# 2023北京一六一中初三（上）开学考

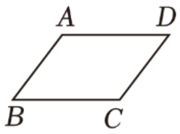
# 数　　学

**一、选择题（共16分，每题2分）（第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个）**

1．计算$\sqrt{3^2}$的结果是（　　）

A．3　　　　B．－3　　　　C．±3　　　　D．$\sqrt{3}$

2．如图，▱$ABCD$中，$\angle B=25°$，则$\angle A=$（　　）




A．50°　　　　B．65°　　　　C．115°　　　　D．155°

3．点$P$（1，3）在正比例函数$y=kx$（$k\neq0$）的图象上，则$k$的值为（　　）

A．$\dfrac{1}{3}$　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

4．下列计算正确的是（　　）

A．$\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{10}$　　B．$2\sqrt{2}-2=\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{2}\times\sqrt{8}=4$　　D．$\sqrt{8}\div\sqrt{2}=4$

5．在△$ABC$中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$的对边分别是$a$，$b$，$c$．下列条件中，不能判定△$ABC$是直角三角形的是（　　）

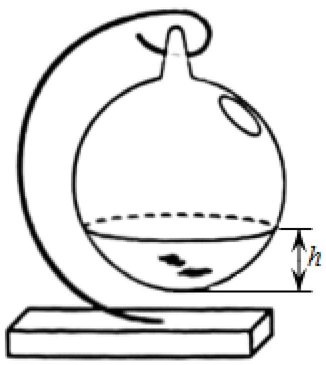
A．$\angle A+\angle B=90°$　　　　B．$\angle A$：$\angle B$：$\angle C=3$：4：5

C．$a$：$b$：$c=3$：4：5　　　　D．$a=b=1$，$c=\sqrt{2}$

6．如图，有一个球形容器，小海在往容器里注水的过程中发现，水面的高度$h$、水面的面积$S$及注水量$V$是三个变量．下列有四种说法：

①$S$是$V$的函数；②$V$是$S$的函数；③$h$是$S$的函数，④$S$是$h$的函数．

其中所有正确结论的序号是（　　）




A．①③　　　　B．①④　　　　C．②③　　　　D．②④

7．五名学生投篮球，每人投10次，统计他们每人投中的次数．得到五个数据，并对数据进行整理和分析，给出如表信息：

| 平均数 | 中位数 | 众数 |
| --- | --- | --- |
| | | |

| | | |
|---|---|---|
| $m$ | 6 | 7 |

则下列选项正确的是（　　）

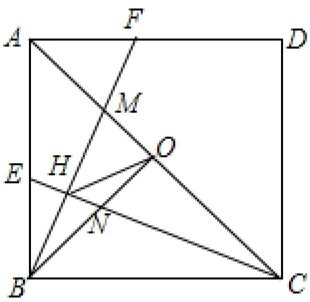
A．可能会有学生投中了 8 次

B．五个数据之和的最大值可能为 30

C．五个数据之和的最小值可能为 20

D．平均数 $m$ 一定满足 $4.2\leqslant m\leqslant 5.8$

8．下列命题：如图，正方形 $ABCD$ 中，$E$、$F$ 分别为 $AB$、$AD$ 上的点，$AF=BE$，$CE$、$BF$ 交于 $H$，$BF$ 交 $AC$ 于 $M$，$O$ 为 $AC$ 的中点，$OB$ 交 $CE$ 于 $N$，连 $OH$．下列结论中：①$BF\perp CE$；②$OM=ON$；③$OH=\frac{1}{2}CN$；④$\sqrt{2}OH+BH=CH$．其中正确的命题有（　　）




A．只有①②　　　B．只有①②④　　　C．只有①④　　　D．①②③④

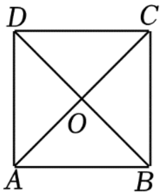
## 二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

9．若 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义，则实数 $x$ 的取值范围是 ______．

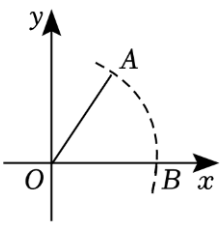
10．请写出一个图象平行于直线 $y=-5x$，且过第一、二、四象限的一次函数的表达式 __________．

11．已知点 $A$（$-2$，$y_1$），$B$（3，$y_2$）在一次函数 $y=2x-3$ 的图象上，则 $y_1$______$y_2$（填“＞”，“＜”或“＝”）．

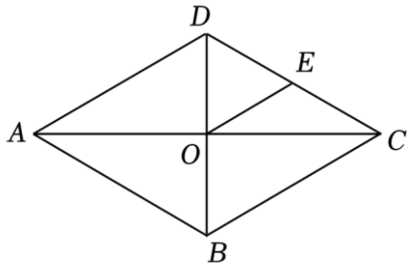
12．如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 $AC$，$BD$ 相交于点 $O$，再添加一个条件，使得四边形 $ABCD$ 是正方形，这个条件可以是 ________（写出一个条件即可）．



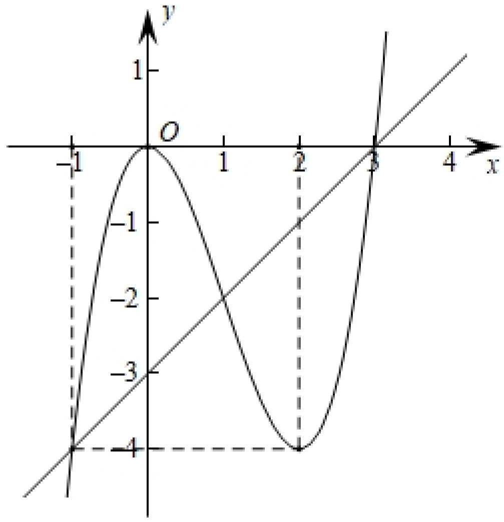

13．如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，已知点 $A$（2，3），以点 $O$ 为圆心，$OA$ 长为半径画弧，交 $x$ 轴的正半轴于点 $B$，则点 $B$ 的横坐标为 ________．



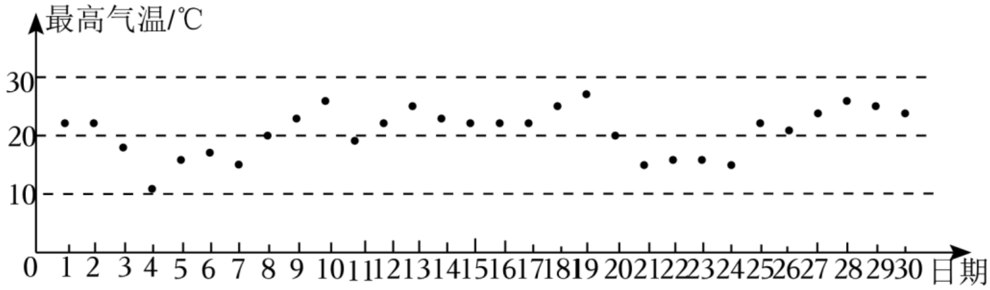

14．如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 $AC$，$BD$ 相交于点 $O$，点 $E$ 为边 $CD$ 的中点，连接 $OE$．若 $AC=2\sqrt{3}$，$BD=2$，则 $OE$ 的长为 _____．




