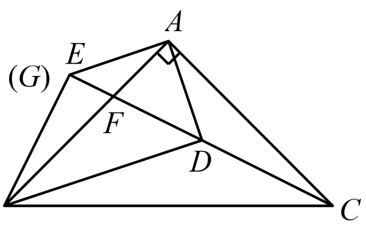


图 4

29．解：（1）$y=2x^2+\frac{1}{2}x$；……1

（2）∵（1, 2），

∴$a+b=2$．……2

∵$ab=1$，

∴$a(2-a)=1$．……3

解得 $a=1$．

∴$b=1$．……4

（3）当 $x=-4$ 时，代入函数表达式得

$y=16a-4b$

$y=-4a+b$

∴$16a-4b=-4a+b$．

即 $b=4a$．

∵$ab=1$，

∴$a=\pm\frac{1}{2}$．……5

∴$b=\pm 2$．

∵当 $-4<x<1$ 时，“一次派生函数”始终大于“二次派生函数”，

∴$y=\frac{1}{2}x^2+2x$，$y=\frac{1}{2}x+2$．……6

∴$P\left(\frac{1}{2},2\right)$．……7