2022 北京丰台初二（下）期中

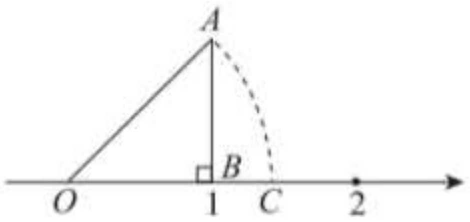
数　　学

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）在下列各题的四个选项中，只有一个是符合题意的．

1. 下列二次根式中，最简二次根式是（　）

A. $\sqrt{20}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{\frac{1}{2}}$　　D. $\sqrt{0.2}$

2. 如图，数轴上点 B 表示的数为 1，$AB \perp OB$，且 $AB = OB$，以原点 O 为圆心，OA 为半径画弧，交数轴正半轴于点 C，则点 C 所表示的数为（　　）



A. $\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}-1$　　D. $1-\sqrt{2}$

3. 以下列长度的三条线段为边，能组成直角三角形的是（　）

A. 1；1；1　　B. 2；3；4　　C. 1；$\sqrt{3}$；2　　D. $\sqrt{7}$；3；5

4. 一个菱形的两条对角线的长度分别是 6 cm 和 8 cm，这个菱形的面积是（　）

A. 12 cm^2　　B. 14 cm^2　　C. 24 cm^2　　D. 48 cm^2

5. 下列计算正确的是（　）

A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　B. $3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$

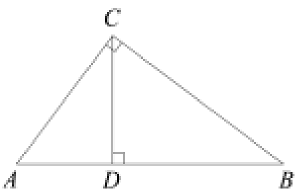
C $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$　　D. $\sqrt{10}\div\sqrt{5}=2$

6. 菱形和矩形都具有的性质是（　　）

A. 对角线互相垂直　　B. 对角线长度相等

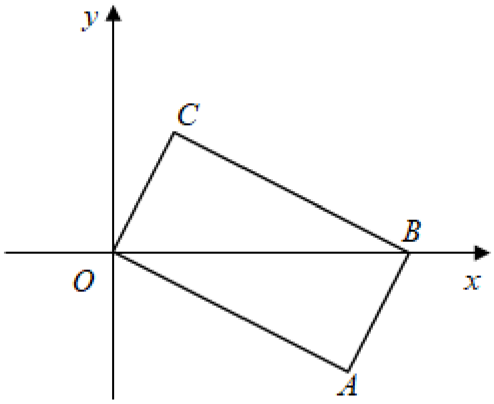
C. 对角线平分一组对角　　D. 对角线互相平分

7. 如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB = 90°$，$AC = 6$，$BC = 8$，则 AB 边上的高 CD 的长为（　）



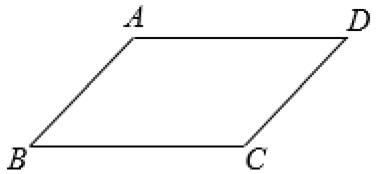
A. 4　　B. $\frac{24}{5}$　　C. $3\sqrt{3}$　　D. 10

8. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，矩形 $OABC$ 的顶点 A，C 的坐标分别是 $(4,-2)$，$(1,2)$，点 B 在 x 轴上，则点 B 的横坐标是（　）



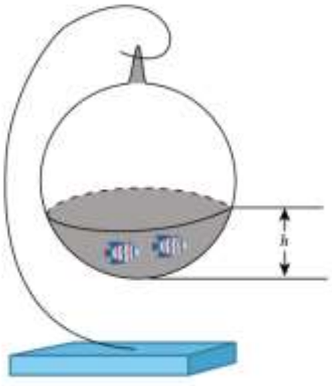
A. 4　　B. $2\sqrt{5}$　　C. 5　　D. $4\sqrt{2}$

9. 在平行四边形 $ABCD$ 中，O 为 AC 的中点，点 E，M 为 AD 边上任意两个不重合的动点（不与端点重合），EO 的延长线与 BC 交于点 F，MO 的延长线与 BC 交于点 N．下面四个推断：① $EF=MN$；② $EN // MF$；③ 若平行四边形 $ABCD$ 是菱形，则至少存在一个四边形 $ENFM$ 是菱形；④ 对于任意的平行四边形 $ABCD$，存在无数个四边形 $ENFM$ 是矩形，其中，所有正确的有（　）



A. ①③　　B. ②③　　C. ①④　　D. ②④

10. 如图，有一个球形容器，小海在往容器里注水的过程中发现，水面的高度 h、水面的面积 S 及注水量 V 是三个变量．下列有四种说法：①S 是 V 的函数；②V 是 S 的函数；③h 是 S 的函数；④S 是 h 的函数．其中所有正确结论的序号是（　）



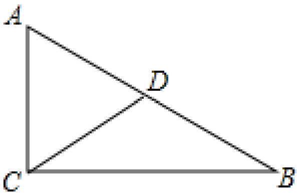
A. ①③　　B. ①④　　C. ②③　　D. ②④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

11. 若 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 　取值范围是__.

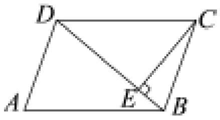
12. 函数 $y=\dfrac{1}{x-1}$ 的自变量的取值范围是________.

13. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，点 D 是 AB 的中点，$AC=6$，$BC=8$，则 $CD=$______________.



14. 如图，请给矩形 $ABCD$ 添加一个条件，使它成为正方形，则此条件可以为________.

15. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=70°$，$DB=DC$，$CE\perp BD$ 于 E，则$\angle BCE=$_______.



16. 我国三国时期数学家赵爽为了证明勾股定理，创造了一副“弦图”，后人称其为“赵爽弦图”，如图 1 所示．在图 2 中，若正方形 $ABCD$ 的边长为 14，正方形 $IJKL$ 的边长为 2，且 $IJ \parallel AB$，则正方形 $EFGH$ 的边长为__________.

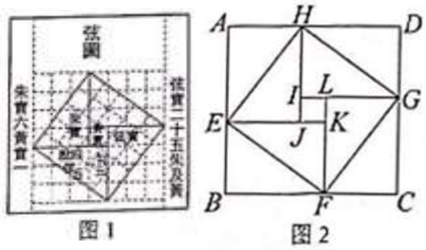
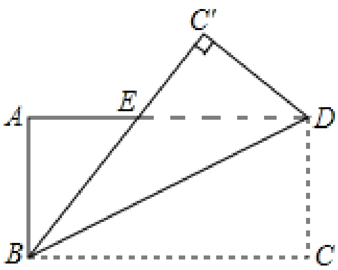
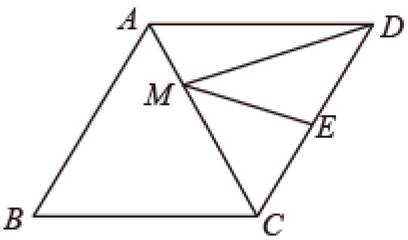


图 1　　图 2

17. 如图，把矩形 $ABCD$ 沿直线 BD 向上折叠，使点 C 落在点 C'的位置上，BC'交 AD 于点 E，若 $AB=3$，$BC=6$，则 DE 的长为________.



