

初三年级数学学科期中调研试卷

满分 100 分 考试时间 120 分钟

学校：_____ 班级：_____ 姓名：_____ 座位号：_____

考生
须知

1. 本试卷共 6 页，满分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名、座位号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分 选择题

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个。

1. 剪纸艺术是最古老的中国民间艺术之一，先后入选中国国家级非物质文化遗产名录和人类非物质文化遗产代表作名录。以下剪纸中，为中心对称图形的是（ ）



A.



B.



C.



D.

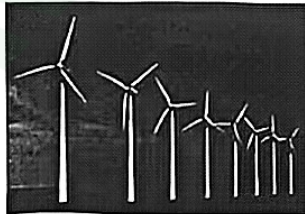
2. 方程 $x^2 = 9$ 的解是（ ）

A. $x = 3$ B. $x = -3$ C. $x_1 = 1, x_2 = 9$ D. $x_1 = 3, x_2 = -3$

3. 将抛物线 $y = x^2$ 向上平移 3 个单位长度得到的抛物线是（ ）

A. $y = x^2 + 3$ B. $y = x^2 - 3$ C. $y = (x + 3)^2$ D. $y = (x - 3)^2$

4. 风力发电机可以在风力作用下发电。如图的转子叶片图案绕中心旋转 n° 后能与原来的图案重合，那么 n 的值可能是（ ）



A. 45 B. 60 C. 90 D. 120

5. 用配方法解方程 $x^2 - 4x + 2 = 0$ ，配方正确的是（ ）

A. $(x - 2)^2 = 2$ B. $(x + 2)^2 = 2$ C. $(x - 2)^2 = -2$ D. $(x - 2)^2 = 6$

6. 关于二次函数 $y = -(x - 2)^2 + 3$ ，以下说法正确的是（ ）



A. 当 $x > -2$ 时, y 随 x 增大而减小

B. 当 $x > -2$ 时, y 随 x 增大而增大

C. 当 $x > 2$ 时, y 随 x 增大而减小

D. 当 $x > 2$ 时, y 随 x 增大而增大

7. 根据下列表格的对应值, 判断方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 一个解的取值范围是 ()

x	0.59	0.60	0.61	0.62	0.63
$x^2 + x - 1$	-0.061	-0.04	-0.018	0.0044	0.027

A. $0.59 < x < 0.60$

B. $0.60 < x < 0.61$

C. $0.61 < x < 0.62$

D. $0.62 < x < 0.63$

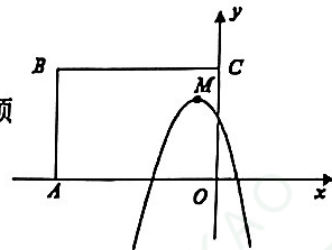
8. 如图, 矩形 $OABC$ 中, $A(-3, 0)$, $C(0, 2)$, 抛物线 $y = -2(x-m)^2 - m + 1$ 的顶点 M 在矩形 $OABC$ 内部或其边上, 则 m 的取值范围是 ()

A. $-3 \leq m \leq 0$

B. $-1 \leq m \leq 0$

C. $-1 \leq m \leq 2$

D. $-3 \leq m \leq -1$



8 题图

第二部分 非选择题

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)



9. 点 $P(-1, 2)$ 关于原点的对称点的坐标为_____.

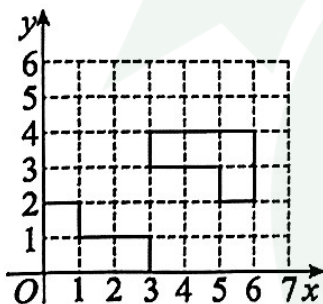
10. 写出一个开口向下, 与 y 轴交于点 $(0, 1)$ 的抛物线的函数表达式:_____.

11. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有一个根为 1, 则 m 的值为_____.

12. 已知 $P(x_1, 1)$, $Q(x_2, 1)$ 两点都在抛物线 $y = x^2 - 4x + 1$ 上, 那么 $x_1 + x_2 =$ _____.

13. 若关于 x 的方程 $x^2 + bx + c = 0$ 有两个相等的实数根, 写出一组满足条件的实数 b, c 的值: $b =$ _____, $c =$ _____.

14. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 以某点为中心, 将右上方图形“”旋转到图中左下方的“”位置, 则旋转中心的坐标是_____.



14 题图

观鸟记录年度总结
2020 年: 观测鸟类 150 种
2021 年: 观测鸟类
2022 年: 观测鸟类 216 种

15 题表格

15. 小明热爱研究鸟类, 每年定期去北京各个湿地公园观鸟. 从他的观鸟记录年度总结中摘取部分数据如上面表格所示, 设小明从 2020 年到 2022 年观测鸟类种类数量的年平均增长率为 x , 可列方程为_____.



