# 2022 北京丰台初三二模

# 数　　学

考生须知：

1.本试卷共 7 页，共两部分，28 道题．满分 100 分．考试时间 120 分钟

2.在试卷和答题卡上准确填写姓名和考号．

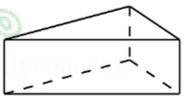
3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．

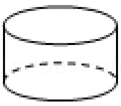
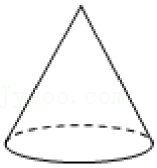
4.在答题卡上，选择题、作图题用 2$B$ 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作．

5.考试结束，将本试卷和答题卡一并交回．

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1．如图，下列水平放置的几何体中，侧面展开图是扇形的是(　　)

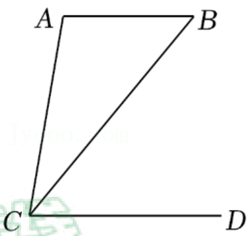
A．　　B．

C．　　D．

2．2021 年我国原油产量约 1.99 亿吨，连续 3 年回升．将 199000000 用科学记数法表示应为(　　)

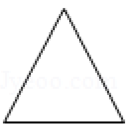
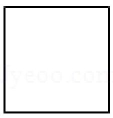
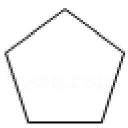
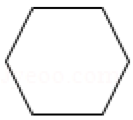
A．$199\times10^{6}$　　B．$1.99\times10^{8}$　　C．$1.99\times10^{9}$　　D．$0.199\times10^{9}$

3．如图，$AB//CD$，$\angle ACD=80^\circ$，$\angle ACB=30^\circ$，$\angle B$ 的度数为(　　)

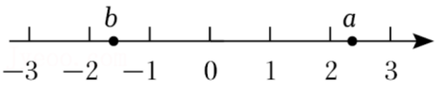



A．50°　　B．45°　　C．30°　　D．25°

4．下列多边形中，内角和最大的是(　　)

A．　　B．　　C．　　D．

5．实数 $a$，$b$ 在数轴上的对应点的位置如图所示，若实数 $c$ 满足 $b<c<a$，则 $c$ 的值可以是(　　)




A．$-3$　　B．$-2$　　C．2　　D．3

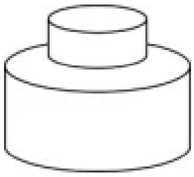
6．同时抛掷两枚质地均匀的硬币，则两枚硬币全部正面向上的概率是(　　)

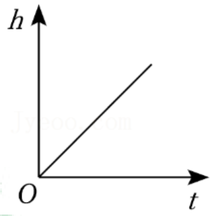
A．$\dfrac{2}{3}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{1}{4}$

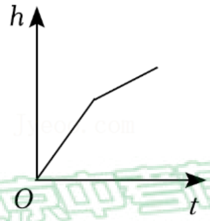
7．若 $n$ 为整数，且 $n<\sqrt{77}<n+1$，则 $n$ 的值是(　　)

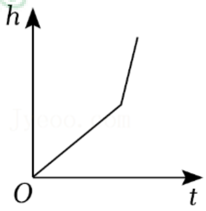
A．7　　B．8　　C．9　　D．10

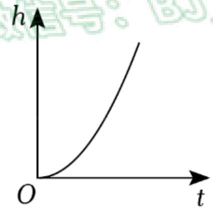
8．如图，某容器的底面水平放置，匀速地向此容器内注水，在注满水的过程中，水面的高度 $h$ 与时间 $t$ 的函数关系的图象大致是(　　)



A．


B．


C．


D．


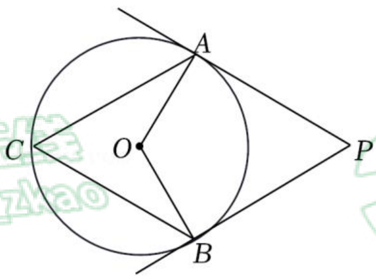
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则 $x$ 的取值范围是____．

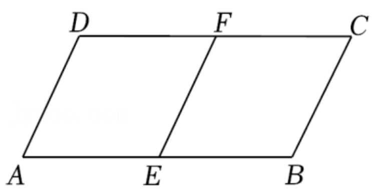
10．方程 $\frac{1}{x}=\frac{3}{x+2}$ 的解是_____．

11．已知关于 $x$ 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个不相等的实数根，则 $m$ 的取值范围是____．

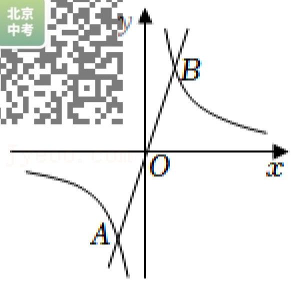
12．如图，$PA$，$PB$ 是 $\odot O$ 的切线，$A$，$B$ 为切点，点 $C$ 在 $\odot O$ 上，若 $\angle APB=60^\circ$，则 $\angle ACB=$____$^\circ$．



13．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$E$，$F$ 分别是 $AB$，$CD$ 的中点，连接 $EF$．只需添加一个条件即可证明四边形 $EFCB$ 是菱形，这个条件可以是 ____（写出一个即可）．



14．如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，直线 $y=3x$ 与双曲线 $y=\frac{m}{x}(m\neq 0)$ 交于 $A$，$B$ 两点，若点 $A$，$B$ 的横坐标分别为 $x_1$，$x_2$，则 $x_1+x_2=$____．




15．甲、乙两台包装机同时包装糖果，分别从中随机抽取 5 袋，测得它们的实际质量（单位：$g$) 如表所示：

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 甲 | 100 | 102 | 99 | 101 | 98 |
| 乙 | 100 | 97 | 104 | 97 | 102 |

那么 ____包装机包装的 5 袋糖果的质量比较稳定（填“甲”或“乙”）.

16．某超市现有 $n$ 个人在收银台排队等候结账．设结账人数按固定的速度增加，收银员结账的速度也是固定的．若同时开放 2 个收银台，需要 20 分钟可使排队等候人数为 0；若同时开放 3 个收银台，需要 12 分钟可使排队等候人数为 0．为减少顾客等待结账的时间，需要 6 分钟内使排队等候人数为 0，则需要至少同时开放 ____个收银台.