18. 如图，菱形 $ABCD$ 的边长为 4，$\angle ABC=60°$，点 E 是 CD 的中点，点 M 是 AC 上一动点，则 $MD+ME$ 的最小值是______.



三、解答题（本题共 56 分，19 题每小题 4 分，20-23 题每小题 5 分，24-26 题 6 分）

19. 计算：

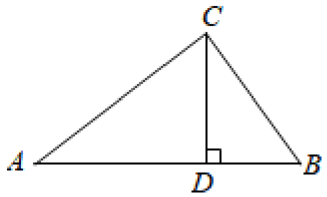
（1）$\sqrt{8}-\sqrt{2}+2\sqrt{\frac{1}{2}}$

（2）$(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

（3）$\sqrt{12}-3\sqrt{\frac{1}{3}}+\left|2-\sqrt{3}\right|$

（4）$\sqrt{48}\div\sqrt{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{12}+\sqrt{54}$

21. 如图，在△*ABC* 中，*CD*⊥*AB* 于点 *D*，*AC*＝20，*CB*＝15，*BD*＝9，求 *AD* 与△*ABC* 的面积.



22. 已知：∠*AOB*.

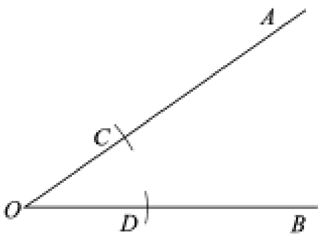
求作：∠*AOB* 的平分线.

作法：①以点 *O* 为圆心，适当长为半径画弧，交 *OA* 于点 *C*，交 *OB* 于点 *D*；

②分别以点 *C*，*D* 为圆心，*OC* 长为半径画弧，两弧在∠*AOB* 的内部相交于点 *P*；

③画射线 *OP*.

射线 *OP* 即为所求.



（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

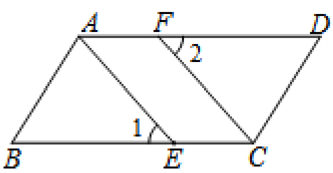
证明：连接 *PC*，*PD*.

由作法可知 *OC*=*OD*=*PC*=*PD*.

∴四边形 *OCPD* 是___.

∴*OP* 平分∠*AOB*（___）（填推理的依据）.

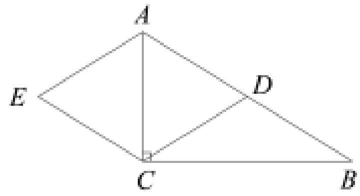
23. 已知，如图，*E*、*F* 分别为▱*ABCD* 的边 *BC*、*AD* 上的点，且∠1=∠2，求证：*AE*=*CF*.



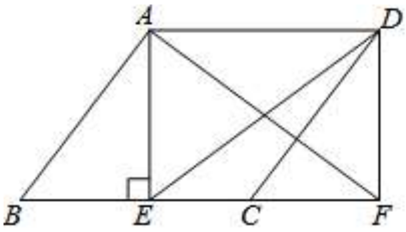
24. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^\circ$，CD为边AB上的中线，点E与点D关于直线AC对称，连接AE，CE.

（1）求证：四边形$AECD$是菱形；

（2）连接 BE，若 $\angle ABC=30^\circ$，$AC=2$，求 BE 的长.



25. 如图，在▱$ABCD$ 中，$AE\perp BC$ 于点 E 点，延长 BC 至 F 点使 $CF=BE$，连接 AF，DE，DF.



（1）求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

（2）若 $AB=6$，$DE=8$，$BF=10$，求 AE　长.

26. 在数学课上，老师说统计学中常用的平均数不是只有算术平均数一种，好学的小聪通过网络搜索，又得到了两种平均数的定义，他把三种平均数的定义整理如下：

对于两个数 a，b，

$M=\dfrac{a+b}{2}$ 称为 a，b 这两个数的算术平均数，

$N=\sqrt{ab}$ 称为 a，b 这两个数的几何平均数，

$P=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$ 称为 a，b 这两个数的平方平均数.

小聪根据上述定义，探究了一些问题，下面是他　探究过程，请你补充完整：

（1）若 $a=-1$，$b=-2$，则 $M=$___，$N=$___，$P=$___；

（2）小聪发现当 a，b 两数异号时，在实数范围内 N 没有意义，所以决定只研究当 a，b 都是正数时这三种平均数的大小关系．结合乘法公式和勾股定理的学习经验，他选择构造几何图形，用面积法解决问题：

如图，画出边长为 $a+b$ 的正方形和它的两条对角线，则图 1 中阴影部分的面积可以表示 N^2.

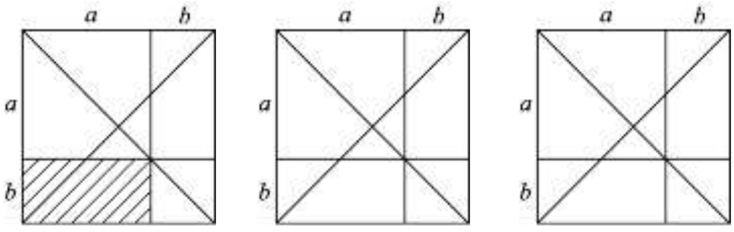


图 1　　图 2　　图 3

①请分别在图 2，图 3 中用阴影标出一个面积为 M^2，P^2 的图形；

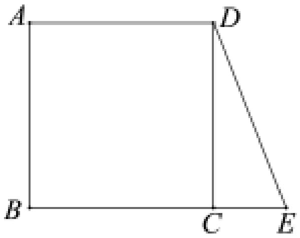
②借助图形可知当 a，b 都是正数时，M，N，P 的大小关系是：___（把 M，N，P 从小到大排列，并用“<”或“≤”号连接）.

27. 已知：如图，E 为正方形 $ABCD$ 的边 BC 延长线上一动点，且 $CE<BC$，连接 DE．点 F 与点 E 关于直线 DC 对称，过点 F 作 $FH\perp DE$ 于点 H，直线 FH 与直线 DB 交于点 M.

（1）依题意补全图形；

（2）若 $\angle EDC=\alpha$，请直接写出 $\angle DMF=$________（用含 α 式子表示）；

（3）用等式表示 BM 与 CF 的数量关系，并证明.



参考答案

一、选择题（本题共30分，每小题3分）在下列各题的四个选项中，只有一个是符合题意的.

1. 下列二次根式中，最简二次根式是（　）

A. $\sqrt{20}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{\frac{1}{2}}$　　D. $\sqrt{0.2}$

【1题答案】

【答案】B

【解析】

【分析】根据最简二次根式的定义逐项判断即可得.