15．计算机可以帮助我们又快又准地画出函数的图象．用“几何画板”软件画出的函数 $y=x^2(x-3)$ 和 $y=x-3$ 的图象如图所示．根据图象可知方程 $x^2(x-3)=x-3$ 的解的个数为______；若 $m$，$n$ 分别为方程 $x^2(x-3)=-5$ 和 $x-3=-5$ 的解，则 $m$，$n$ 的大小关系是_______．




16．2023 年 4 月，北京市每日最高气温的统计图如图所示：




根据统计图提供的信息，有下列三个结论：

①若按每日最高气温由高到低排序，4 月 4 日排在第 30 位；

②4 月 7 日到 4 月 8 日气温上升幅度最大；

③若记 4 月上旬（1 日至 10 日）的最高气温的方差为 $s_1^2$，中旬（11 日至 20 日）的最高气温的方差为 $s_2^2$，下旬（21 日至 30 日）的最高气温的方差为 $s_3^2$，则 $s_2^2<s_3^2<s_1^2$．

其中所有正确结论的序号是 _______．

**三、解答题（共 68 分，第 17-22 题，每题 5 分，第 23-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分)解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.**

17．（5 分）计算：$\sqrt{6}\times\sqrt{50}\div\sqrt{3}$．

18．（5 分）计算：$(\sqrt{2023})^0+|-\sqrt{2}|-\sqrt{18}+(\sqrt{2})^2$．

19.（5 分）已知 $a=\sqrt{5}+1$，求代数式 $a^2-2a$ 的值．

20.（5 分）在平面直角坐标系 $xOy$ 中，将直线 $y=kx$ 沿 $y$ 轴向上平移 2 个单位后得到直线 $l$，已知 $l$ 经过点 $A$（－4，0）．

（1）求直线 $l$ 的解析式；

（2）设直线 $l$ 与 $y$ 轴交于点 $B$，点 $P$ 在坐标轴上，△$ABP$ 与△$ABO$ 的面积之间满足 $S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABO}$，求点 $P$ 的坐标．

21.（5 分）下面是证明平行四边形判定定理“一组对边平行且相等的四边形是平行四边形”的两种思路，选择其中一种，完成证明．

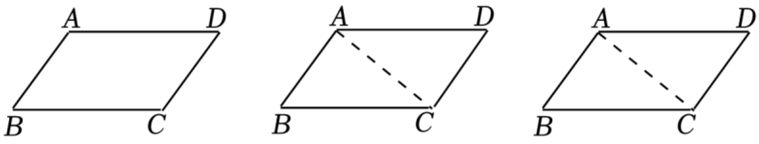
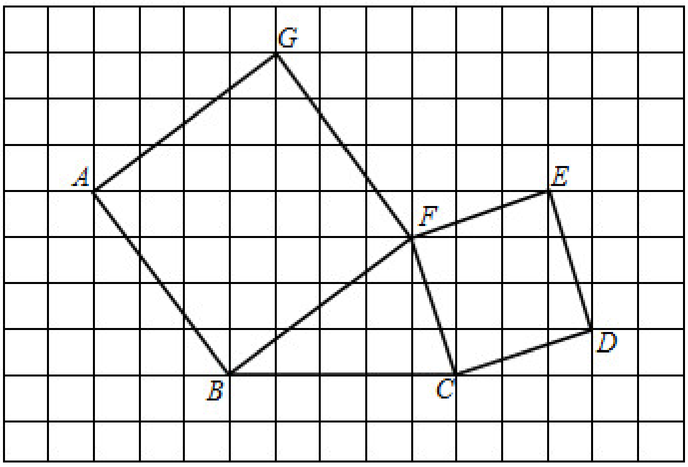



图1　　图2　　图3

<table>
<tr><td colspan="2">已知：如图 1，四边形 $ABCD$ 中，$AB∥CD$，$AB＝CD$．<br>求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形．</td></tr>
<tr><td>思路一：条件中已有 $AB∥CD$，只需证明 $BC∥AD$ 即可．<br>证明：如图 2，连接 $AC$．</td><td>思路二：条件中已有 $AB＝CD$，只需证明 $BC＝AD$ 即可．<br>证明：如图 3，连接 $AC$．</td></tr>
</table>

22.（5 分）如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，△$BCF$、正方形 $ABFG$、正方形 $FCDE$ 的顶点均在格点上．




（1）以格点为原点，建立合适的平面直角坐标系，使得 $B$、$C$ 坐标分别为 $B$（－1，－3）、$C$（4，－3），则点 $A$ 的坐标为_________，点 $D$ 的坐标为_________；

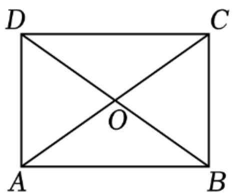
（2）利用面积计算线段 $FC$＝____________；

（3）点 $H$ 为直线 $BF$ 上一动点，求 $CH$ 的最小值．

23.（6 分）如图，在▱$ABCD$ 中，对角线 $AC$，$BD$ 交于点 $O$，$OA$＝$OB$．

（1）求证：四边形 $ABCD$ 是矩形；

（2）若 $AD$＝2，∠$CAB$＝30°，作∠$DCB$ 的平分线 $CE$ 交 $AB$ 于点 $E$，求 $AE$ 的长．




24．（6 分）探究函数性质时，我们经历了列表、描点、连线画出函数的图象，观察分析图象特征，概括函数性质的过程．小腾根据学习函数的经验，对函数 $y_1=2x$ 与 $y_2=-x+6$ 进行了探究．下面是小腾的探究过程，请补充完整：

（1）绘制函数图象

①列表：下表是 $x$ 与 $y_1$，$y_2$ 的几组对应值；

| $x$ | … | 0 | 1 | … |
|---|---|---|---|---|
| $y_1$ | … | 0 | 2 | … |
| $y_2$ | … | $b$ | 5 | … |

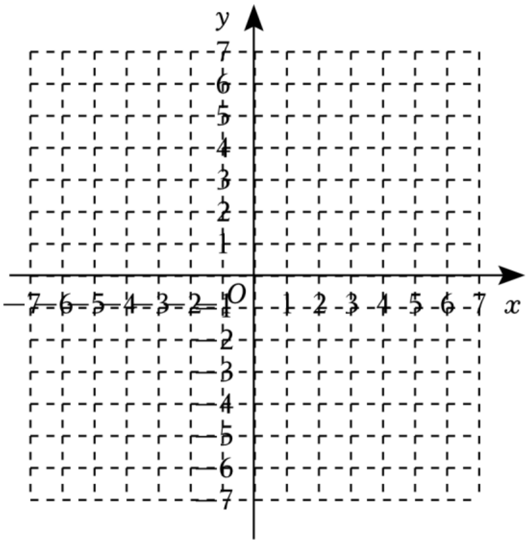
其中，$b$=______；

②描点、连线：在同一平面直角坐标系 $xOy$ 中，描出上表中各组数值所对应的点（$x$，$y_1$），（$x$，$y_2$），并画出函数 $y_1$，$y_2$ 的图象；

（2）结合函数图象，探究函数性质；

①函数 $y_1$，$y_2$ 的图象的交点坐标为 __________，则关于 $x$，$y$ 的二元一次方程组 $\begin{cases} y=2x, \\ y=-x+6 \end{cases}$ 的解是 ____________；

