2024-2025 学年度第一学期期中练习题

年级：初三 科目：数学 班级：__________ 姓名：__________

考	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 个小题，满分 100 分. 考试时间 120 分钟.
生	2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名、学号.
须	3. 答案一律填写在答题纸上，在试卷上作答无效.
知	4. 考试结束，将试卷和答题纸一并交回.

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）（每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个）

1. 在平面直角坐标系中，点 $A(-3,4)$ 关于原点对称的点的坐标是（　　）

A. (3，4)　　B. (3，−4)　　C. (−3，−4)　　D. (−4，3)

2. 已知⊙O 的半径为 4，如果 OP 的长为 3，则点 P 在（　　）

A. ⊙O 内　　B. ⊙O 上　　C. ⊙O 外　　D. 不确定

3. 若关于 x 的一元二次方程 $2x^2+x-m=0$ 有一个根为 1，则另一个根的值为（　　）

A. 3　　B. −3　　C. $-\frac{3}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

4. 如图，在⊙O 中，弦 AB，CD 相交于点 E，$\angle AEC=74°$，$\angle ABD=36°$，则$\angle BOC$ 的度数为（　　）

A. 100°　　B. 110°　　C. 148°　　D. 140°

5. 在 **圆、正六边形、平行四边形、等腰三角形、正方形**这五个图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的图形有（　　）

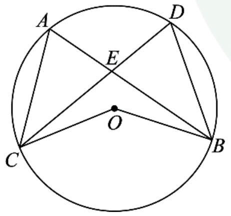
A. 2 个　　B. 3 个　　C. 4 个　　D. 5 个

6. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 如图所示，则关于 x 的方程 $ax^2+bx+c-4=0$ 的根的情况为（　　）

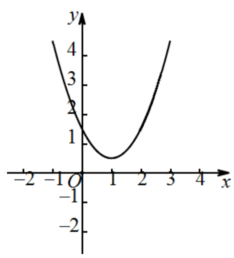
A.没有实数根　　B.有两个相等的实数根　　C. 有两个不相等的实数根　　D.有实数根

7. 如图，点 O 为线段 AB 的中点，$\angle ACB=\angle ADB=90°$，连接 OC，OD. 则下面结论不一定成立的是（　　）

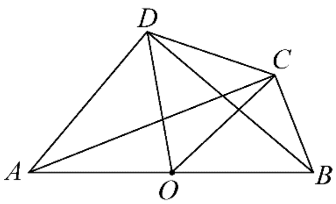
A. $OC=OD$　　B. $\angle BDC=\angle BAC$　　C. $\angle BCD+\angle BAD=180°$　　D. AC 平分$\angle BAD$



第 4 题图



第 6 题图



第 7 题图

8. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的顶点为 $P(-1，k)$，且经过点 $A(-3，0)$，其部分图象如图所示，下面四个结论中，

①$abc>0$；

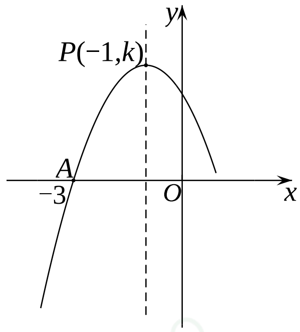
②$b=-2a$；

③若点 $N(t,n)$ 在此抛物线上且 $n<c$，则 $t>0$或$t<-2$；

④对于任意实数 t，都有 $a(t^2-1)+b(t+1)\leq 0$ 成立.

正确的有（　　）个

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3



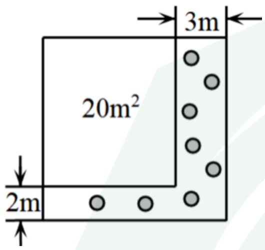
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 写出一个开口向上，对称轴为 $x=1$ 的抛物线的表达式____________.