【详解】A、$\sqrt{20}=2\sqrt{5}$，则$\sqrt{20}$不是最简二次根式，此项不符题意；

B、$\sqrt{2}$是最简二次根式，此项符合题意；

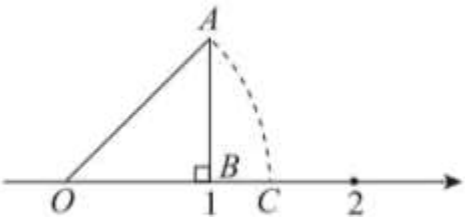
C、$\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则$\sqrt{\frac{1}{2}}$不是最简二次根式，此项不符题意；

D、$\sqrt{0.2}=\sqrt{\frac{1}{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则$\sqrt{0.2}$不是最简二次根式，此项不符题意；

故选：B.

【点睛】本题考查了最简二次根式，熟记定义是解题关键.

2. 如图，数轴上点B表示的数为1，$AB\perp OB$，且$AB=OB$，以原点O为圆心，OA为半径画弧，交数轴正半轴于点C，则点C所表示的数为（　　）



A. $\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}-1$　　D. $1-\sqrt{2}$

【2题答案】

【答案】A

【解析】

【分析】根据等腰直角三角形的性质求得OA的长，然后根据圆的性质即可求解$OC=OA$，进而即可判断.

【详解】由已知得$OB=1$，

$\because AB\perp OB$，且$AB=OB$，

$\therefore$在$Rt\Delta OBA$中，$OA=\sqrt{OB^2+AB^2}=\sqrt{2}$，

$\because$以原点O为圆心，OA为半径画弧，交数轴正半轴于点C，

$\therefore OC=OA=\sqrt{2}$，

$\therefore$点C所表示的数为$\sqrt{2}$；

故选 A.

【点睛】本题考查了勾股定理和等腰直角三角形的性质，关键是求出OA的值，然后根据圆的性质即可求解.

3. 以下列长度的三条线段为边，能组成直角三角形的是（   ）

A. 1；1；1　　B. 2；3；4　　C. 1；$\sqrt{3}$；2　　D. $\sqrt{7}$；3；5

【3 题答案】

【答案】C

【解析】

【分析】根据直角三角形斜边最长及勾股定理逆定理逐项分析即可求解

【详解】A.$1^2+1^2=2\neq 1^2$，不符题意；

B.$2^2+3^2=13\neq 4^2$，不符题意；

C.$1^2+(\sqrt{3})^2=4=2^2$，符合题意；

D.$\left(\sqrt{7}\right)^2+3^2=16\neq 5^2$，不符题意

故选 C

【点睛】本题考查了勾股定理逆定理，理解勾股定理逆定理是解题的关键.

4. 一个菱形的两条对角线的长度分别是 6 cm 和 8 cm，这个菱形的面积是（   ）

A. 12 cm^2　　B. 14 cm^2　　C. 24 cm^2　　D. 48 cm^2

【4 题答案】

【答案】C

【解析】

【分析】根据菱形的面积公式即可得.

【详解】解：∵这个菱形的两条对角线的长度分别是 6cm 和 8cm，

∴它的面积为$\frac{1}{2}\times 6\times 8=24(\mathrm{cm}^2)$，

故选：C.

【点睛】本题考查了菱形的面积，熟记公式是解题关键.

5. 下列计算正确的是（   ）

A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　B. $3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$

C. $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$　　D. $\sqrt{10}\div\sqrt{5}=2$

【5 题答案】

【答案】C

【解析】

【分析】根据二次根式的加减乘除运算法则逐项判断即可得.

【详解】A、$\sqrt{2}$与$\sqrt{3}$不是同类二次根式，不可合并，此项错误；

B、$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，此项错误；

C、$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$，此项正确；

D、$\sqrt{10} \div \sqrt{5} = \sqrt{2}$，此项错误；

故选：C.

【点睛】本题考查了二次根式的加减乘除运算，熟练掌握二次根式的运算法则是解题关键.

6. 菱形和矩形都具有的性质是（　　）

A. 对角线互相垂直　　B. 对角线长度相等

C. 对角线平分一组对角　　D. 对角线互相平分

【6题答案】

【答案】D

【解析】

【分析】根据菱形与矩形都是特殊的平行四边形，他们都具有平行四边形的性质，利用平行四边形的性质排查即可.

【详解】解：菱形与矩形都是特殊的平行四边形，具有平行四边形的性质，对角线互相平分，且是中心对称图形，

A. 对角线互相垂直，菱形具有，而矩形不具有，故选项 *A* 不符合题意；

B. 对角线相等矩形具有，而菱形不具有，故选项 *B* 不符合题意；

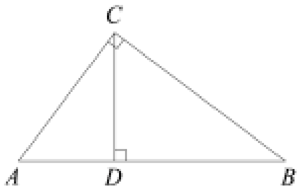
C. 对角线平分一组对角菱形具有，而矩形不具有，故选项 *C* 不符合题意；

D. 对角线互相平分并且是中心对称图形菱形矩形都具有，故选项 *D* 符合题意.

故选择：*D*.

【点睛】本题考查菱形与矩形的性质，掌握菱形矩形是特殊的平行四边形，找出平行四边形具有的性质解决问题是关键.

7. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB = 90°$，$AC = 6$，$BC = 8$，则 AB 边上的高CD的长为（　）



A. 4　　B. $\dfrac{24}{5}$　　C. $3\sqrt{3}$　　D. 10

【7题答案】

【答案】B

【解析】

【分析】根据勾股定理求出斜边长，利用面积桥求 CD 即可.

【详解】解：在$\triangle ABC$中，$\angle ACB = 90°$，$AC = 6$，$BC = 8$，

由勾股定理 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$，

$\because CD \perp AB$，

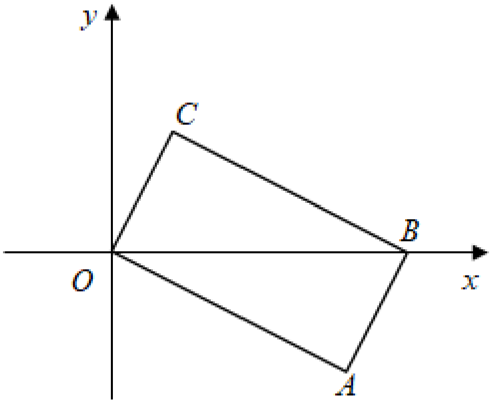
$\therefore S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{2}AC \cdot BC = \dfrac{1}{2}AB \cdot CD$，

$\therefore CD = \dfrac{AC \cdot BC}{AB} = \dfrac{6 \times 8}{10} = \dfrac{24}{5}$.

故选择 B.