②过点 $M$（$m$，0）作垂直于 $x$ 轴的直线与函数 $y_1$，$y_2$ 的图象分别交于点 $P$，$Q$，当点 $P$ 位于点 $Q$ 下方时，$m$ 的取值范围是 _______．

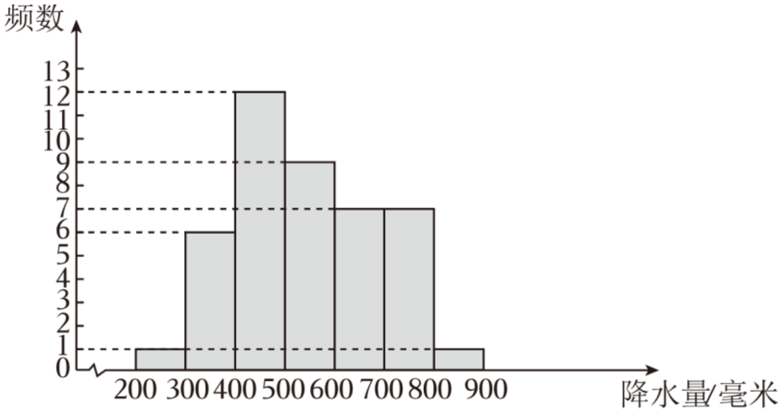



25．（6 分）为了解北京市的水资源情况，收集了 1978﹣2020 年北京的年降水量（单位：毫米）共 43 个数据，并对数据进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

注：降水量是指一定时段内降落在某一点或某一区域上的水层深度，通常以毫米表示．

*a*.43 个数据的频数分布直方图如下（数据分成 7 组：$200\leqslant x<300$，$300\leqslant x<400$，$400\leqslant x<500$，$500\leqslant x$

<600，$600 \leqslant x < 700$，$700 \leqslant x < 800$，$800 \leqslant x \leqslant 900$）：




$b$.43 个数据中，在 $500 \leqslant x < 600$ 这一组的是：

507 523 527 542 544 547 573 576 579

$c$.43 个数据的平均数、中位数如下：

| 平均数 | 中位数 |
| --- | --- |
| 547 | $n$ |

根据以上信息，回答下列问题：

（1）表中 $n$ 的值为 ______；

（2）1978﹣2020 年北京的年降水量高于 547 毫米的年份共 ______；

（3）若 2021 年，2022 年北京的年降水量分别是 698 毫米，493 毫米，则下列推断合理的是 _____；（填写序号）

①因为 698 大于 $n$，所以北京 2021 年降水量比 1978﹣2020 年中一半以上年份的年降水量高；

②已知 1978﹣2000 年北京的年降水量的方差为 21249，2001﹣2022 年北京的年降水量的方差为 13486．由此推断 2001﹣2022 年北京的年降水量的波动较大；

③1 个底面边长为 10 分米的正方体集水箱 2022 年共可收集降水约 493 升．

注：1 升＝1 立方分米

26．（6 分）平面直角坐标系 $xOy$ 中，一次函数 $y=x+b$（$k\neq0$）的图象与函数 $y=2x$ 的图象交于点（1，$m$）．

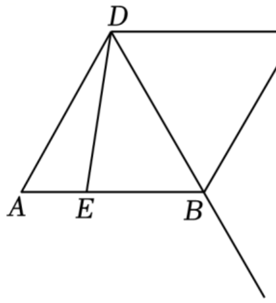
（1）求 $b$，$m$ 的值；

（2）当 $x<2$ 时，对于 $x$ 的每一个值，函数 $y=x+b$（$k\neq0$）的值大于函数 $y=2x+n$ 的值，直接写出 $n$ 的取值范围．

27．（7 分）如图，菱形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=120°$，$E$ 为边 $AB$ 上一点．点 $F$ 在 $DB$ 的延长线上，$EF=ED$．作点 $F$ 关于直线 $AB$ 的对称点 $G$，连接 $EG$．

（1）依题意补全图形，并证明 $\angle ADE=\angle FEB$；

（2）用等式表示 $AE$，$CG$，$DF$ 之间的数量关系，并证明．

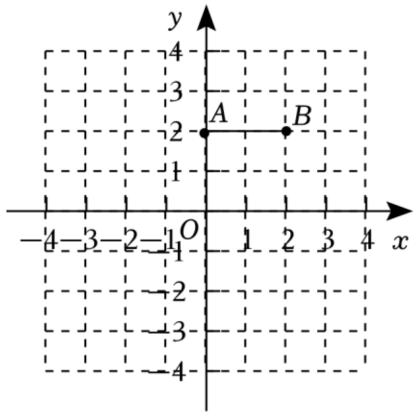



28．（7 分）在平面直角坐标系 $xOy$ 中，已知点 $A$（0，2），$B$（2，2），对于直线 $l$ 和点 $P$，给出如下定义：若在线段 $AB$ 上存在点 $Q$，使得点 $P$，$Q$ 关于直线 $l$ 对称，则称直线 $l$ 为点 $P$ 的关联直线，点 $P$ 是直线 $l$ 的关联点．

（1）已知直线 $l_1$：$y=-x$，在点 $P_1$（$-2$，1），$P_2$（$-2$，$-1$），$P_3$（2，0）中，直线 $l_1$ 的关联点是_______；

（2）若在 $x$ 轴上存在点 $P$，使得点 $P$ 为直线 $l_2$：$y=-x+b$ 的关联点，求 $b$ 的取值范围；

（3）已知点 $N$（$n$，$-n$），若存在直线 $l_3$：$y=mx$ 是点 $N$ 的关联直线，直接写出 $n$ 的取值范围．



# 参考答案

**一、选择题（共 16 分，每题 2 分）（第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个）**

1.【答案】$A$

【分析】直接根据$\sqrt{a^2}=|a|$化简即可．

【解答】解：$\sqrt{3^2}=|3|=3$．

故选：$A$．

2.【答案】$D$

【分析】根据平行四边形的性质和平行线的性质即可得到结论．

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD\parallel BC$，

∴$\angle A+\angle B=180°$，

∵$\angle B=25°$，

∴$\angle A=155°$，

故选：$D$．

3.【答案】$C$

【分析】将点 $P$ 的坐标代入可求得 $k$ 的值即可．

【解答】解：将 $P$ 的坐标代入，得：$3=k$，

解得：$k=3$．

故选：$C$．

4.【答案】$C$

【分析】根据二次根式的加法，减法，乘法，除法法则进行计算，逐一判断即可解答．

【解答】解：$A$、$\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$，故 $A$ 不符合题意；

$B$、$2\sqrt{2}$与 $-2$ 不能合并，故 $B$ 不符合题意；

$C$、$\sqrt{2}\times\sqrt{8}=\sqrt{16}=4$，故 $C$ 符合题意；

$D$、$\sqrt{8}\div\sqrt{2}=\sqrt{4}=2$，故 $D$ 不符合题意；

故选：$C$．

5.【答案】$B$

【分析】根据勾股定理的逆定理，三角形内角和定理进行计算，逐一判断即可解答．

【解答】解：$A$、∵$\angle A+\angle B=90°$，

∴$\angle C=180°-(\angle A+\angle B)=90°$，

∴$\triangle ABC$ 是直角三角形，

故 $A$ 不符合题意；

$B$、∵$\angle A$：$\angle B$：$\angle C=3$：$4$：$5$，$\angle A+\angle B+\angle C=180°$，

$\therefore \angle C=180^\circ\times\frac{5}{3+4+5}=75^\circ$，

∴$\triangle ABC$不是直角三角形，

故 $B$ 符合题意；

$C$、∵$a$：$b$：$c$＝3：4：5，

∴设 $a=3k$，$b=4k$，$c=5k$，

∴$a^2+b^2=(3k)^2+(4k)^2=25k^2$，$c^2=(5k)^2=25k^2$，

∴$a^2+b^2=c^2$，

∴$\triangle ABC$是直角三角形，

故 $C$ 不符合题意；

$D$、∵$a^2+b^2=1^2+1^2=2$，$c^2=(\sqrt{2})^2=2$，

∴$a^2+b^2=c^2$，

∴$\triangle ABC$是直角三角形，

故 $D$ 不符合题意；

故选：$B$.