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17．（5 分）计算：$|-3|-4\sin 45°+\sqrt{8}+(\pi-3)^0$

18．（5 分）解不等式组：$\begin{cases}2x-3>x-2,\\ \dfrac{3x-2}{2}<x+1\end{cases}$.

19．（5 分）已知 $3a^2+b^2-2=0$，求代数式 $(a+b)^2+2a(a-b)$ 的值.

20．（5 分）已知：如图，射线 $AM$ .

求作：$\Delta ABC$，使得 $\angle ABC=90°$，$\angle BAC=30°$ .

作法：与在射线 $AM$ 上任取一点 $O$（不与点 $A$ 重合)；

②以点 $O$ 为圆心，$OA$ 长为半径画弧，交射线 $AM$ 于 $A$，$C$ 两点；

③以点 $C$ 为圆心，$CO$ 长为半径画弧，交 $AC$ 于点 $B$；

④连接 $AB$，$BC$ .

$\Delta ABC$ 就是所求作的三角形.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹)；

（2）完成下面的证明：

证明：连接 $OB$ .

在 $\odot O$ 中，$OB=OC$ .

在 $\odot C$ 中，$OC=BC$ .

$\therefore OB=OC=BC$ .

$\therefore \Delta OCB$ 是等边三角形.

$\therefore \angle ACB=60°$ .

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ABC=$____$°$(____)（填推理的依据).

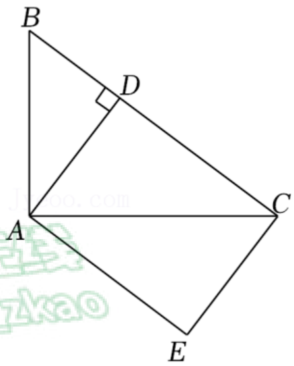
$\angle ACB + \angle BAC = 90°$.

$\therefore \angle BAC = 30°$.


21.（6分）如图，在$\Delta ABC$中，$\angle BAC = 90°$，$AD \perp BC$，垂足为$D$，$AE//BC$，$CE//DA$.

（1）求证：四边形$AECD$是矩形；

（2）若$AB = 5$，$\cos B = \dfrac{3}{5}$，求$AE$的长.




22.（5分）在平面直角坐标系$xOy$中，一次函数$y = kx + b(k \neq 0)$的图象由函数$y = x$的图象向下平移4个单位长度得到.

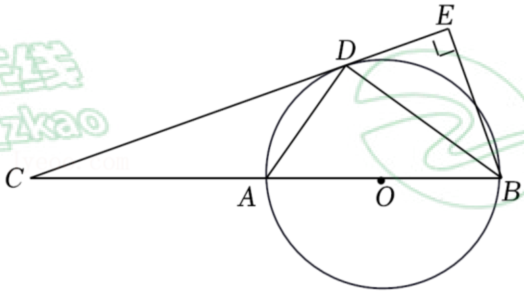
（1）求这个一次函数的解析式；

（2）一次函数$y = kx + b$的图象与$x$轴的交点为$A$，函数$y = mx(m < 0)$的图象与一次函数$y = kx + b$的图象的交点为$B$，记线段$OA$，$AB$，$BO$围成的区域（不含边界）为$W$．横、纵坐标都是整数的点叫做整点．若区域$W$内恰有2个整点，直接写出$m$的取值范围.

23.（6分）如图，$AB$是$\odot O$的直径，$C$为$BA$延长线上一点，过点$C$作$\odot O$的切线，切点为$D$，过点$B$作$BE \perp CD$于点$E$，连接$AD$，$BD$.

（1）求证：$\angle ABD = \angle DBE$；

（2）如果$CA = AB$，$BD = 4$，求$BE$的长.




24.（6分）跳台滑雪是冬季奥运会比赛项目之一．记运动员在该项目的运动过程中的某个位置与起跳点的水平距离为$x$（单位：$m$)，竖直高度为$y$（单位：$m$)，下面记录了甲运动员起跳后的运动过程中的七组数据：

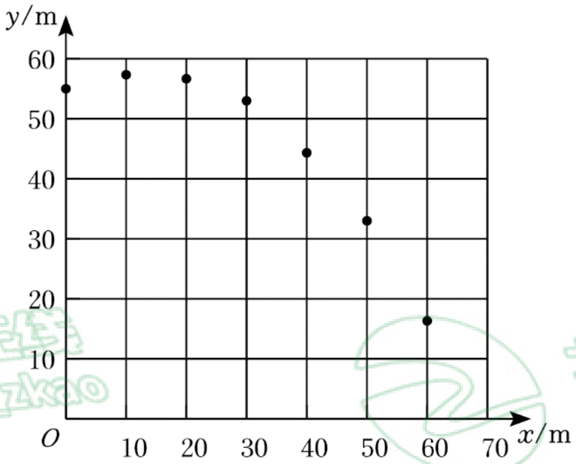
| $x/m$ | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y/m$ | 54.0 | 57.8 | 57.6 | 53.4 | 45.2 | 33.0 | 16.8 |

下面是小明的探究过程，请补充完整：

（1）为观察$y$与$x$之间的关系，建立坐标系，以$x$为横坐标，$y$为纵坐标，描出表中数据对应的7个点，并用平滑的曲线连接它们；

（2）观察发现，（1）中的曲线可以看作是 ____的一部分（填“抛物线”或“双曲线”），结合图象，可推断出水平距离约为 ____ $m$（结果保留小数点后一位）时，甲运动员起跳后达到最高点；

（3）乙运动员在此跳台进行训练，若乙运动员在运动过程中的最高点的竖直高度达到 $61m$，则乙运动员运动中的最高点比甲运动员运动中的最高点 ____（填写“高”或“低”）约 ____ $m$（结果保留小数点后一位）.