【点睛】本题考查勾股定理，三角形面积的不同表示，掌握勾股定理与相关知识是解题的关键.

8. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，矩形 $OABC$ 的顶点 A ，C 的坐标分别是 $(4,-2)$ ，$(1,2)$ ，点 B 在 x 轴上，则点 B 的横坐标是（　）



A. 4　　B. $2\sqrt{5}$　　C. 5　　D. $4\sqrt{2}$

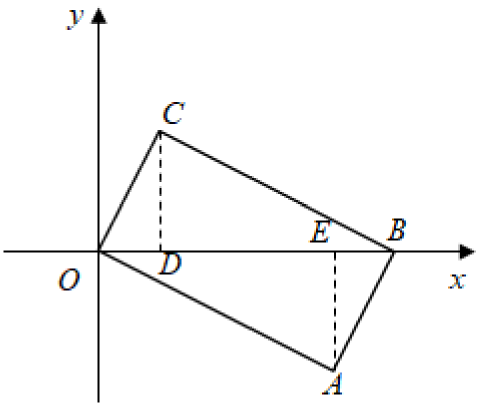
【8 题答案】

【答案】C

【解析】

【分析】分别过点 A、C 作 $AE\perp x$ 轴，$CD\perp x$ 轴于点 E，D，证明 $\Delta AEB\cong\Delta CDO$ 得 $BE=OD$，从而可得 OB，即可解答此题.

【详解】解：分别过点 A、C 作 $AE\perp x$ 轴，$CD\perp x$ 轴于点 E，D，如图，



$\therefore \angle AEB=\angle CDO=90^\circ$

$\because$ 点 A 的坐标是（4，-2），点 C 的坐标是（1，2）

$\therefore OD=1$，$OE=4$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AB=CO$，$AB//CO$

$\therefore \angle COD=\angle ABE$

在 ΔCDO 和 ΔAEB 中

$$\begin{cases}\angle CDO = \angle AEB \\ \angle COD = \angle ABE \\ CO = AB\end{cases}$$

$\therefore \Delta CDO \cong \Delta AEB$

$\therefore BE = OD = 1$

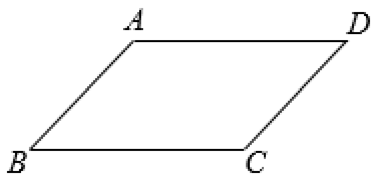
$\therefore OB = OE + BE = 4 + 1 = 5$

∴点 B 的横坐标是 5

故选：C.

【点睛】此题主要考查了坐标与图形，全等三角形的判定与性质，矩形的性质等知识，正确作出辅助线构造全等三角形是解答此题的关键.

9. 在平行四边形 $ABCD$ 中，O 为 AC 的中点，点 E，M 为 AD 边上任意两个不重合的动点（不与端点重合），EO 的延长线与 BC 交于点 F，MO 的延长线与 BC 交于点 N．下面四个推断：① $EF=MN$；② $EN // MF$；③ 若平行四边形 $ABCD$ 是菱形，则至少存在一个四边形 $ENFM$ 是菱形；④ 对于任意的平行四边形 $ABCD$，存在无数个四边形 $ENFM$ 是矩形，其中，所有正确的有（　）



A. ①③　　　　B. ②③　　　　C. ①④　　　　D. ②④

【9 题答案】

【答案】D

【解析】

【分析】分别根据平行四边形的判定与性质，菱形的判定与性质，矩形的判定进行判断即可得到正确的结论.

【详解】解：①如图 1，

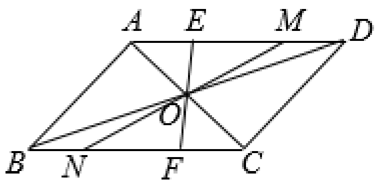


图 1

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形

∴四边形 $ABCD$ 是中心对称图形，则其对称中心是对角线 AC 的中点 O，

∴$OE=OF$，$OM=ON$

故有且仅有当 $OE=OM$ 时，$EF=MN$，故①错误；

②如图 2，

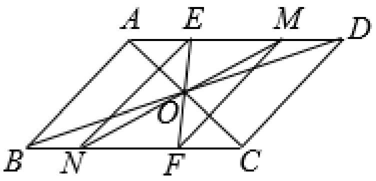


图 2

由①得$OE=OF, OM=ON$

∴四边形$ENFM$ 是平行四边形

∴ $EN//MF$ ，故②正确；

③如图 3，

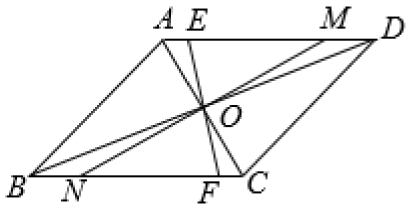


图 3

∵四边形 *ABCD* 是菱形

∴ $AC\perp BD$ 即$\angle APD$=90°

∵点 *E*，*M* 在边 *AD* 上，且不与端点 *A*，*D* 重合，

∴$\angle EOM$<90°

∴不存在一个四边形 *ENFM* 是菱形，故③错误；

④如图 1，存在无数点使 *OE*=*OM*，

∵平行四边形 *ABCD* 是中心对称图形，

∴ $OE=OF, OM=ON$,

∴四边形$ENFM$ 是平行四边形

又 *EF*，*MN* 有无数次垂直，

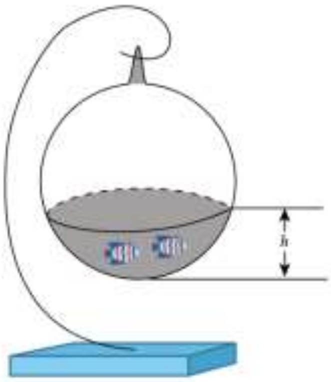
所以，存在无数个四边形 *ENFM* 是矩形，故④正确，

∴正确的结论是②④

故选：*D*．

【点睛】此题主要考查了平行四边形的判定与性质，菱形的判定与性质，矩形的判定进行判断，熟练掌握相关判定与性质是解答此题的关键．

10. 如图，有一个球形容器，小海在往容器里注水的过程中发现，水面的高度 *h*、水面的面积 *S* 及注水量 *V* 是三个变量．下列有四种说法：①*S* 是 *V* 的函数；②*V* 是 *S* 的函数；③*h* 是 *S* 的函数；④*S* 是 *h* 的函数．其中所有正确结论的序号是（　）



A. ①③　　　　　　B. ①④　　　　　　C. ②③　　　　　　D. ②④

【10 题答案】

【答案】B

【解析】

【分析】由函数的概念求解即可.