6.【答案】$B$

【分析】根据函数的定义可知，满足对于 $x$ 的每一个取值，$y$ 都有唯一确定的值与之对应关系，据此即可判断函数.

【解答】解：因为这是球形容器，

①$S$ 是 $V$ 的函数，故符合题意，

②$V$ 不是 $S$ 的函数，故不符合题意，

③$h$ 不是 $S$ 的函数，故不符合题意，

④$S$ 是 $h$ 的函数．故符合题意.

故选：$B$.

7.【答案】$D$

【分析】根据题意可得最大的三个数的和是 6+7+7＝20，再根据这五个数据的平均数是 $m$，求出另外 2 个数的和为 $5m-20$，据此即可求解.

【解答】解：∵中位数是 6，唯一众数是 7，

∴最大的三个数的和是：6+7+7＝20，

∵这五个数据的平均数是 $m$，

∴另外 2 个数的和是 $5m-20$，

∴不可能会有学生投中了 8 次；五个数据之和的最大值可能为 20+5+4＝29，不可能为 30；五个数据之和的最小值可能为 20+0+1＝21，不可能为 20；

∵29÷5＝5.8，21÷5＝4.2，

∴平均数 $m$ 一定满足 $4.2\leqslant m\leqslant 5.8$.

故选：$D$．

8．【答案】$B$

【分析】①可证$\triangle ABF\cong\triangle BEC$到$\triangle BEH\backsim\triangle ABF$，所以$\angle BAF=\angle BHE=90^\circ$得证．

②由题意正方形中$\angle ABO=\angle BCO$，在上面所证$\angle BCE=\angle ABF$，由$\triangle OBM\cong\triangle ONC$得到$ON=OM$即得证．

③利用$AAS$证明三角形$OCN$全等于三角形$OBM$，所以$BM=CN$，只有$H$是$BM$的中点时，$OH$等于$BM$（$CN$）的一半，所以（3）错误．

过$O$点作$OG$垂直于$OH$，$OG$交$CH$于$G$点，由题意可证得三角形$OGC$与三角形$OHB$全等．

按照前述作辅助线之后，$OHG$是等腰直角三角形，$OH$乘以根2之后等于$HG$，则在证明证明三角形$OGC$与三角形$OHB$全等之后，$CG=BH$，所以④式成立．

【解答】解：$\because AF=BE$，$AB=BC$，$\angle ABC=\angle BAD=90^\circ$，

$\therefore\triangle ABF\cong\triangle BEC$，

$\therefore\angle BCE=\angle ABF$，$\angle BFA=\angle BEC$，

$\therefore\triangle BEH\backsim\triangle ABF$，

$\therefore\angle BAF=\angle BHE=90^\circ$，

即$BF\perp EC$，①正确；

$\because$四边形是正方形，

$\therefore BO\perp AC$，$BO=OC$，

由题意正方形中角$ABO=$角$BCO$，在上面所证$\angle BCE=\angle ABF$，

$\therefore\angle ECO=\angle FBO$，

$\therefore\triangle OBM\cong\triangle ONC$，

$\therefore ON=OM$，

即②正确；

③$\because\triangle OBM\cong\triangle ONC$，

$\therefore BM=CN$，

$\because\angle BOM=90^\circ$，

$\therefore$当$H$为$BM$中点时，$OH=\frac{1}{2}BM=\frac{1}{2}CN$（直角三角形斜边中线等于斜边的一半），

因此只有当$H$为$BM$的中点时，$OH=\frac{1}{2}CN$，故③错误；

④过$O$点作$OG$垂直于$OH$，$OG$交$CH$与$G$点，

在$\triangle OGC$与$\triangle OHB$中，

$\begin{cases}\angle OCN=\angle OBH \\ OC=OB \\ \angle HON=\angle GOC\end{cases}$，

故△$OGC$≌△$OHB$，

∵$OH$⊥$OG$，

∴△$OHG$是等腰直角三角形，

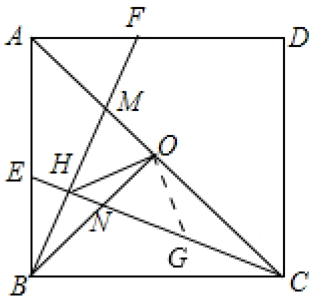
按照前述作辅助线之后，$OHG$是等腰直角三角形，$OH$乘以根2之后等于$HG$，

则在证明证明三角形$OGC$与三角形$OHB$全等之后，$CG=BH$，

所以④式成立．

综上所述，①②④正确．

故选：$B$．




**二、填空题（每小题2分，共16分）**

9．【答案】见试题解答内容

【分析】直接利用二次根式有意义的条件进而得出答案．

【解答】解：式子$\sqrt{x-5}$在实数范围内有意义，则$x-5\geqslant 0$，

故实数$x$的取值范围是：$x\geqslant 5$．

故答案为：$x\geqslant 5$．

10．【答案】$y=-5x+3$（答案不唯一）．

【分析】设一次函数解析式为$y=kx+b$，根据图象图象平行于直线$y=-5x$，得$k=-5$，根据经过第一、二、四象限的一次函数，得$k<0$，$b>0$，代入符合条件的数即可．

【解答】解：设一次函数为$y=kx+b$，

∵图象平行于直线$y=-5x$，

∴$k=-5$，

∵图象经过第一、二、四象限的一次函数，

∴$b>0$，

∴$y=-5x+3$；

故答案为：$y=-5x+3$（答案不唯一）．

11．【答案】<．

【分析】由$k=2>0$，利用一次函数的性质可得出$y$随$x$的增大而增大，结合$-2<3$，即可得出$y_1<y_2$．

【解答】解：∵$k=2>0$，

∴$y$随$x$的增大而增大．

又∵点$A$（﹣2，$y_1$），$B$（3，$y_2$）在一次函数$y=2x-3$的图象上，且﹣2＜3，

∴$y_1<y_2$．

故答案为：＜．

12．【答案】$AB=AD$（答案不唯一）．

【分析】根据正方形 的判定定理即可得到结论．

【解答】解：这个条件可以是$AB=AD$（答案不唯一），

理由：∵四边形$ABCD$是矩形，$AB=AD$，

∴四边形$ABCD$是正方形，

故答案为：$AB=AD$（答案不唯一）．

13．【答案】$\sqrt{13}$．

【分析】根据勾股定理求出$OA$的长，即可解决问题．

【解答】解：∵点$A$坐标为（2，3），

∴$OA=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，

∵点$A$、$B$均在以点$O$为圆心，以$OA$为半径的圆弧上，

∴$OB=OA=\sqrt{13}$，

∵点$B$在$x$轴的正半轴上，

∴点$B$的横坐标为$\sqrt{13}$，

故答案为：$\sqrt{13}$．

14．【答案】1．

【分析】由菱形的性质得到$AC\perp BD$，$OD=\frac{1}{2}BD=1$，$OC=\frac{1}{2}AC=\sqrt{3}$，由勾股定理求出$CD=\sqrt{OC^2+OD^2}=2$，由直角三角形斜边中线的性质即可求出$OE$的长．