16. 某酒店在客人退房后清洁客房需打扫卫生、整理床铺、更换客用物品、检查设备共四个步骤。某清洁小组有甲、乙、丙三名工作人员，工作要求如下：

① “打扫卫生”只能由甲完成；每间客房“打扫卫生”完成后，才能进行该客房的其他三个步骤，这三个步骤可由任意工作人员完成并可同时进行；

② 一个步骤只能由一名工作人员完成，此步骤完成后该工作人员才能进行其他步骤；

③ 每个步骤所需时间如下表所示：

步骤	打扫卫生	整理床铺	更换客用物品	检查设备
所需时间/分钟	9	7	6	4

在不考虑其他因素的前提下，若由甲单独完成一间客房的清洁工作，需要_____分钟；若由甲、乙、丙合作完成四间客房的清洁工作，则最少需要_____分钟。

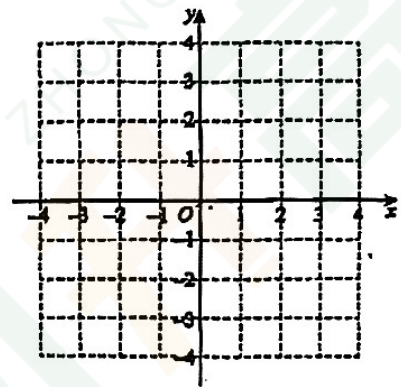
三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题每题 6 分，第 27-28 题每题 7 分）

17. 解方程： $x^2 - 2x - 8 = 0$

18. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x$.

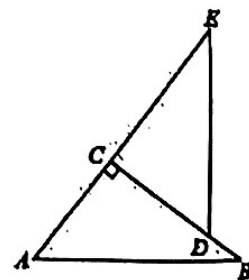
(1) 补全表格，并在右图所示的平面直角坐标系中画出该二次函数的图象；

x	...	-1	0	1	2	3	...
$y = x^2 - 2x$...	3			0		...



(2) 点 $P(-2, 7)$ _____ 该函数的图象上 (填“在”或“不在”).

19. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = 4$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转得到 $\triangle DEC$ ，使点 A 的对应点 D 落在 BC 边上，点 B 的对应点为 E ，求线段 BD ， DE 的长。

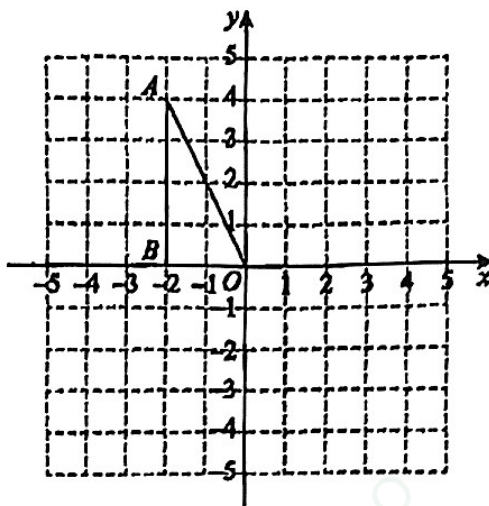


19 题图

20. 已知 m 是方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的根，求代数式 $m(m-1) + 5$ 的值。



21. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $A(-2, 4), B(-2, 0)$ ，将 $\triangle OAB$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle OA'B'$ (A', B' 分别是 A, B 的对应点).



21 题图

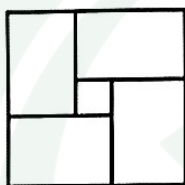
- (1) 在图中画出 $\triangle OA'B'$ ，点 A' 的坐标为_____；
- (2) 若点 $M(m, 2)$ 位于 $\triangle OAB$ 内 (不含边界)，点 M' 为点 M 绕原点 O 顺时针旋转 90° 的对应点，直接写出 M' 的纵坐标 n 的取值范围.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象经过点 $(1, 0), (3, 0)$.

- (1) 求该二次函数的解析式；
- (2) 当 $-1 < x < 3$ 时，直接写出函数值 y 的取值范围.

23. 阅读下面的材料并完成解答.

《田亩比类乘除捷法》是我国南宋数学家杨辉的著作，其中记载了这样一个数学问题：“直田积八百六十四步，只云长阔共六十步，欲先求阔步，得几何？”意思是：一块矩形田地的面积为 864 平方步，只知道它的长与宽之和为 60 步，问它的宽是多少步？书中记载了这个问题的几何解法：



- (1) 将四个完全相同的面积为 864 平方步的矩形，按如图所示的方式拼成一个大正方形，则大正方形的边长为_____步；
- (2) 中间小正方形的面积为_____平方步；
- (3) 若设矩形田地的宽为 x 步，则小正方形的面积可用含 x 的代数式表示为_____；
- (4) 由 (2) (3) 可得关于 x 的方程_____，进而解得矩形田地的宽为 24 步.