【详解】①：由题意可知，对于注水量V的每一个数值，水面的面积S都有唯一值与之对应，所以V是自变量，S是因变量，所以S是V的函数，符合题意；

②：由题意可知，对于水面的面积S的每一个数值，注水量V的值不一定唯一，所以V不是S的函数，不符合题意；

③：由题意可知，对于水面的面积S的每一个数值，水面的高度h的值不一定唯一，所以h不是S的函数，不符合题意；

④：由题意可知，对于水面的高度h的每一个数值，水面的面积S都有唯一值与之对应，h是自变量，S是因变量，所以S是h的函数，符合题意；

所以正确的的序号有①④，

故选：B.

【点睛】此题考查了函数的概念，解题的关键是熟记函数的概念.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

11. 若$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，则x的取值范围是__.

【11 题答案】

【答案】$x \geqslant 1$.

【解析】

【分析】二次根式有意义的条件：被开方数为非负数，再列不等式，从而可得答案.

【详解】解：若$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，

则$x-1 \geqslant 0$，

解得：$x \geqslant 1$.

故答案为：$x \geqslant 1$.

【点睛】本题考查的是二次根式有意义的条件，解题的关键是根据二次根式有意义的条件列不等式.

12. 函数 $y=\frac{1}{x-1}$ 的自变量的取值范围是________.

【12 题答案】

【答案】$x\neq1$

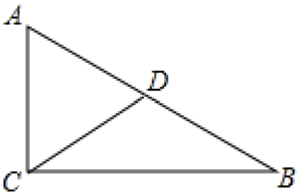
【解析】

【详解】解：因为分式的分母不为 0，

所以 $x-1\neq0$,即 $x\neq1$

故答案为：$x\neq1$.

13. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，点 D 是 AB 的中点， $AC=6$ ， $BC=8$，则 $CD=$______________.



【13 题答案】

【答案】5

【解析】

【分析】直接利用勾股定理得出 AB 的长，再利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半得出答案即可.

【详解】解：∵$\angle C=90°$，$AC=6$，$BC=8$，

∴$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$，

∵点 D 是斜边 AB 的中点，

∴$CD=\frac{1}{2}AB=5$.

故答案为：5.

【点睛】此题主要考查了勾股定理以及直角三角形的性质，正确掌握直角三角形的性质是解题关键.

14. 如图，请给矩形 $ABCD$ 添加一个条件，使它成为正方形，则此条件可以为________.

【14 题答案】

【答案】$AB=BC$

【解析】

【分析】根据正方形的判定添加条件即可.

【详解】解：添加　条件是：$AB=BC$.

理由如下：

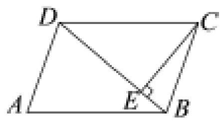
∵四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB=BC$，

∴四边形 $ABCD$ 是正方形.

故答案为：$AB=BC$.

【点睛】本题考查了矩形的性质，正方形的判定的应用，能熟记正方形的判定定理是解此题的关键.

15. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=70°$，$DB=DC$， $CE\perp BD$ 于 E，则$\angle BCE=$_______.



【15 题答案】

【答案】20°

【解析】

【分析】由平行四边形的性质可得$\angle BCD=\angle A=70°$，又由于 $DB=DC$，所以$\angle DBC=\angle DCB=70°$；再根据 $CE\perp BD$，最后根据三角形内角和即可解答.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形

∴$\angle BCD=\angle A=70°$

∵$DB=DC$，

∴$\angle DBC=\angle DCB=70°$

∵$CE\perp BD$

∴$\angle CEB=90°$

∴$\angle BCE=90°-\angle DBC=20°$.

故填 20°.

【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质，等腰三角形的性质等知识点，灵活运用相关知识成为解答本题的关键.

16. 我国三国时期数学家赵爽为了证明勾股定理，创造了一副“弦图”，后人称其为“赵爽弦图”，如图 1 所示．在图 2 中，若正方形 $ABCD$ 的边长为 14，正方形 $IJKL$ 的边长为 2，且 $IJ\parallel AB$，则正方形 $EFGH$ 的边长为__________.

图 1

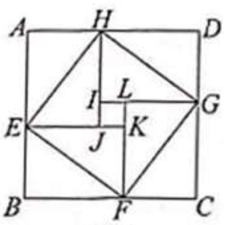


图 2

【16 题答案】

【答案】10

【解析】

详解】（14×14﹣2×2）÷8=（196﹣4）÷8=192÷8=24

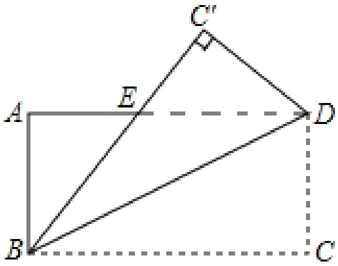
24×4+2×2=96+4=100

$\sqrt{100}=10$.

即正方形 EFGH 的边长为 10．故答案为 10.

考点：勾股定理的证明.

17. 如图，把矩形 $ABCD$ 沿直线 BD 向上折叠，使点 C 落在点 C'的位置上，BC'交 AD 于点 E，若 $AB=3$，$BC=6$，则 DE 的长为________.



【17 题答案】

【答案】$\dfrac{15}{4}$

【解析】

【分析】先根据折叠的性质得到$\angle DBC=\angle DBE$，再由 $AD\parallel BC$ 得到$\angle DBC=\angle BDE$，则$\angle DBE=\angle BDE$，可判断 $BE=DE$，设 $AE=x$，则 $DE=BE=6-x$，然后在 $Rt\triangle ABE$ 中利用勾股定理得到 $x^2+3^3=\left(6-x\right)^2$，再解方程即可得出 AE 以及 DE 的长.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AD=BC=6$，$\angle A=90°$，

∵$\triangle BDC'$是由$\triangle BDC$ 折叠得到，

∴$\angle DBC=\angle DBE$，

∵$AD\parallel BC$，

∴$\angle DBC=\angle BDE$，

∴$\angle DBE=\angle BDE$，

∴$BE=DE$，

设 $AE=x$，则 $DE=AD-AE=6-x$，$BE=6-x$，

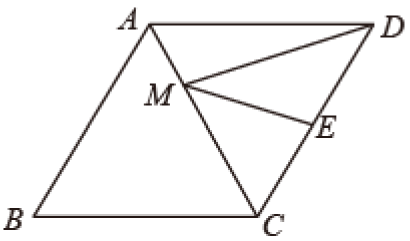
在 $Rt\triangle ABE$ 中，$AE^2+AB^2=BE^2$，即 $x^2+3^3=\left(6-x\right)^2$，解得 $x=\dfrac{9}{4}$，

$\therefore DE=6-\dfrac{9}{4}=\dfrac{15}{4}$，

故答案为：$\dfrac{15}{4}$.

【点睛】本题考查了矩形的性质、折叠变换的性质、等腰三角形的判定以及勾股定理；熟练掌握折叠变换的性质，由勾股定理得出方程是解题的关键.

18. 如图，菱形 $ABCD$ 的边长为 4，$\angle ABC=60°$，点 E 是 CD 的中点，点 M 是 AC 上一动点，则 $MD+ME$ 的最小值是______.