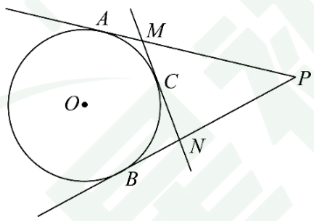
10. 将抛物线 $y=x^2$ 向下平移 3 个单位，向左平移 1 个单位，得到新的抛物线的表达式是_____.

11. ⊙O 的直径为 17cm，若圆心 O 与直线 l 的距离为 7.5cm，则 l 与⊙O 的位置关系是________（填“相交”、“相切”或“相离”）.

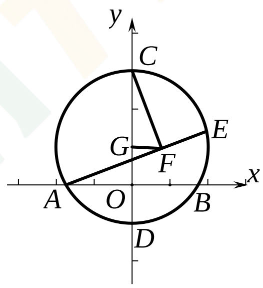
12. 如图，将一块正方形空地划出部分区域进行绿化，原空地一边减少了 2m，另一边减少了 3m，剩余一块面积为 20m² 的矩形空地，若原正方形空地边长是 xm，则可列关于 x 的一元二次方程__________________.



第 12 题图



第 13 题图



第 16 题图

13. 如图，PA，PB 分别与⊙O 相切于点 A，B，点 C 为劣弧 AB 上的点，过点 C 的切线分别交 PA，PB 于点 M，N. 若 PA =8，则△PMN 的周长为______.

14. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=a(x-3)^2+1(a<0)$ 的顶点坐标是_____；若点(2，y_1)，(6，y_2)在此抛物线上，则 y_1，y_2，1 的大小关系是_______（用“<”号连接）.

15. 已知二次函数 $y=a(x-2)^2-2a$，当 $1\leq x\leq 4$ 时，函数值 y 的最大值为 4，则 a 的值为_______.

16. 如图，以点 $G(0，1)$为圆心，2 为半径的圆与 x 轴交于 A，B 两点，与 y 轴交于 C，D 两点，E 为⊙G 上一动点，$CF\perp AE$ 于点 F，连接 FG，则弦 AB 的长度为_______；点 E 在⊙G 上运动的过程中，线段 FG 的长度的最小值为__________.

三、解答题（本题共 68 分，17 题每小题 3 分；18-19 题每题 4 分； 20-21 题每题 6 分；22 题 5 分；23 题 7 分；24 题 6 分；25 题 5 分；26 题 6 分；27 题 7 分；28 题 6 分）

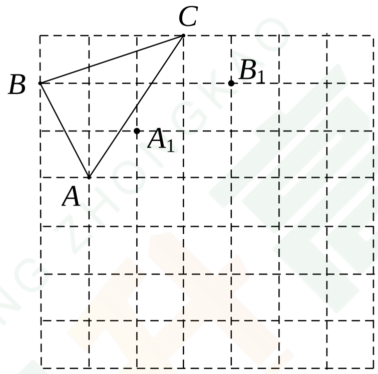
17. 解方程：（1） $x^2-4x-1=0$；　　（2）$2x^2+3x=0$.

18. 已知：如图，△ABC 绕某点按一定方向旋转一定角度后得到△$A_1B_1C_1$，点 A，B，C 分别对应点 A_1，B_1，C_1.

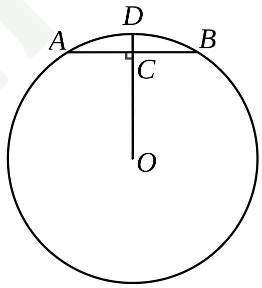
（1）请通过画图找到旋转中心，将其记作 O ；

（2）直接写出旋转方向________（填顺时针或逆时针），旋转角度_______°；

（3）在图中画出△$A_1B_1C_1$.



19. 如图， AB 是⊙O 的弦，半径 $OD\perp AB$ 于点 C. 若 AB=16，CD=2，求⊙O 的半径的长.



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2-x-2=0$ 有两个不相等的实数根.

（1）求 m 的取值范围；

（2）当 m 取最小的正整数时，求方程的根.

21. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$图象上部分点的横坐标 x，纵坐标 y 的对应值如下表所示：

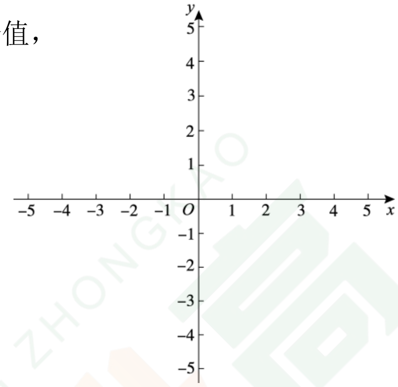
x	…	-1	0	1	2	3	4	…
y	…	8	3	0	-1	m	3	…

（1）根据表中的信息，则 m 值为_____ ；

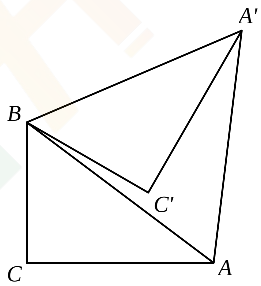
（2）求此二次函数的解析式，并用描点法画出该二次函数的图象；**（不用列表）**

（3）一次函数 $y=kx+3$，当 $0<x<3$ 时，对于 x 的每一个值，

都有 $kx+3>ax^2+bx+c$，直接写出 k 的取值范围.



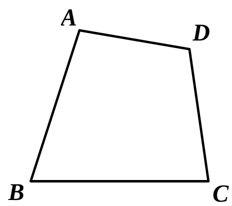
22. 如图，△ABC 中，∠C=90°. 将△ABC 绕点 B 逆时针旋转 60°得到△ $A'BC'$.若 $BC'=3$，AC=4，求 AA' 的长.



23. 小明在学习了圆内接四边形的性质“圆内接四边形的对角互补”后，想探究它的逆命题“对角互补的四边形的四个顶点在同一个圆上”是否成立. 他先根据命题画出图形，并用符号表示已知，求证.

已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中，∠B+∠ADC=180º.

求证：点 A，B，C，D 在同一个圆上.



他的基本思路是依据“不在同一直线上的三个点确定一个圆”，先作出一个过三个顶点 A，B，C 的⊙O，再证明第四个顶点 D 也在⊙O 上.

具体过程如下：

步骤一 利用直尺与圆规，作出过 A，B，C 三点的⊙O，并保留作图痕迹.

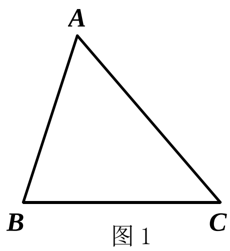


图 1

步骤二　用反证法证明点 D 也在⊙O 上.

假设点 D 不在⊙O 上，则点 D 在⊙O 内或⊙O 外.

（i）如图 2，假设点 D 在⊙O 内.

延长 CD 交⊙O 于点 D_1，连接 AD_1，

∴$\angle B+\angle D_1=180°$（__①__）.（填推理依据）

∵$\angle ADC$ 是$\triangle ADD_1$ 的外角，

∴$\angle ADC=\angle DAD_1+\angle D_1$.

∴$\angle ADC>\angle D_1$.

∴$\angle B+\angle ADC>180°$.

这与已知条件$\angle B+\angle ADC=180°$ 矛盾.

∴假设不成立．即点 D 不在⊙O 内.

（ii）如图 3，假设点 D 在⊙O 外.

设 CD 与⊙O 交于点 D_2，连接 AD_2，

∴____②____$+\angle AD_2C=180°$.

∵$\angle AD_2C$ 是$\triangle AD_2D$ 的外角，

∴$\angle AD_2C=\angle DAD_2+$____③____.

∴____④____$<\angle AD_2C$.

∴____⑤____$+\angle ADC<180°$.

这与已知条件$\angle B+\angle ADC=180°$ 矛盾.