25.（5 分）2022 年是中国共产主义青年团建团 100 周年．某校团委组织七、八年级学生开展主题为“成团百年，勇当先锋”的团史知识学习活动．为了解这两个年级学生团史知识的学习情况，从七、八年级的学生中，各随机抽取了 20 名学生进行测试，获得了他们的成绩（百分制，且成绩均为整数），并对数据（成绩）进行了整理、描述和分析，下面给出了部分信息．

$a$．该校七年级抽取的学生测试成绩的数据的频数分布直方图如下（数据分为 5 组：$75 \leqslant x < 80$，$80 \leqslant x < 85$，$85 \leqslant x < 90$，$90 \leqslant x < 95$，$95 \leqslant x \leqslant 100$）：

$b$．该校七年级抽取的学生测试成绩的数据在 $85 \leqslant x < 90$ 这一组的是：85，85，85，86，87，88

$c$．该校七、八年级抽取的学生的测试成绩的数据的平均数、中位数、众数如下：

| | 平均数 | 中位数 | 众数 |
|---|---|---|---|
| 七年级 | 85.2 | $m$ | 85 |
| 八年级 | 87.1 | 89.5 | 90 |

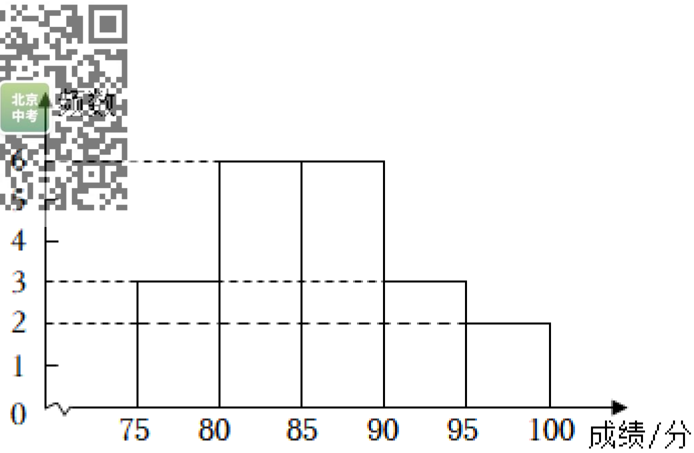
根据以上信息，回答下列问题：

（1）写出表中 $m$ 的值；

（2）此次测试成绩 90 分及 90 分以上为优秀．

①记该校七年级抽取的学生中成绩优秀的人数是 $x_1$，八年级抽取的学生中成绩优秀的人数为 $x_2$．比较 $x_1$，$x_2$ 的大小，并说明理由；

②该校七、八年级各有 200 名学生，假设该校七、八年级学生全部参加此次测试，请估计成绩优秀的学生总人数（直接写出结果）．




26.（6 分）在平面直角坐标系 $xOy$ 中，已知抛物线 $y=x^2-2ax-3$.

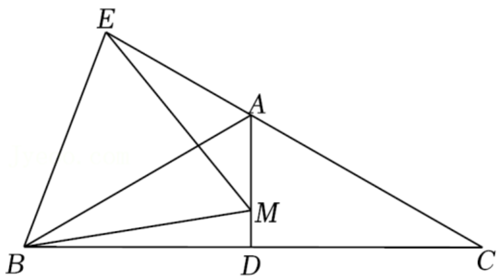
（1）求该抛物线的对称轴（用含 $a$ 的式子表示）；

（2）$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$ 为该抛物线上的两点，若 $x_1=1-2a$，$x_2=a+1$，且 $y_1>y_2$，求 $a$ 的取值范围.

27.（7 分）如图，在 $\Delta ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle BAC=120^\circ$，$D$ 是 $BC$ 中点，连接 $AD$. 点 $M$ 在线段 $AD$ 上（不与点 $A$，$D$ 重合），连接 $MB$，点 $E$ 在 $CA$ 的延长线上且 $ME=MB$，连接 $EB$.

（1）比较 $\angle ABM$ 与 $\angle AEM$ 的大小，并证明；

（2）用等式表示线段 $AM$，$AB$，$AE$ 之间的数量关系，并证明.




28.（7 分）在平面直角坐标系 $xOy$ 中，$\odot O$ 的半径为 1，$A$ 为任意一点，$B$ 为 $\odot O$ 上任意一点．给出如下定义：记 $A$，$B$ 两点间的距离的最小值为 $p$（规定：点 $A$ 在 $\odot O$ 上时，$p=0$），最大值为 $q$，那么把 $\dfrac{p+q}{2}$ 的值称为点 $A$ 与 $\odot O$ 的“关联距离”，记作 $d(A,\odot O)$.

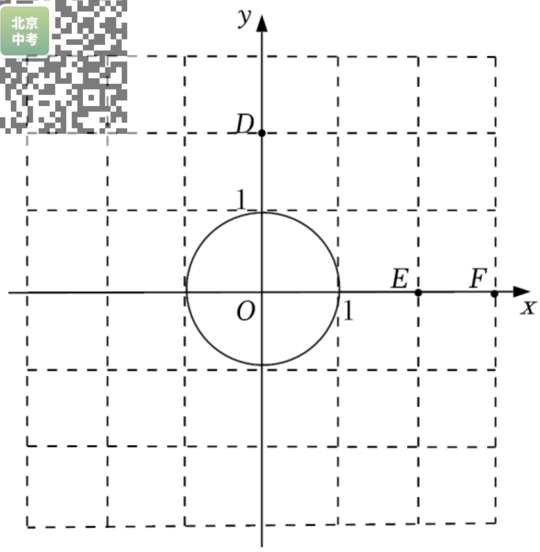
（1）如图，点 $D$，$E$，$F$ 的横、纵坐标都是整数.

① $d(D,\odot O)=$____；

②若点 $M$ 在线段 $EF$ 上，求 $d(M,\odot O)$ 的取值范围；

（2）若点 $N$ 在直线 $y=\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$ 上，直接写出 $d(N,\odot O)$ 的取值范围；

（3）正方形的边长为 $m$，若点 $P$ 在该正方形的边上运动时，满足 $d(P,\odot O)$ 的最小值为 1，最大值为 $\sqrt{10}$，直接写出 $m$ 的最小值和最大值.



y
D
1
E
F
x
O
1

# 参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1.【分析】根据几何体的展开图：三棱柱的侧面展开图是三个长方形；四棱柱的侧面展开图是四个长方形；圆柱的侧面展开图是矩形；圆锥的侧面展开图是扇形；可得答案.