【18 题答案】

【答案】$2\sqrt{7}$

【解析】

【分析】根据菱形的性质得到点 *B* 与点 *D* 关于对角线 *AC* 对称，连接 *BE*，*BE* 与 *AC* 的交点为 *M*，得到 *MD*+*ME* 的最小时点 *M* 的位置，求出 *BE* 的值即可得到答案.

【详解】解：如图，∵在菱形 *ABCD* 中，点 *B* 与点 *D* 关于对角线 *AC* 对称，

∴连接 *BE*，*BE* 与 *AC* 的交点为 *M*，连接 *DM*，此时 *MD*+*ME* 有最小值.

∵$\angle ABC=60°$，$AB=4$，

∴△*ABC*，△*ADC* 为等边三角形

∴$OA=OC=2$，$OB=2\sqrt{3}$，

∵点 *E* 是 *CD* 的中点

∴$AE=OB=2\sqrt{3}$，$\angle EAC=30°$

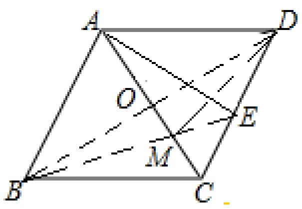
∴$\angle EAB=90°$

在 Rt△*EAB* 中 $AE=2\sqrt{3}$，$AB=4$

∴$BE=\sqrt{AE^2+BA^2}=\sqrt{12+16}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$，

∴ $MD+ME$ 的最小值 $2\sqrt{7}$

故答案为：$2\sqrt{7}$.



【点睛】本题考查的是轴对称－－最短路线问题和菱形的性质，正确确定 *MD*+*ME* 的最小时点 *M* 的位置是解题的关键.

三、解答题（本题共 56 分，19 题每小题 4 分，20-23 题每小题 5 分，24-26 题 6 分）

19. 计算：

（1）$\sqrt{8}-\sqrt{2}+2\sqrt{\frac{1}{2}}$

（2）$(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

（3）$\sqrt{12}-3\sqrt{\frac{1}{3}}+|2-\sqrt{3}|$

（4）$\sqrt{48}\div\sqrt{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{12}+\sqrt{54}$

【19 题答案】

【答案】（1）$2\sqrt{2}$

（2）2

（3）2

（4）$4\sqrt{6}$

【解析】

【分析】（1）根据二次根式的性质化简即可；

（2）根据平方差公式求解即可；

（3）根据二次根式的性质和去绝对值运算化简即可；

（4）根据二次根式的性质化简即可．

【小问 1 详解】

解：$\sqrt{8}-\sqrt{2}+2\sqrt{\frac{1}{2}}$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{2}+\frac{2}{\sqrt{2}}$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}$；

【小问 2 详解】

解：$(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

$=\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2$

$=5-3$

$=2$；

【小问 3 详解】

解：$\sqrt{12}-3\sqrt{\frac{1}{3}}+\left|2-\sqrt{3}\right|$

$=2\sqrt{3}-\frac{3}{\sqrt{3}}+\left(2-\sqrt{3}\right)$

$=2\sqrt{3}-\sqrt{3}+2-\sqrt{3}$

$=2$；

【小问 4 详解】

解：$\sqrt{48}\div\sqrt{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{12}+\sqrt{54}$

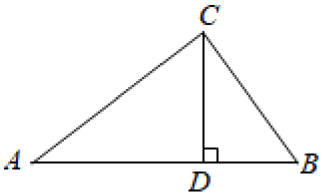
$=4\sqrt{3}\div\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\times 2\sqrt{3}+3\sqrt{6}$

$=2\sqrt{6}-\sqrt{6}+3\sqrt{6}$

$=4\sqrt{6}$.

【点睛】本题考查实数的混合运算，涉及到二次根式的性质及相关运算、去绝对值运算、平方差公式的运用等知识，熟练掌握相关运算法则是解决问题的关键.

21. 如图，在△*ABC* 中，*CD*⊥*AB* 于点 *D*，*AC*＝20，*CB*＝15，*BD*＝9，求 *AD* 与△*ABC* 的面积.



【21 题答案】

【答案】16；150

【解析】

【分析】先在直角三角形 *BCD* 中利用勾股定理求得 $CD=\sqrt{BC^2-BD^2}=12$，再在直角三角形 *ACD* 中利用勾股定理求得 $AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=16$，由此进行求解即可.

【详解】解：∵*CD*⊥*AB*，*BC*=15，*BD*=9，

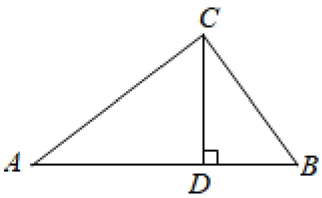
∴ $CD=\sqrt{BC^2-BD^2}=12$，

∵*AC*=20，

∴ $AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=16$，

∴ $AB=AD+BD=25$，

∴ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot CD=150$.



【点睛】本题主要考查了勾股定理和三角形面积，解题的关键在于能够熟练掌握勾股定理.

22. 已知：∠*AOB*.

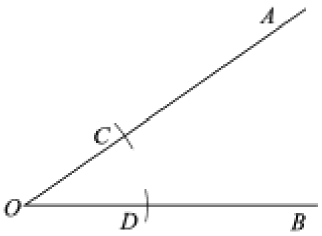
求作：∠*AOB* 的平分线.

作法：①以点 *O* 为圆心，适当长为半径画弧，交 *OA* 于点 *C*，交 *OB* 于点 *D*；

②分别以点 *C*，*D* 为圆心，*OC* 长为半径画弧，两弧在∠*AOB* 的内部相交于点 *P*；

③画射线 *OP*.

射线 *OP* 即为所求.



（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：连接 PC，PD.

由作法可知 $OC=OD=PC=PD$.

∴四边形 $OCPD$ 是___.

∴OP 平分∠AOB（___）（填推理的依据）.

【22 题答案】

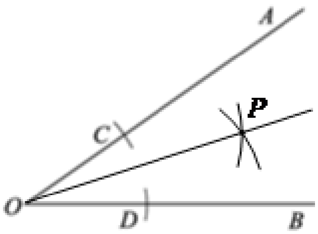
【答案】（1）图见解析；（2）见解析.

【解析】

【分析】（1）根据作法的步骤②和③补全图形即可；

（2）连接 PC,PD，先根据作图可得 $OC=OD=PC=PD$，再根据菱形的判定与性质即可得证.

【详解】解：（1）如图，射线 OP 即为所求.

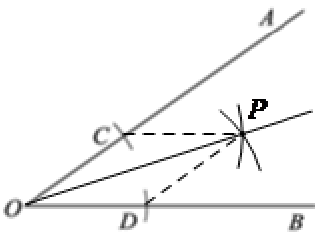


（2）证明：连接 PC,PD.

由作法可知，$OC=OD=PC=PD$.