【解答】解：∵四边形$ABCD$是菱形，

∴$AC\perp BD$，$OD=\frac{1}{2}BD$，$OC=\frac{1}{2}AC$，

∵$AC=2\sqrt{3}$，$BD=2$，

∴$OD=1$，$OC=\sqrt{3}$，

∴$CD=\sqrt{OC^2+OD^2}=2$，

∵点$E$为边$CD$的中点，

∴$OE=\frac{1}{2}CD=1$．

故答案为：1．

15．【答案】3；$m>n$．

【分析】利用函数$y=x^2(x-3)$和$y=x-3$的图象交点个数判断方程$x^2(x-3)=x-3$的解的个数，

作出直线$y=-5$，然后通过比较直线$y=-5$与函数$y=x^2(x-3)$和$y=x-3$的图象的交点位置判断$m$、$n$的大小．

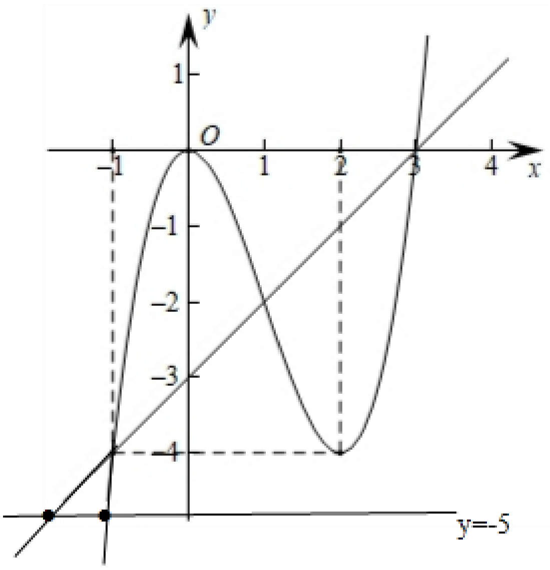
【解答】解：由函数图象可知，函数$y=x^2(x-3)$和$y=x-3$的图象有三个交点，

所以方程$x^2(x-3)=x-3$的解的个数为3；

作直线$y=-5$，如图，函数$y=x^2(x-3)$的图象与直线$y=-5$的交点在$y=x-3$的图象与直线$y=-5$的交点的右侧，

则$m>n$．

故答案为3；$m>n$．




16.【答案】①③．

【分析】①根据折线统计图提供的数据作答即可；

②根据折线统计图提供的数据作答即可；

③根据方差的意义作答即可．

【解答】解：①由图可知，4月4日的最高气温在4月是最低的，所以若按每日最高气温由高到低排序，4月4日排在第30位．故本结论正确，符合题意；

②由图可知，所以4月7日到4月8日气温上升幅度约为$\frac{20-15}{15}\times100\%\approx33.3\%$，4月24日到4月25日气温上升幅度约为$\frac{22-15}{15}\times100\%\approx46.7\%$，所以4月7日到4月8日气温上升幅度不是最大．故本结论错误，不符合题意；

③由图可知，4月上旬（1日至10日）的最高气温在11℃至27℃徘徊，中旬（11日至20日）的最高气温在19℃至28℃徘徊，下旬（21日至30日）的最高气温在15℃至26℃徘徊，所以上旬气温波动最大，中旬气温波动最小，下旬气温波动在上旬与中旬之间，所以$s_2^2<s_3^2<s_1^2$．故本结论正确，符合题意；

故答案为：①③．

**三、解答题（共68分，第17-22题，每题5分，第23-26题，每题6分，第27-28题，每题7分)解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．**

17.【答案】10．

【分析】根据二次根式乘除法法则进行计算即可得出结论．

【解答】解：$\sqrt{6}\times\sqrt{50}\div\sqrt{3}$

$=\sqrt{6\times50\div3}$

$=\sqrt{100}$

$=10$．

18.【答案】$3-2\sqrt{2}$．

【分析】先化简各式，然后再进行计算即可解答．

【解答】解：$(\sqrt{2023})^0+|-\sqrt{2}|-\sqrt{18}+(\sqrt{2})^2$

$=1+\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2$

$=3-2\sqrt{2}$．

19.【答案】4．

【分析】将 $a$ 的值代入 $a^2-2a=(a-1)^2-1$ 计算可得．

【解答】解：$a^2-2a=(a-1)^2-1$，

当 $a=\sqrt{5}+1$ 时，

原式$=(\sqrt{5}+1-1)^2-1$

$=5-1$

$=4$．

20.【答案】（1）直线 $l$ 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+2$；

（2）点 $P$ 的坐标为（$-2$，0）或（$-6$，0）或（0，1）或（0，3）．

【分析】（1）根据平移的规律求得直线 $l$ 为 $y=kx+2$，然后把点 $A$ 的坐标代入即可求得 $k=-\frac{1}{2}$；

（2）求得 $OB=2$，由 $S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABO}$ 得出 $AP=\frac{1}{2}OA=2$ 或 $BP=\frac{1}{2}OB=1$，从而求得点 $P$ 的坐标为（$-2$，0）或（$-6$，0）或（0，1）或（0，3）．

【解答】解：（1）将直线 $y=kx$ 沿 $y$ 轴向上平移 2 个单位后得到直线 $l$：$y=kx+2$，

∵$l$ 经过点 $A$（$-4$，0），

∴$0=4k+2$，解得 $k=-\frac{1}{2}$，

∴直线 $l$ 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+2$；

（2）设直线 $l$ 与 $y$ 轴交于点 $B$，则 $B$（0，2），

∵$A$（$-4$，0），

∴$OA=4$，$OB=2$，

∵点 $P$ 在坐标轴上，$S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABO}$，

∴$AP=\frac{1}{2}OA=2$ 或 $BP=\frac{1}{2}OB=1$，

∴点 $P$ 的坐标为（－2，0）或（－6，0）或（0，1）或（0，3）．

21．【答案】思路一：完成证明见解答；

思路二：完成证明见解答．

【分析】思路一：连接 $AC$，由 $AB\parallel CD$，得$\angle BAC=\angle DCA$，即可根据全等三角形的判定定理“$SAS$”证明$\triangle ABC\cong\triangle CDA$，得$\angle BCA=\angle DAC$，则 $BC\parallel AD$，即可根据平行四边形的定义证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形；

思路二：连接 $AC$，可证明$\triangle ABC\cong\triangle CDA$，得 $BC=DA$，而 $AB=CD$，即可根据“两组对边分别相等的四边形是平行四边形”证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形．