【解答】解：$A$、侧面展开图是三个长方形，故此选项不符合题意；

$B$、侧面展开图是四个长方形，故此选项不符合题意；

$C$、侧面展开图是一个长方形，故此选项不符合题意；

$D$、侧面展开图是扇形，故此选项符合题意.

故选：$D$.

【点评】本题考查了几何体的展开图，记住常用几何体的侧面展开图是解题的关键.

2.【分析】先确定 $a$ 的值是 1.99，再根据 $n$ 为整数位数减一确定 $n$，得到答案.

【解答】解：$199000000=1.99\times10^{8}$，

故选：$B$.

【点评】本题考查的是科学记数法—表示较大的数，把一个大于 10 的数记成 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $a$ 是整数数位只有一位的数，$n$ 是正整数，这种记数法叫做科学记数法，科学记数法形式：$a\times10^{n}$，其中 $1\leqslant a<10$，$n$ 为正整数.

3.【分析】根据“两直线平行，内错角相等”求解即可.

【解答】解：$\because\angle ACD=80^{\circ}$，$\angle ACB=30^{\circ}$，

$\therefore\angle BCD=\angle ACD-\angle ACB=50^{\circ}$，

$\because AB//CD$，

$\therefore\angle B=\angle BCD=50^{\circ}$，

故选：$A$.

【点评】此题考查了平行线的性质，熟记平行线的性质定理是解题的关键.

4.【分析】根据多边形的内角和公式求解即可.

【解答】解：$A$．三角形的内角和为 $180^{\circ}$；

$B$．四边形的内角和为 $360^{\circ}$；

$C$．五边形的内角和为：$(5-2)\times180^{\circ}=540^{\circ}$；

$D$．六边形的内角和为：$(6-2)\times180^{\circ}=720^{\circ}$；

故选：$D$.

【点评】此题考查了多边形的内角与外角，熟记多边形的内角和公式是解题的关键.

5.【分析】利用数轴上点位置可知，表示数 $c$ 的点应在表示数 $b$ 与数 $a$ 的两点之间，由此可求得结论.

【解答】解：$\because$ 实数 $c$ 满足 $b<c<a$，

$\therefore$ 在数轴上，表示数 $c$ 的点应在表示数 $b$ 与数 $a$ 的两点之间，

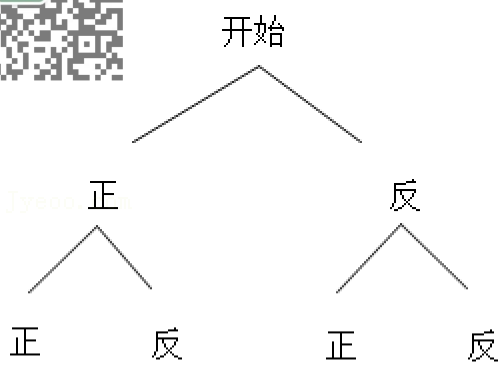
在 $-3$，$-2$，2，3 中，只有 2 符合题意，

故选：$C$.

【点评】本题主要考查了实数与数轴，正确理解实数与数轴上的点的一一对应关系是解题的关键.

6.【分析】列出所有等可能的结果，再根据概率公式求解即可.

【解答】解：画树状图如图．




$\because$ 共有 4 种等可能的结果，其中两枚硬币全部正面向上的结果有 1 种，

$\therefore$ 两枚硬币全部正面向上的概率为 $\frac{1}{4}$．

故选：$D$．

【点评】本题考查列表法与树状图法，熟练掌握列表法与树状图法是解答本题的关键．

7．【分析】根据算术平方根的性质估计．

【解答】解：$\because 64<77<81$，

$\therefore \sqrt{64}<\sqrt{77}<\sqrt{81}$，

$\therefore 8<\sqrt{77}<9$，

$\because n<\sqrt{77}<n+1$，

$\therefore n=8$．

故选 $B$．

【点评】本题考查无理数的估计，正确掌握算术平方根的性质是求解本题的关键．

8．【分析】根据图象可知，容器底部直径较大，上部直径较小，故注水过程的水的高度是先慢后快．

【解答】解：因为根据图象可知，容器底部直径较大，上部直径较小，

故注水过程的水的高度是先慢后快，故选项 $C$ 符合题意，

故选：$C$．

【点评】本题主要考查函数图象的知识，根据 $V$ 与 $h$ 的变化规律排除不合适的选项是解题的关键．

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．【分析】根据被开方数大于等于 0 列式进行计算即可求解．

【解答】解：根据题意得 $x-3\geqslant 0$，

解得 $x\geqslant 3$．

故答案为：$x\geqslant 3$．

【点评】本题考查了二次根式有意义的条件，知识点为：二次根式的被开方数是非负数．

10．【分析】首先去掉分母，然后解一元一次方程，最后检验即可求解．

【解答】解：$\frac{1}{x}=\frac{3}{x+2}$，

$\therefore x+2=3x$，

$\therefore x=1$，

检验：当$x=1$时，$x(x+2)\neq 0$，

$\therefore$原方程的解为$x=1$.

故答案为：$x=1$.

【点评】此题主要考查了解分式方程，其中：

（1）解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解；

（2）解分式方程一定注意要验根.

11.【分析】关于$x$的方程$x^2-2x+m=0$有两个不相等的实数根，即判别式$\triangle=b^2-4ac>0$．即可得到关于$m$的不等式，从而求得$m$的范围.

【解答】解：$\because a=1$，$b=-2$，$c=m$，

$\therefore \triangle=b^2-4ac=(-2)^2-4\times 1\times m=4-4m>0$，

解得：$m<1$.

故答案为$m<1$.

【点评】本题考查了一元二次方程根的情况与判别式$\triangle$的关系：

（1）$\triangle>0\Leftrightarrow$方程有两个不相等的实数根；

（2）$\triangle=0\Leftrightarrow$方程有两个相等的实数根；

（3）$\triangle<0\Leftrightarrow$方程没有实数根.

12.【分析】先根据切线的性质得到$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$，再利用四边形的内角和计算出$\angle AOB=120^\circ$，然后根据圆周角定理得到$\angle ACB$的度数.