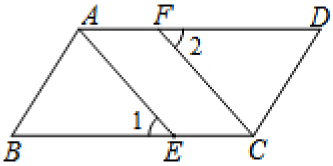
∴四边形 $OCPD$ 是菱形.

∴ OP 平分 $\angle AOB$（菱形的每条对角线平分一组对角）.



【点睛】本题考查了角平分线的尺规作图、菱形的判定与性质，熟练掌握菱形的判定与性质是解题关键.

23. 已知，如图，E、F 分别为▱$ABCD$ 的边 BC、AD 上的点，且∠1=∠2，求证：$AE=CF$.



【23 题答案】

【答案】详见解析

【解析】

【分析】通过证明三角形全等求得两线段相等即可.

【详解】∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形

∴ $\angle B=\angle D$，$AB=CD$

∵ $\angle 1=\angle 2$，$\angle B=\angle D$，$AB=CD$

∴ $\triangle ABE\cong\triangle CDF$

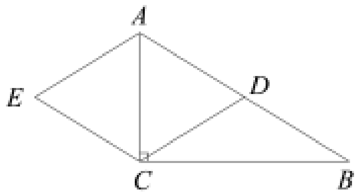
∴ $AE=CF$.

【点睛】本题主要考查平行四边形性质与全等三角形，解题关键在于找到全等三角形.

24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，CD 为边 AB 上的中线，点 E 与点 D 关于直线 AC 对称，连接 AE，CE.

（1）求证：四边形 $AECD$ 是菱形；

（2）连接 BE，若 $\angle ABC=30^\circ$，$AC=2$，求 BE 的长.



【24 题答案】

【答案】（1）见解析；（2）$2\sqrt{7}$

【解析】

【分析】（1）根据对称得到 $CE=CD$，$AE=AD$，再根据直角三角形斜边上中线的性质得 $AD=CD$，从而得证；

（2）过 E 作 $EN\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 N，勾股定理求得 NC，再根据勾股定理求得 BE 即可.

【详解】（1）证明：∵点 E 与点 D 关于直线 AC 对称，

∴ $CE=CD$，$AE=AD$.

∵ $\angle ACB=90^\circ$，CD 为边 AB 上　中线，

∴ $CD=\frac{1}{2}AB=AD$.

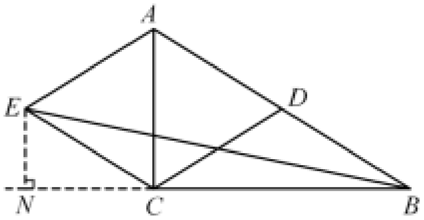
∴ $CE=CD=AD=AE$.

∴四边形 $AECD$ 是菱形.

（2）过 E 作 $EN\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 N.

在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle ABC=30^\circ$，$AC=2$，

∴ $AB=2AC=4$.



$\therefore CD=\frac{1}{2}AB=2$.

由勾股定理得 $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=2\sqrt{3}$.

∵四边形 $AECD$ 是菱形，

∴$EC=CD=2$，$EC//AD$.

∴$\angle ECN=30°$.

∵$\angle ENC=90°$，

$\therefore EN=\frac{1}{2}EC=1$.

由勾股定理得 $NC=\sqrt{EC^2-EN^2}=\sqrt{3}$.

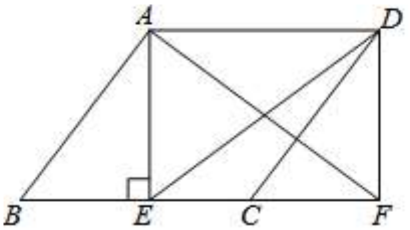
$\therefore BN=BC+CN=3\sqrt{3}$.

∵$\angle ENC=90°$，

由勾股定理得 $BE=\sqrt{BN^2+EN^2}=2\sqrt{7}$.

【点睛】本题考查了轴对称的性质，直角三角形的性质，菱形的判定与性质，勾股定理，掌握以上性质是解题的关键.

25. 如图，在▱$ABCD$ 中，$AE\perp BC$ 于点 E 点，延长 BC 至 F 点使 $CF=BE$，连接 AF，DE，DF.



（1）求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

（2）若 $AB=6$，$DE=8$，$BF=10$，求 AE　长.

【25题答案】

【答案】（1）见解析；（2）$\frac{24}{5}$

【解析】

【分析】（1）先证明四边形 $AEFD$ 是平行四边形，再证明$\angle AEF=90°$即可.

（2）证明$\triangle ABF$ 是直角三角形，由三角形的面积即可得出 AE 的长.

【详解】（1）证明：∵$CF=BE$，

∴$CF+EC=BE+EC$.

即 $EF=BC$.

∵在▱$ABCD$ 中，$AD\,//\,BC$ 且 $AD=BC$，

∴$AD\parallel EF$ 且 $AD=EF$.

∴四边形 $AEFD$ 是平行四边形.

∵$AE\perp BC$,

∴ $\angle AEF=90°$.

∴四边形 $AEFD$ 是矩形;

（2）∵四边形 $AEFD$ 是矩形，$DE=8$，

∴$AF=DE=8$.

∵$AB=6$，$BF=10$，

∴$AB^2+AF^2=6^2+8^2=100=BF^2$.

∴ $\angle BAF=90°$.

∵$AE\perp BF$,

∴△ABF 的面积$=\frac{1}{2}AB\bullet AF=\frac{1}{2}BF\bullet AE$.

∴$AE=\frac{AB\bullet AF}{BF}=\frac{6\times 8}{10}=\frac{24}{5}$.

26. 在数学课上，老师说统计学中常用的平均数不是只有算术平均数一种，好学的小聪通过网络搜索，又得到了两种平均数的定义，他把三种平均数的定义整理如下：

对于两个数 a，b，

$M=\frac{a+b}{2}$ 称为 a，b 这两个数的算术平均数，

$N=\sqrt{ab}$ 称为 a，b 这两个数的几何平均数，

$P=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ 称为 a，b 这两个数　平方平均数.

小聪根据上述定义，探究了一些问题，下面是他的探究过程，请你补充完整：

（1）若 $a=-1$，$b=-2$，则 $M=$___，$N=$___，$P=$___；

（2）小聪发现当 a，b 两数异号时，在实数范围内 N 没有意义，所以决定只研究当 a，b 都是正数时这三种平均数的大小关系．结合乘法公式和勾股定理的学习经验，他选择构造几何图形，用面积法解决问题：

如图，画出边长为 $a+b$ 的正方形和它的两条对角线，则图 1 中阴影部分的面积可以表示 N^2.