【解答】思路一：证明：

如图 2，连接 $AC$，

∵$AB\parallel CD$，

∴$\angle BAC=\angle DCA$，

在$\triangle ABC$ 和$\triangle CDA$ 中，

$$\begin{cases}AB=CD\\ \angle BAC=\angle DCA,\\ AC=CA\end{cases}$$

∴$\triangle ABC\cong\triangle CDA$（$SAS$），

∴$\angle BCA=\angle DAC$，

∴$BC\parallel AD$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形．

思路二：证明：如图 3，连接 $AC$，

∵$AB\parallel CD$，

∴$\angle BAC=\angle DCA$，

在$\triangle ABC$ 和$\triangle CDA$ 中，

$$\begin{cases}AB=CD\\ \angle BAC=\angle DCA,\\ AC=CA\end{cases}$$

∴$\triangle ABC\cong\triangle CDA$（$SAS$），

∴$BC=DA$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形．

22．【答案】见试题解答内容

【分析】（1）建立合适的平面直角坐标系，即可得出答案；

（2）由正方形 $FCDE$ 的面积得出 $FC^2=10$ 即可得出答案；

（3）当 $CH\perp BF$ 时，$CH$ 有最小值；由正方形 $ABFG$ 的面积求出 $BF=5$，由$\triangle BCF$ 的面积$=\frac{1}{2}BF\times CH$

$=\frac{1}{2}\times5\times3$，求出 $CH=3$ 即可.

【解答】解：（1）建立合适的平面直角坐标系如图 1 所示：

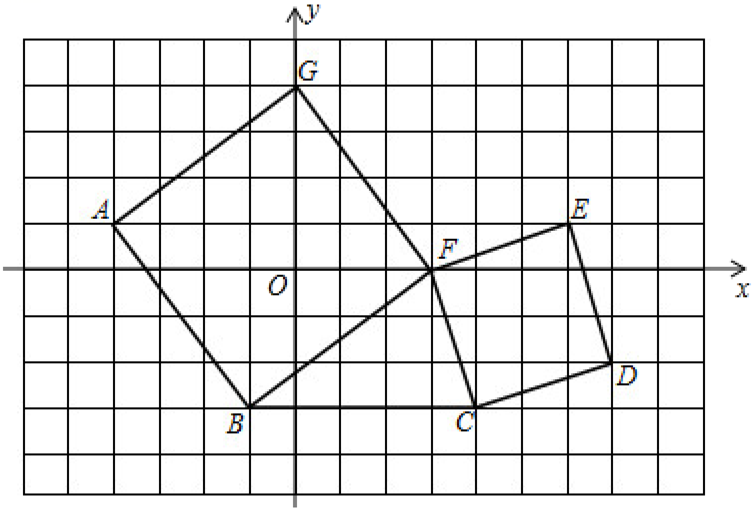



图 1

则点 $A$ 的坐标为（－4，1），点 $D$ 的坐标为（7，－2）；

故答案为：（－4，1），（7，－2）；

（2）∵正方形 $FCDE$ 的面积$=4\times4-4\times\frac{1}{2}\times1\times3=10$，正方形 $FCDE$ 的面积$=FC^2$，

∴$FC^2=10$，

∴$FC=\sqrt{10}$；

故答案为：$\sqrt{10}$；

（3）当 $CH\perp BF$ 时，$CH$ 有最小值；如图 2 所示：

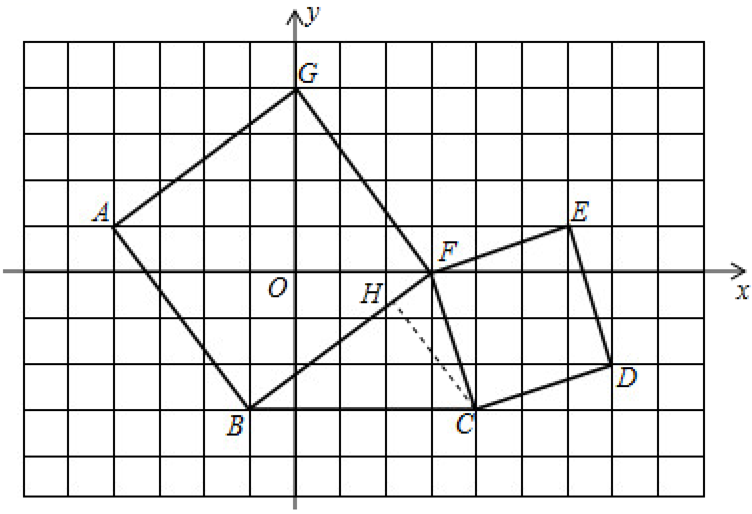



图 2

∵正方形 $ABFG$ 的面积$=7\times7-4\times\frac{1}{2}\times4\times3=25=BF^2$，

∴$BF=5$，

∵$\triangle BCF$ 的面积$=\frac{1}{2}BF\times CH=\frac{1}{2}\times5\times3$，

$\therefore \frac{1}{2}\times5\times CH=\frac{1}{2}\times5\times3$，

$\therefore CH=3$，

即 $CH$ 的最小值为 3．

23．【答案】（1）见解析；

（2）$2\sqrt{3}-2$．

【分析】（1）根据平行四边形的性质得到 $AC=2AO$，$BD=2BO$．根据矩形的判定定理即可得到结论；

（2）如图，根据矩形的性质得到$\angle DCB=\angle ABC=90°$，$BC=AD=2$．根据角平分线的定义得到$\angle ECB=\frac{1}{2}\angle DCB=45°$．根据勾股定理得到 $AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$．根据直角三角形的性质即可得到结论．

【解答】（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

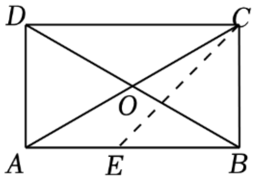
$\therefore AC=2AO$，$BD=2BO$．

$\because AO=BO$，

$\therefore AC=BD$，

∴平行四边形 $ABCD$ 为矩形；

（2）解：如图，




∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle DCB=\angle ABC=90°$，$BC=AD=2$．

∵$CE$ 为$\angle DCB$ 的平分线，

$\therefore \angle ECB=\frac{1}{2}\angle DCB=45°$．

$\because \angle ABC=90°$，$\angle CAB=30°$，$BC=2$，

$\therefore AC=2BC=4$，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$．

$\because \angle CBE=90°$，$\angle ECB=45°$，

$\therefore BE=BC=2$，

$\therefore AE=AB-BE=2\sqrt{3}-2$．

24．【答案】（1）①6；②画图略；（2）①（2，4），$\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases}$；②$m<2$．

【分析】（1）①依据题意，通过解析式代入可以得解；②依据题意，结合①可以得解；（2）①借助图象可得交点坐标，再结合方程组的解即对应交点坐标，进而得解；②依据题意画出图象分析即可得解．