【解答】解：$\because PA$，$PB$是$\odot O$的切线，$A$，$B$为切点，

$\therefore OA\perp PA$，$OB\perp PB$，

$\therefore \angle PAO=\angle PBO=90^\circ$，

$\therefore \angle AOB=180^\circ-\angle APB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$，

$\therefore \angle ACB=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times 120^\circ=60^\circ$.

故答案为：60.

【点评】本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径．也考查了圆周角定理.

13.【分析】先证四边形$EFCB$是平行四边形，再由菱形的判定即可得出结论.

【解答】解：这个条件可以是$CF=CB$，理由如下：，

$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AB//CD$，

$\because E$，$F$分别是$AB$，$CD$的中点，

$\therefore BE=\dfrac{1}{2}AB$，$CF=\dfrac{1}{2}CD$，

$\therefore BE=CF$，

$\therefore$四边形$EFCB$是平行四边形，

又$\because CF=CB$，

$\therefore$平行四边形$EFCB$是菱形，

故答案为：$CF=CB$（答案不唯一）．

【点评】本题考查了菱形的判定、平行四边形的判定和性质等知识，熟练掌握菱形的判定是解题的关键．

14.【分析】根据反比例函数与正比例函数的中心对称性可得 $x_1=-x_2$，进一步计算即可．

【解答】解：$\because$ 反比例函数与正比例函数都是关于原点成中心对称，

又 $\because$ 直线 $y=3x$ 与双曲线 $y=\dfrac{m}{x}(m\neq 0)$ 交于 $A$，$B$ 两点，

$\therefore x_1=-x_2$，

$\therefore x_1+x_2=0$，

故答案为：0．

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，熟练掌握反比例函数的中心对称性是解题的关键．

15.【分析】根据平均数就是对每组数求和后除以数的个数；根据方差公式计算即可；方差大说明这组数据波动大，方差小则波动小，就比较稳定，依此判断即可．

【解答】解：$\bar{x}_{甲}=(100+102+99+101+98)\div 5=100$，

$\bar{x}_{乙}=(100+97+104+97+102)\div 2=100$，

$S^2$ _甲，

$S^2$ _乙；

$\because S^2$ _甲，

$\therefore$ 甲包装机包装 10 袋糖果的质量比较稳定．

故答案为：甲．

【点评】本题主要考查了平均数、方差的计算以及它们的意义，正确记忆计算公式是解题的关键．

16.【分析】设结账人数每分钟增加 $x$ 人，收银员每分钟给 $y$ 人结账，根据“同时开放 2 个收银台，需要 20 分钟可使排队等候人数为 0；同时开放 3 个收银台，需要 12 分钟可使排队等候人数为 0”，即可得出关于 $x$，$y$ 的二元一次方程组，解之即可用含 $n$ 的代数式表示出 $x$，$y$ 的值，设同时开放 $m$ 个收银台，根据需要 6 分钟内使排队等候人数为 0，即可得出关于 $m$ 的一元一次不等式，解之即可得出 $m$ 的取值范围，再取其中的最小整数值即可得出结论．

【解答】解：设结账人数每分钟增加 $x$ 人，收银员每分钟给 $y$ 人结账，

依题意得：$\begin{cases}20\times 2y=20x+n\\12\times 3y=12x+n\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=\dfrac{1}{60}n\\y=\dfrac{1}{30}n\end{cases}$．

设同时开放 $m$ 个收银台，

则 $6my>6x+n$，

解得：$m>\dfrac{11}{2}$，

又 $\because m$ 为整数，

$\therefore m$ 的最小值为 6．

故答案为：6．

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用以及一元一次不等式的应用，根据各数量之间的关系，正确列出一元一次不等式是解题的关键．

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17．【分析】原式第一项利用绝对值的意义化简，第二项利用特殊角的三角函数值计算，第三项化为最简二次根式，第四项利用零指数幂法则计算即可得到结果．

【解答】解：原式$=3-4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{2}+1=3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}+1=4$．

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

18．【分析】先分别求出两个不等式的解集，再写出不等式组的解集即可．

【解答】解：$\begin{cases}2x-3>x-2① \\ \dfrac{3x-2}{2}<x+1②\end{cases}$

解不等式①，得 $x>1$，

解不等式②，得 $x<4$，

$\therefore$不等式组的解集为$1<x<4$．

【点评】本题考查解不等式组，求不等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大取中间，大大小小找不到（无解）．

19．【分析】利用已知方程，求得代数式$3a^2+b^2$的值是 2，整体代入后面化简后的式子即可．

【解答】解：$\because 3a^2+b^2-2=0$，

$\therefore 3a^2+b^2=2$，

$\therefore (a+b)^2+2a(a-b)$

$=a^2+2ab+b^2+2a^2-2ab$

$=3a^2+b^2$

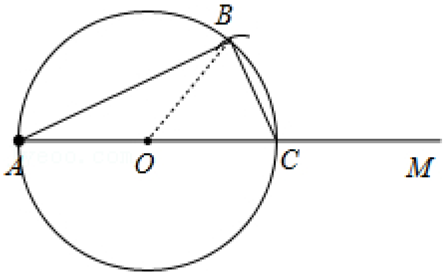
$=2$．

【点评】本题考查了代数式的值，解题的关键是化简代数式，整体代入．

20．【分析】（1）根据几何语言画出对应的几何图形；

（2）连接$OB$，先证明$\Delta OCB$是等边三角形得到$\angle ACB=60^\circ$，再根据圆周角定理得到$\angle ABC=90^\circ$，然后利用互余计算得到$\angle BAC=30^\circ$．

【解答】解：（1）如图，$\Delta ABC$ 为所求作；




（2）完成下面的证明：

证明：连接 $OB$，

在 $\odot O$ 中， $OB=OC$，

在 $\odot C$ 中， $OC=BC$，

$\therefore OB=OC=BC$，

$\therefore \Delta OCB$ 是等边三角形，

$\therefore \angle ACB=60^\circ$，

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ABC=90^\circ$（直径所对的圆周角为直角），

$\therefore \angle ACB+\angle BAC=90^\circ$，

$\therefore \angle BAC=30^\circ$.

故答案为：90，直径所对的圆周角为直角.

【点评】本题考查了作图－复杂作图：解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．也考查了圆周角定理.