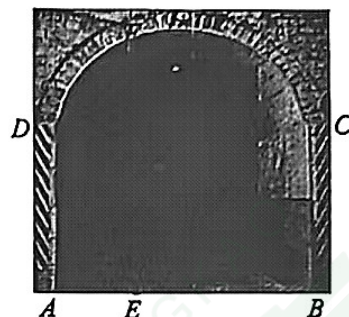
24. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+4)x + 4k = 0$.

- (1) 求证：该方程总有两个实数根；
- (2) 若该方程有一个根小于 2，求 k 的取值范围.

25. 如图，是某条公路的一个具有两条车道的隧道的横断面. 经测量，两侧墙 AD 和 BC 与路面 AB 垂直，隧道内侧宽 $AB=8$ 米. 为了确保隧道的安全通行，工程人员在路面 AB 上取点 E ，测量点 E 到墙面 AD 的距离 AE ，点 E 到隧道顶面的距离 EF . 设 $AE=x$ 米， $EF=y$ 米.

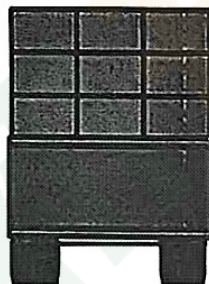
通过取点、测量，工程人员得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

x (米)	0	2	4	6	8
y (米)	4.0	5.5	6.0	5.5	4.0



25 题图 (1)

- (1) 根据上述数据，直接写出隧道顶面到路面 AB 的最大距离为 _____ 米，并求出满足的函数关系式 $y = a(x-h)^2 + k$ ($a < 0$)；
- (2) 若如图 (2) 的汽车在隧道内正常通过时，汽车的任何部位需离左侧墙及右侧墙的距离不小于 1 米，且到隧道顶面的距离不小于 0.35 米. 按照这个要求，隧道需标注的限高应为多少米(精确到 0.1 米)?



25 题图 (2)

26. 已知：二次函数 $y = ax^2 - 2ax + a + 1$.

- (1) 求这个二次函数图象的对称轴和顶点坐标；
- (2) 若点 $A(n+1, y_1)$, $B(n-2, y_2)$ 在抛物线 $y = ax^2 - 2ax + a + 1$ ($a > 0$) 上，且 $y_1 < y_2$, 求 n 的取值范围.



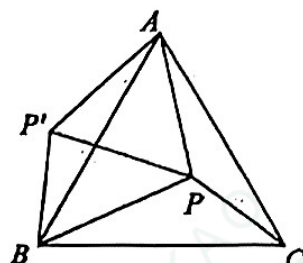
27. 如图, 在等边三角形 ABC 中, 点 P 为 $\triangle ABC$ 内一点, 连接 AP, BP, CP , 将线段 AP 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到 AP' , 连接 PP', BP' .

(1) 用等式表示 BP' 与 CP 的数量关系, 并证明;

(2) 当 $\angle BPC = 120^\circ$ 时,

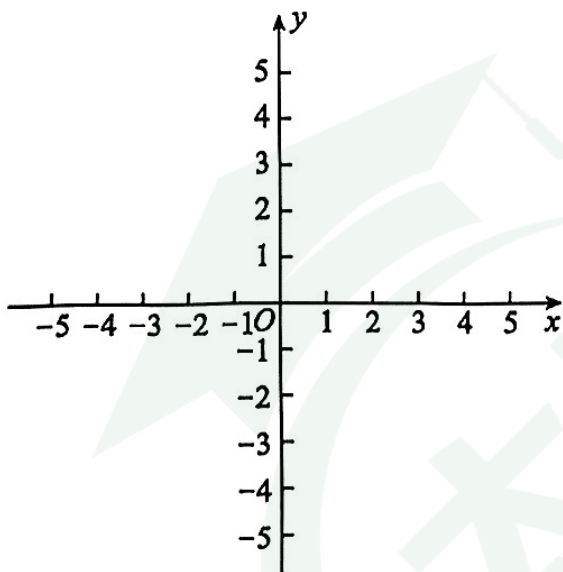
① 直接写出 $\angle P'BP$ 的度数为_____;

② 若 M 为 BC 的中点, 连接 PM , 请用等式表示 PM 与 AP 的数量关系, 并证明.



27 题图

28. 对于平面直角坐标系 xOy 内的点 P 和图形 M , 给出如下定义: 如果点 P 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到点 P' , 点 P' 落在图形 M 上或图形 M 围成的区域内, 那么称点 P 是图形 M 关于原点 O 的“伴随点”. 已知点 $A(1,1), B(3,1), C(3,2)$.



(1) 在点 $P_1(-2,0), P_2(-1,1), P_3(-1,2)$ 中, 点_____是线段 AB 关于原点 O 的“伴随点”;

(2) 如果点 $D(m,2)$ 是 $\triangle ABC$ 关于原点 O 的“伴随点”, 直接写出 m 的取值范围;

(3) 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的顶点坐标为 $(-1, n)$, 其关于原点对称的抛物线上存在 $\triangle ABC$ 关于原点 O 的“伴随点”, 求出 n 的最大值和最小值.