【解答】解：（1）①当 $x=0$ 时，$y_2=6=b$．

故答案为：6．

②如图 1：

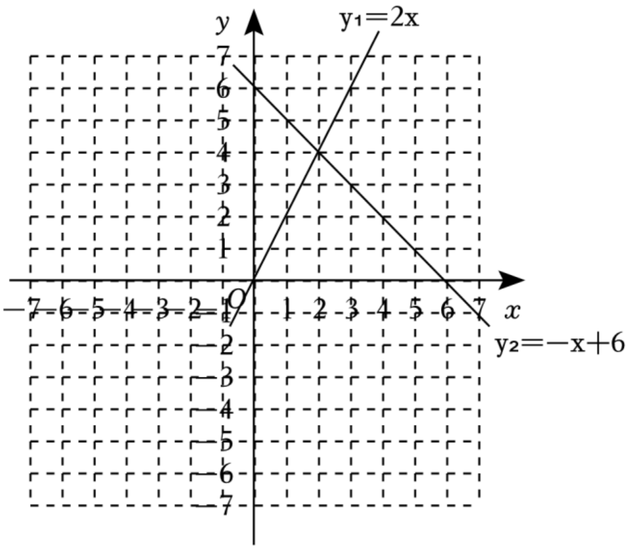



图1

（2）①由图象 1 得：函数 $y_1$，$y_2$ 的图象的交点坐标为（2，4），

则方程组的解为：$\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases}$，

故答案为：（2，4）；$\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases}$．

②画出函数 $y_1$，$y_2$ 的图象如图 2；

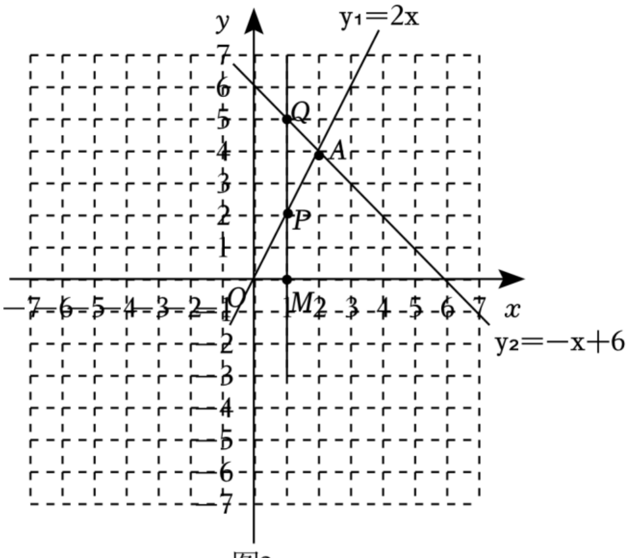



图2

如图 2，显然当 $PQ$ 在 $A$ 左侧时 $P$ 在 $Q$ 的下方，

又 $A$（2，4），

∴$m<2$．

故答案为：$m<2$．

25．【答案】（1）527；

（2）18；

（3）①．

【分析】（1）根据中位数的定义即可得到结论；

（2）根据频数分布直方图中的信息即可得到结论；

（3）根据中位数，方差的概念判断即可．

【解答】解：（1）∵共 43 个数据，

∴中位数是把 43 个数据从小到大排列后的第 22 个数据，

∵第 22 个数据落在 $500\leqslant x<600$ 组，

∴$n=527$；

故答案为：527；

（2）1978﹣2020 年北京的年降水量高于 547 毫米的年份共 $3+7+7+1=18$（个），

故答案为：18；

（3）①因为 698 大于 $n$，所以北京 2021 年降水量比 1978﹣2020 年中一半以上年份的年降水量高；故符合题意；

②已知 1978﹣2000 年北京的年降水量的方差为 21249，2001﹣2022 年北京的年降水量的方差为 13486．由此推断 2001﹣2022 年北京的年降水量的波动较小，故不符合题意；

③1 个底面边长为 10 分米的正方体集水箱 2022 年共可收集降水约 $100\times100\times493=4930$（升）故不符合题意．

故答案为：①．

26．【答案】（1）$b=1$，$m=2$；

（2）$n\leqslant -1$．

【分析】（1）根据待定系数法求解；

（2）根据数形结合，列式求解．

【解答】解：（1）∵函数 $y=2x$ 的图象过点（1，$m$），

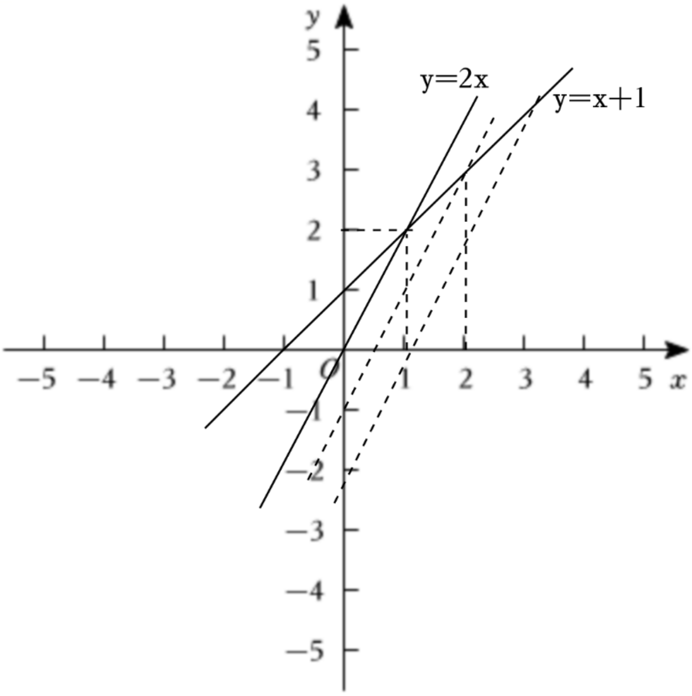
∴$m=2\times1=2$，

∵一次函数 $y=x+b$（$k\neq0$）的图象与函数 $y=2x$ 的图象交于点（1，2），

∴$2=1+b$，

∴$b=1$；

（2）如图：




当 $x=2$ 时，$y=x+1=3$，

把（2，3）代入 $y=2x+n$ 得，$4+n=3$，

解得：$n=-1$，

观察图象，当 $x<2$ 时，对于 $x$ 的每一个值，函数 $y=x+b$（$k\neq0$）的值大于函数 $y=2x+n$ 的值，则 $n\leq-1$.

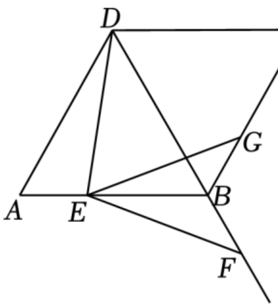
27.【答案】（1）见解析；

（2）$DF=CG+2AE$．证明见解析．

【分析】（1）根据题意补全图形，根据菱形的性质结合 $ED=EF$ 可推出 $\angle BDE=\angle BFE$，从而推出结论；

（2）连接 $DG$，根据菱形的性质结合 $\angle ABC=120°$ 推出 $\triangle ABD$ 为等边三角形，得出 $AD=DB$，$\angle ABF=120°$，由点 $F$ 关于 $AB$ 的对称点 $G$ 在线段 $BC$ 上，推出 $\triangle DEG$ 为等边三角形，根据 $SAS$ 证明 $\triangle ADE\cong\triangle BDG$ 得出 $AE=BG$，从而得出结果．

【解答】解：（1）补全的图形如图所示；




证明：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$\angle ADC=\angle ABC=120°$，