21.【分析】（1）先证四边形 $AECD$ 是平行四边形，再证 $\angle ADC=90^\circ$，然后由矩形的判定即可得出结论；

（2）由锐角三角函数定义得 $BC=\dfrac{25}{3}$， $BD=3$，则 $CD=BC-BD=\dfrac{10}{3}$，再由矩形的性质即可得出结论.

【解答】（1）证明：$\because AE//BC$， $CE//DA$，

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是平行四边形，

$\because AD\perp BC$，

$\therefore \angle ADC=90^\circ$，

$\therefore$ 平行四边形 $AECD$ 是矩形；

（2）解：$\because \angle BAC=90^\circ$， $AB=5$， $\cos B=\dfrac{3}{5}=\dfrac{AB}{BC}$，

$\therefore BC=\dfrac{5}{3}AB=\dfrac{25}{3}$，

$\because AD\perp BC$，

$\therefore \angle ADB=90^\circ$，

$\because AB=5$， $\cos B=\dfrac{3}{5}=\dfrac{BD}{AB}$，

$\therefore BD=3$，

$\therefore CD=BC-BD=\dfrac{25}{3}-5=\dfrac{10}{3}$，

由（1）可知，四边形 $AECD$ 是矩形，

$\therefore AE=CD=\dfrac{10}{3}$，

即 $AE$ 的长为 $\dfrac{10}{3}$.

【点评】本题考查了矩形的判定与性质、平行四边形的判定与性质、锐角三角函数定义等知识，熟练掌握矩形的判定与性质是解题的关键.

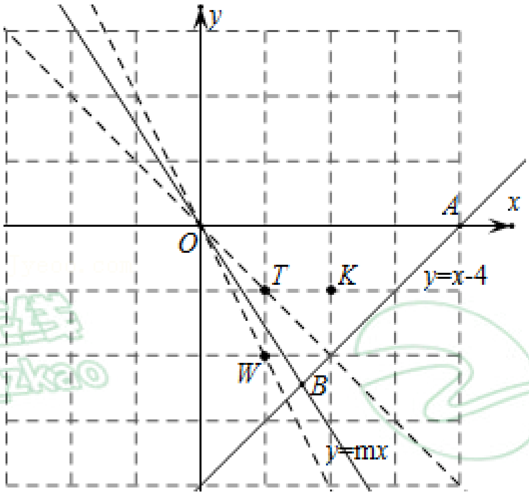
22.【分析】（1）由函数图象平移规律“上加下减，左加右减”直接得到一次函数 $y=kx+b$ 的解析式；

（2）画出图象，数形结合即可得到答案.

【解答】解：（1）$\because$ 函数 $y=x$ 的图象向下平移 4 个单位长度得函数 $y=x-4$ 的图象，

$\therefore$ 一次函数 $y=kx+b$ 的解析式为 $y=x-4$；

（2）区域 $W$ 内恰有 2 个整点，这两个整点为 $K(2,-1)$ 和 $T(1,-1)$，如图：




当函数 $y=mx$ 的图象过 $T(1,-1)$ 时，$m=-1$，

当函数 $y=mx$ 的图象过 $W(1,-2)$ 时，$m=-2$，

$\because$ 区域 $W$ 内不含边界，

$\therefore$ 由图可得区域 $W$ 内恰有 2 个整点，$m$ 的取值范围是 $-2\leqslant m<-1$.

【点评】本题考查一次函数的综合应用，解题的关键是掌握函数图象的平移变换规律及数形结合思想的应用.

23.【分析】（1）连接 $OD$，由切线的性质得 $CD\perp OD$，再证 $OD//BE$，得 $\angle ODB=\angle DBE$，然后由等腰三角形的性质得 $\angle ODB=\angle ABD$，即可得出结论；

（2）设 $OA=x$，则 $CA=2x$，$OC=3x$，证 $\Delta COD\backsim\Delta CBE$，得 $x=\dfrac{3}{4}BE$，再由圆周角定理得 $\angle ADB=90^\circ$，然后证 $\Delta ABD\backsim\Delta DBE$，得 $\dfrac{AB}{BD}=\dfrac{BD}{BE}$，即可解决问题.

【解答】（1）证明：如图，连接 $OD$，

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore CD\perp OD$，

$\because BE\perp CD$，

$\therefore OD//BE$，

$\therefore \angle ODB=\angle DBE$，

$\because OD=OB$，

$\therefore \angle ODB=\angle ABD$，

$\therefore \angle ABD=\angle DBE$；

（2）解：设 $OA=x$，则 $CA=AB=2x$，

$OC=OA+CA=x+2x=3x$，

$\because OD // BE$，

$\therefore \Delta COD \backsim \Delta CBE$，

$\therefore \dfrac{OD}{BE} = \dfrac{CO}{CB} = \dfrac{3x}{4x} = \dfrac{3}{4}$，

即 $\dfrac{x}{BE} = \dfrac{3}{4}$，

$\therefore x = \dfrac{3}{4}BE$，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$，

$\because BE \perp CD$，

$\therefore \angle E = \angle ADB$，

$\because \angle ABD = \angle DBE$，

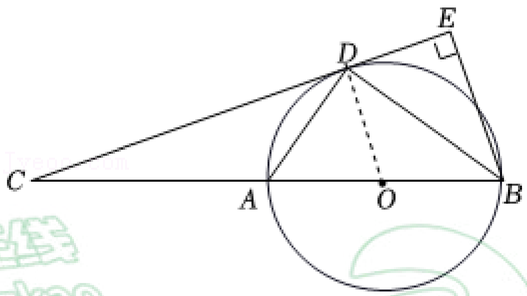
$\therefore \Delta ABD \backsim \Delta DBE$，

$\therefore \dfrac{AB}{BD} = \dfrac{BD}{BE}$，

即 $\dfrac{2 \times \frac{3}{4}BE}{4} = \dfrac{4}{BE}$，

解得：$BE = \dfrac{4}{3}\sqrt{6}$（负值已舍去），

即 $BE$ 的长为 $\dfrac{4}{3}\sqrt{6}$.