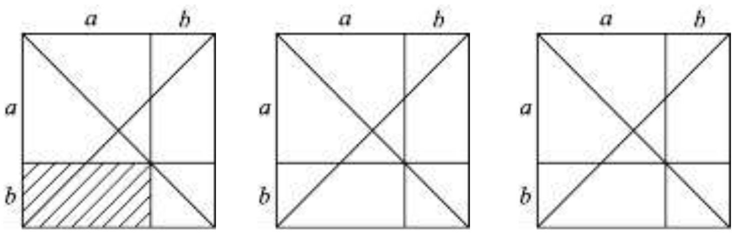


图 1　　图 2　　图 3

①请分别在图 2，图 3 中用阴影标出一个面积为 M^2，P^2 的图形；

②借助图形可知当 a，b 都是正数时，M，N，P 的大小关系是：___（把 M，N，P 从小到大排列，并用"＜"或"≤"号连接）.

【26 题答案】

【答案】（1）$-\frac{3}{2}$，$\sqrt{2}$，$\frac{\sqrt{10}}{2}$；（2）①见解析；② $N \le M \le P$.

【解析】

【分析】（1）将 $a=-1, b=-2$ 分别代入 M, N, P 求值即可得；

（2）①分别求出 M^2, P^2，再根据正方形的性质、矩形和直角三角形的面积公式即可得；

②根据（2）①中的所画的图形可得 $N^2 \le M^2 \le P^2$，由此即可得出结论.

【详解】解：（1）当 $a=-1, b=-2$ 时，

$M=\frac{a+b}{2}=\frac{-1-2}{2}=-\frac{3}{2}$，

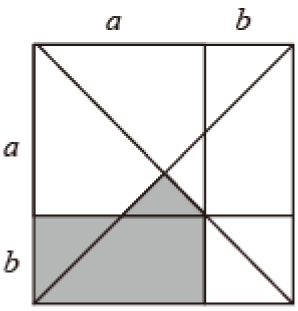
$N=\sqrt{ab}=\sqrt{-1\times(-2)}=\sqrt{2}$，

$P=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}=\sqrt{\frac{(-1)^2+(-2)^2}{2}}=\sqrt{\frac{5}{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$，

故答案为：$-\frac{3}{2}$，$\sqrt{2}$，$\frac{\sqrt{10}}{2}$；

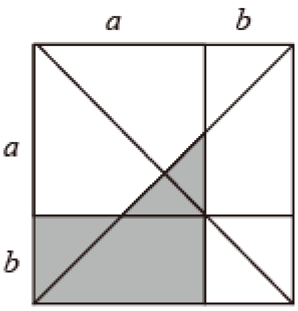
（2）① $M^2=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=\frac{(a+b)^2}{4}=\frac{(a-b)^2+4ab}{4}=\frac{(a-b)^2}{4}+ab$，

则用阴影标出一个面积为 M^2 的图形如下所示：



$P^2=\frac{a^2+b^2}{2}=\frac{(a-b)^2+2ab}{2}=\frac{(a-b)^2}{2}+ab$，

则用阴影标出一个面积为 P^2 的图形如下所示：



②由（2）①可知，$N^2 \le M^2 \le P^2$，当且仅当 $a-b=0$，即 $a=b$ 时，等号成立，

$\because a, b$ 都是正数，

$\therefore M, N, P$ 都是正数，

$\therefore N \le M \le P$，

故答案为：$N \le M \le P$.

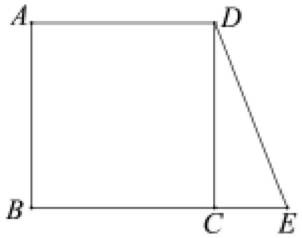
【点睛】本题考查了二次根式的应用、完全平方公式、正方形的性质等知识点，较难的是题（2）①，正确利用完全平方公式进行变形运算是解题关键.

27. 已知：如图，E 为正方形 $ABCD$ 的边 BC 延长线上一动点，且 $CE < BC$，连接 DE．点 F 与点 E 关于直线 DC 对称，过点 F 作 $FH \perp DE$ 于点 H，直线 FH 与直线 DB 交于点 M.

（1）依题意补全图形；

（2）若 $\angle EDC = \alpha$，请直接写出 $\angle DMF =$_______（用含 α 的式子表示）；

（3）用等式表示 BM 与 CF 的数量关系，并证明.



【27 题答案】

【答案】（1）见解析；（2）$45^\circ - \alpha$；（3）$BM = \sqrt{2}CF$，见解析

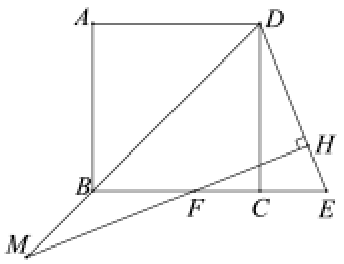
【解析】

【分析】（1）根据题意即可作图；

（2）根据正方形的性质得到△BCD 是等腰直角三角形，故可求出∠MDH，再根据垂直关系即可表示出 $\angle DMF$；

（3）在 CD 上取点 G，使得 $CG=CE$，连接 GE，根据题意证明 $\triangle BMF \cong \triangle GED$，得到 $MB = EG$，再根据等腰直角三角形可得 $GE = \sqrt{2}CE = \sqrt{2}CF$，故可求解.

【详解】解：（1）补全图形如图所示.



（2）∵四边形 $ABCD$ 是正方形，BD 是对角线

∴△BCD 是等腰直角三角形

∴∠BDC=45°

∴$\angle MDH = \angle \mathrm{BDC} + \angle EDC = 45^\circ + \alpha$

∵ $FH \perp DE$

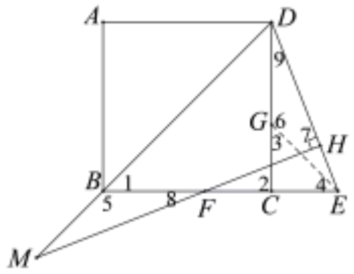
∴ $\angle DMF = 90^\circ - \angle MDH = 45^\circ - \alpha$

故答案为：$45^\circ - \alpha$；

（3）BM 与 CF 的数量关系为 $BM = \sqrt{2}CF$.

证明：在 CD 上取点 G，使得 $CG=CE$，连接 GE.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，



∴ $\angle 1=\angle BDC=45°$， $\angle 2=90°$，$BC=DC$.

∴ $\angle 3=\angle 4=45°$.

∴ $\angle 5=\angle 6=135°$.

∵点 F 与点 E 关于直线 DC 对称，

∴$CF=CE=CG$，且点 F 在 BC 上.

∴$BF=GD$.

∵ $MH \perp DE$ 于 H，

∴ $\angle 7=\angle 2=90°$.

∴ $\angle 8=\angle HFE=\angle 9$.

∴ $\triangle BMF \cong \triangle GED$.

∴ $MB=EG$.

∵ $GE=\sqrt{2}CE=\sqrt{2}CF$，

∴ $BM=\sqrt{2}CF$.

【点睛】此题主要考查正方形的判定与性质综合，解题的关键是熟知全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的性质.