∴$\angle ADB=\frac{1}{2}\angle ADC=60°$，

$\angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC=60°$，

∴$\angle ADE+\angle BDE=60°$，

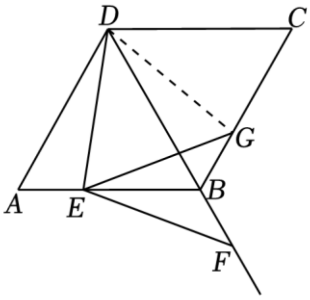
$\angle FEB+\angle BFE=60°$．

∵$ED=EF$，

∴$\angle BDE=\angle BFE$，

∴$\angle ADE=\angle FEB$．

（2）$AE$，$CG$，$DF$之间的数量关系：$DF=CG+2AE$．




证明：如图，连接$DG$．

∵四边形$ABCD$是菱形，$\angle ABC=120°$，

∴$\angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC=60°=\angle A$，

∴$\triangle ABD$为等边三角形，

∴$AD=DB$，$\angle ABF=120°$，

点$F$关于$AB$的对称点$G$在线段$BC$上，

∴$EG=EF=ED$，$\angle GEB=\angle FEB=\angle ADE$．

∵$\angle DEB=\angle A+\angle ADE=\angle DEG+\angle GEB$，

∴$\angle DEG=\angle A=60°$，

∴$\triangle DEG$为等边三角形，

∴$DE=DG$，$\angle EDG=60°$，

∴$\angle ADE+\angle EDB=\angle EDB+\angle BDG=60°$，

∴$\angle ADE=\angle BDG$，

∴$\triangle ADE\cong\triangle BDG$（$SAS$），

∴$AE=BG$，

∴$DF=DB+BF=BC+AE=CG+BG+AE=CG+2AE$．

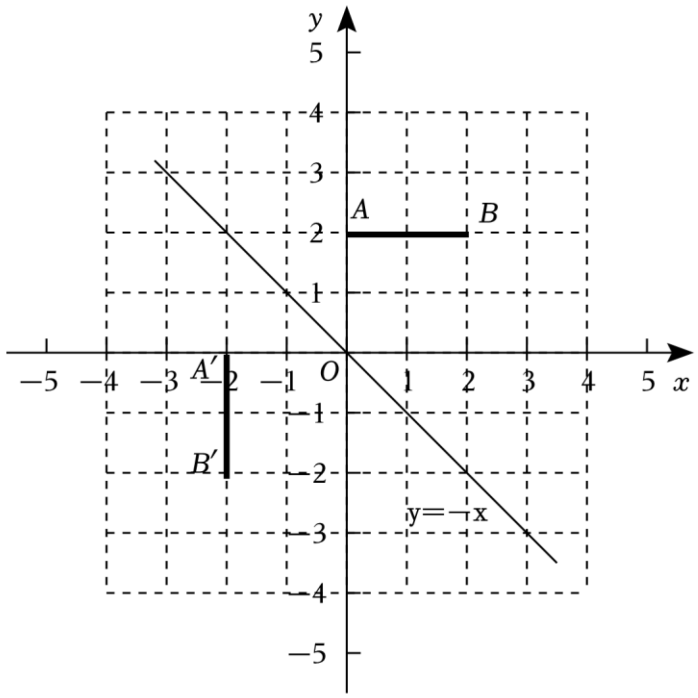
28．【答案】（1）$P_2$；

（2）$b$的取值范围是$0\leqslant b\leqslant 2$；

（3）$-2<n\leqslant -\sqrt{2}$或$\sqrt{2}\leqslant n<2$．

【分析】根据平面直角坐标系中一次函数图象的有关知识进行分析．

【解答】解：（1）由题意，对称点在线段$AB$上，那么点$P$必在线段$AB$的对称线段$A'B'$上，




∴$P_1$（﹣2，1），$P_2$（﹣2，﹣1），$P_3$（2，0）中，在线段 $A'B'$ 上的点仅有 $P_2$，

故答案为：$P_2$；

（2）令点 $P$ 关于直线 $l_2$ 的对称点为 $Q$，

∵点 $P$ 为直线 $l_2$ 的关联点，

∴点 $Q$ 在线段 $AB$ 上，

当点 $Q$ 与点 $A$ 重合时，点 $P$ 的坐标为（﹣2，0），

△$AOP$ 是等腰直角三角形，直线 $l_2$ 经过原点，此时 $b=0$；

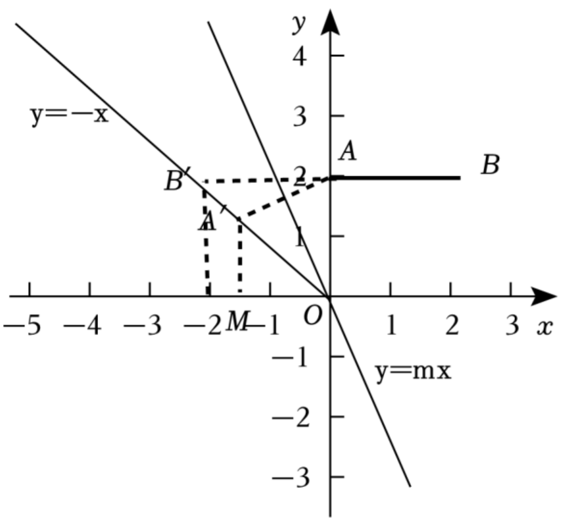
当点 $Q$ 与点 $B$ 重合时，点 $P$ 的坐标为（0，0），

△$ABO$ 是等腰直角三角形，直线 $l_2$ 经过点 $A$，此时 $b=2$.

综上所述，$b$ 的取值范围是 $0\leqslant b\leqslant 2$；

（3）因为 $N$（$n$，﹣$n$），则点 $N$ 在函数 $y=﹣x$ 的图象上，

当 $n\leqslant 0$ 时，点 $N$ 在第二象限.



若 $m>0$，则 $y=-x$（$x<0$）的图象关于直线 $y=mx$ 的对称图象与线段 $AB$ 没有交点，

所以 $m<0$． ①当 $l_3$ 与 $y$ 轴正半轴的夹角是 $22.5°$ 时，点 $A$ 关于 $l_3$ 的对称点 $A'$ $y=-x$ 上．

且 $OA'=OA=2$，则 $A'$ $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$，此时 $n=-\sqrt{2}$．

②当 $l_3$ 与 $y$ 轴正半轴的夹角大于 $22.5°$ 时，$y=-x$ 关于 $l_3$ 的对称图象与线段 $AB$ 没有交点．

③当 $l_3$ 与 $y$ 轴正半轴的夹角小于 $22.5°$ 时，$y=-x$ 关于 $l_3$ 的对称图象与线段 $AB$ 有交点，

且线段 $AB$ 关于 $y$ 轴的对称线段与 $y=-x$ 有交点 $B'$，且 $B'$ $(-2,2)$．

而 $l_3$ 不与 $y$ 轴重合，所以当 $l_3$ 与 $y$ 轴正半轴的夹角大于 $0°$，且小于等于 $22.5°$ 时，

$y=-x$（$x<0$）的图象关于 $l_3$ 的对称图象与线段 $AB$ 有交点．

此时 $n$ 的取值范围是：$-2<n\leqslant-\sqrt{2}$．

同理可得 当 $m>0$ 时，$n$ 的取值范围是：$\sqrt{2}\leqslant n<2$．

综上所述：$-2<n\leqslant-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}\leqslant n<2$．