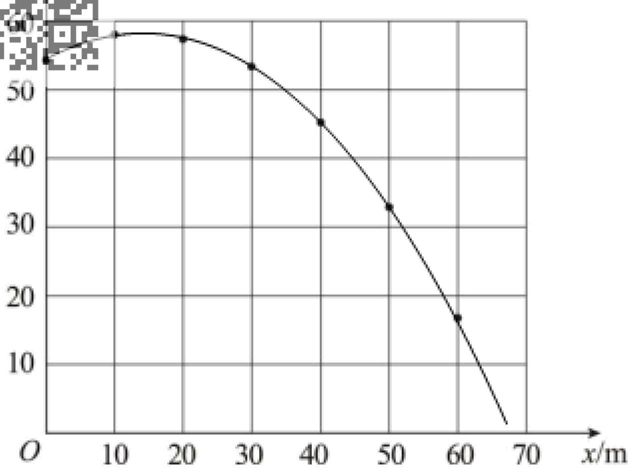

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质、切线的性质、平行线的判定与性质、等腰三角形的性质、圆周角定理等知识，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题的关键.

24.【分析】（1）用光滑曲线将各个点连接起来即可；

（2）观察图象可得出，曲线可看作抛物线的一部分，结合图象，可得出抛物线的解析式，即可得出甲运动员何时达到最高点；

（3）在（2）的基础上，可得出甲的最高点，再比较即可得出结论.

【解答】解：（1）如图所示：




（2）由图象可知，曲线可看作抛物线的一部分，

设该抛物线的解析式为：$y=ax^2+bx+c$，

将$(0,54)$，$(10.57.8)$，$(50,33)$代入，得$\begin{cases}c=54\\100a+10b+c=57.8\\2500a+50b+c=33\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=-0.02\\b=0.58\\c=54\end{cases}$．

$\therefore y=-0.02x^2+0.58x+54$．

当$x=-\dfrac{0.58}{2\times(-0.02)}=14.5$时，$y$最大，

$\therefore$当水平距离为$14.5m$时，取最高；

故答案为：抛物线；14.5；

（3）甲最高为$y=\dfrac{4\times(-0.02)\times54-0.58^2}{4\times(-0.02)}=58.205(m)$，

$\therefore 61-58.205=2.795\approx2.8(m)$，

故答案为：高；2.8．

【点评】本题属于二次函数的应用，主要考查待定函数求函数解析式，二次函数的性质，解题的关键在于掌握由二次函数的图象建立二次函数模型．

25．【分析】（1）根据七年级抽取了 20 名学生，第 10，11 名学生的成绩为 85 分，85 分，即可求出$m$的值；

（2）①分别求出七、八两个年级的优秀学生人数，进而可得结论；

②用样本的优秀率估计总体的优秀率，根据总人数和优秀率求得优秀人数．

【解答】解：（1）$\because$七年级抽取了 20 名学生，第 10，11 名学生的成绩为 85 分，85 分，

$\therefore m=\dfrac{85+85}{2}=85$（分）；

（2）①由七年级成绩可得$x_1=3+2=5$，

$\because$八年级的中位数是 89.5，

$\therefore x_2 = 10$，

$\therefore x_1 < x_2$；

② $(200+200)\times\dfrac{5+10}{40}=150$（人），

答：估计成绩优秀的学生总人数约为 150 人.

【点评】本题考查频数分布直方图、用样本估计总体、中位数的意义及求法，理解各个统计量的意义，明确各个统计量的特点是解决问题的前提和关键.

26.【分析】（1）根据抛物线对称轴公式：$x=-\dfrac{b}{2a}$，即可得到答案；

（2）分三种情况讨论，得到关于 $a$ 的不等式，解不等式即可.

【解答】解：（1）$\because$ 抛物线 $y=x^2-2ax-3$，

$\therefore$ 该抛物线的对称轴为直线 $x=-\dfrac{-2a}{2\times1}=a$；

（2）①当 $a<x_2<x_1$ 时，$y_1>y_2$，

则 $a+1<1-2a$，即 $a<0$；

②当 $x_1-a>a-x_2$ 时，$y_1>y_2$，

则 $1-2a-a>a-(a+1)$，即 $a<\dfrac{2}{3}$；

③当 $x_1-a<a-x_2$ 时，$y_1>y_2$，

则 $1-2a-a<a-(a+1)$，即 $a>\dfrac{2}{3}$，

综上，$a<0$ 或 $a>\dfrac{2}{3}$.

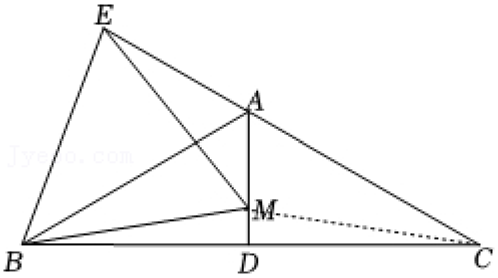
【点评】本题考查二次函数的性质，二次函数上的点的特征，熟练掌握对称轴公式以及分类讨论思想的运用是解本题的关键；确定 $a$ 的范围是本题的难点.

27.【分析】（1）连接 $CM$，由等腰三角形的性质得出 $AD$ 垂直平分线段 $CD$，$\angle ABD=\angle ACD$，证出 $BM=CM=EM$，由等腰三角形的性质可得出结论；

（2）在线段 $AC$ 上取一点 $G$，使得 $AG=AM$，连接 $MG$，证出 $\Delta AMG$ 是等边三角形，由等边三角形的性质得出 $AG=AM=MG$，$\angle EGM=60^\circ$，证明 $\Delta BAM\cong\Delta EGM(AAS)$，由全等三角形的性质得出 $AB=EG$，则可得出结论.

【解答】解：（1）$\angle ABM=\angle AEM$，

理由如下：连接 $CM$，




$\because AB=AC$，$D$ 是 $BC$ 的中点，

$\because AD$ 垂直平分线段 $CD$， $\angle ABD = \angle ACD$，

即 $\angle ABM + \angle MBD = \angle ACM + \angle MCD$，

$\therefore BM = CM$，

$\because ME = MB$，

$\therefore BM = CM = EM$，

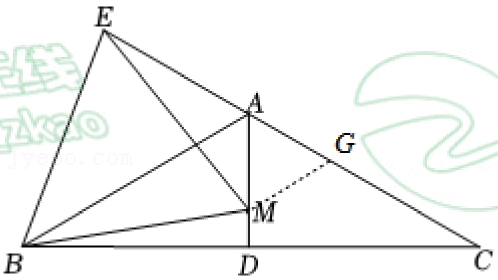
$\therefore \angle MBD = \angle MCD$， $\angle AEM = \angle ACM$，

$\because \angle ABM + \angle MBD = \angle ACM + \angle MCD$，

$\therefore \angle ABM = \angle AEM$；

（2） $AB = AM + AE$ .

证明：在线段 $AC$ 上取一点 $G$，使得 $AG = AM$，连接 $MG$，




$\because AB = AC$， $D$ 是 $BC$ 的中点， $\angle BAC = 120°$，

$\therefore \angle BAM = \angle CAD = 60°$，

$\because AC = AM$，

$\therefore \Delta AMG$ 是等边三角形，

$\therefore AG = AM = MG$， $\angle EGM = 60°$，

$\therefore \angle BAM = \angle EGM$，

在 $\Delta EMG$ 和 $\Delta EMA$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAM = \angle EGM \\ \angle ABM = \angle AEM \\ AM = MG \end{cases}，$$

$\therefore \Delta BAM \cong \Delta EGM(AAS)$，

$\therefore AB = EG$，

$\because EG = AE + AG$， $AG = AM$，

$\therefore AB = AM + AE$ .

【点评】本题是三角形综合题，考查了等腰三角形性质，线段垂直平分线的性质，等边三角形的判定与性质，全等三角形判定和性质等知识，解决问题的关键是熟练掌握全等三角形的判定与性质．

28．【分析】（1）①运用新定义“关联距离”，即可求得答案；

②根据新定义“关联距离”，分别求出 $d(E,\odot O)=2$， $d(F,\odot O)=3$，即可得出答案；

（2） 设 $ON = d$，可得 $p = d-1$， $q = d+1$，运用新定义“关联距离”，可得 $d(N,\odot O)=d$，再利用 $S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}AB \cdot ON$，即可求得答案；

（3）如图 2，找出特殊位置，分别画出图形，即可得出答案．

【解答】解：（1）①$\because D(0,2)$ 到 $\odot O$ 的距离的最小值 $p=1$，最大值 $q=3$，

$\therefore d(D,\odot O)=\dfrac{1+3}{2}=2$，

故答案为：2；

②当 $M$ 在点 $E$ 处，$d(E,\odot O)=2$，

当 $M$ 在点 $F$ 处，$d(F,\odot O)=\dfrac{2+4}{2}=3$，

$\therefore 2\leqslant d(M,\odot O)\leqslant 3$；

（2）设 $ON=d$，

$\therefore p=d-r=d-1$，$q=d+r=d+1$，

$\therefore d(N,\odot O)=\dfrac{p+q}{2}=\dfrac{d-1+d+1}{2}=d$，

$\because$ 点 $N$ 在直线 $y=\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$ 上，

设直线交 $x$ 轴于点 $B$，交 $y$ 轴于点 $A$，如图 1，

则 $x=0$ 时，$y=2\sqrt{3}$，$y=0$ 时，$x=-2$，

$\therefore A(0$，$2\sqrt{3})$，$B(-2,0)$，

$\therefore OA=2\sqrt{3}$，$OB=2$，

$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=4$，

当 $ON\perp AB$ 时，$d(N,\odot O)$ 最小，

$\therefore S_{\Delta AOB}=\dfrac{1}{2}OA\cdot OB=\dfrac{1}{2}AB\cdot ON$，即 $\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2=\dfrac{1}{2}\times 4ON$，

$\therefore ON=\sqrt{3}$，

$\because ON$ 无最大值，

$\therefore d(N,\odot O)\geqslant\sqrt{3}$；

（3）如图 2，$\because d(P,\odot O)$ 的最小值为 1，最大值为 $\sqrt{10}$，

$\therefore$ 两个同心圆中，小圆的半径为 1，大圆的半径为 $\sqrt{10}$，

$\because KL=\sqrt{10}-1$，

$\therefore m$ 的最小值是 $\dfrac{\sqrt{10}-1}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

在 RtΔOMH 中，$OM=\sqrt{10}$，$OH=m-1$，$MH=\dfrac{1}{2}m$，

$\therefore (m-1)^2+(\dfrac{1}{2}m)^2=(\sqrt{10})^2$，

解得：$m=-2$（舍去）或 $m=\dfrac{18}{5}$；

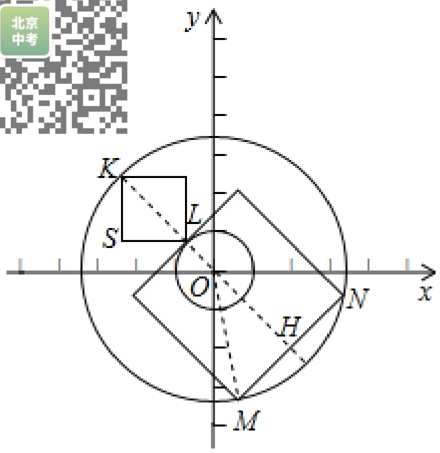



图2

$\therefore m$ 的最小值为 $\sqrt{5}-\frac{\sqrt{2}}{2}$，最大值为 $\frac{18}{5}$.

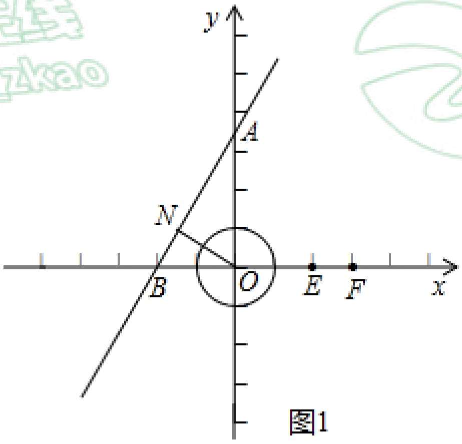



图1

【点评】此题考查了圆的性质和新定义等知识，解题的关键是理解题意，学会寻找特殊位置解决数学问题，属于中考压轴题.