∴假设不成立．即点 D 不在⊙O 外.

综上所述，点 D 在⊙O 上.

∴点 A，B，C，D 在同一个圆上.

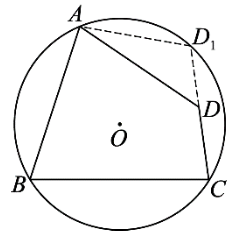


图 2

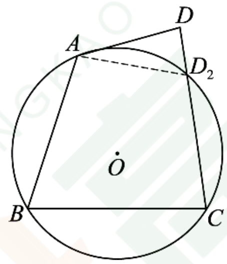


图 3

阅读上述材料，并解答问题：

（1）根据步骤一，补全图 1（要求：尺规作图，保留作图痕迹）；

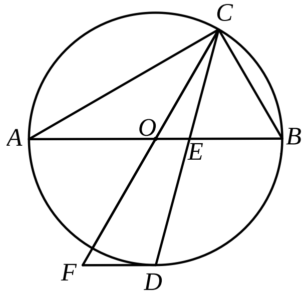
（2）填写推理依据：①________________________________；

（3）填空：②______，③______，④______，⑤______.

24. 如图，点 C 在以 AB 为直径的⊙O 上，CD 平分$\angle ACB$ 交⊙O 于点 D，交 AB 于点 E，过点 D 作 $DF\parallel AB$，交 CO 的延长线于点 F.

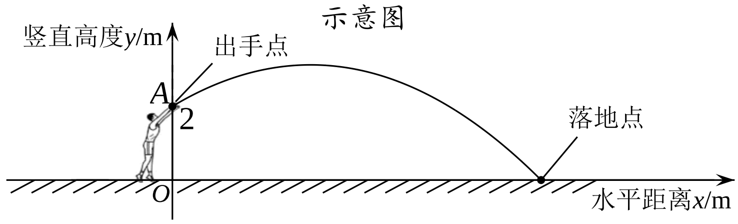
（1）求证：直线 DF 是⊙O 的切线；

（2）若$\angle A=30°$，$AC=2\sqrt{3}$，求 DF 的长.



25. 投掷实心球是北京市初中学业水平考试体育现场考试的选考项目之一. 实心球被投掷后的运动的运动路线可以看作是抛物线的一部分. 建立如图所示的平面直角坐标系，实心球从出手（点 A 处）到落地的过程中，其竖直高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）近似满足二次函数关系.

示意图



小石进行了三次训练，每次实心球的出手点 A 的竖直高度为 2m. 记实心球运动路线的最高点为 P，训练成绩（实心球落地点的水平距离）为 d（单位：m）. 训练情况如下：

	第一次训练	第二次训练	第三次训练
训练成绩	$d_1=8.39\text{m}$	d_2	d_3
最高点	$P_1(3,2.9)$	$P_2(4,3.6)$	$P_3(3,3.4)$
满足的函数关系式	$y_1=-0.1(x-3)^2+2.9$	$y_2=a(x-h)^2+k$ $(a<0)$	$y_3=-0.15(x-3)^2+3.4$

根据以上信息，

（1）求第二次训练时满足的函数关系式；

（2）小石第二次训练的成绩 d_2 为______m；

（3）直接写出训练成绩 d_1，d_2，d_3 的大小关系.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=ax^2-2a^2x+2(a\neq 0)$ 的图象与 y 轴交于点 A，与直线 $x=2$ 交于点 B.

（1）若 $AB/\!/x$ 轴，求二次函数解析式；

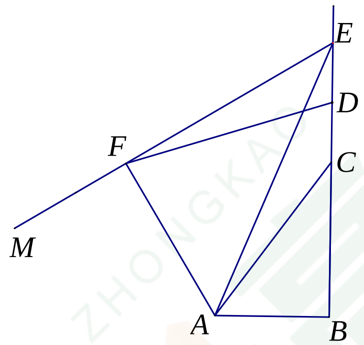
（2）记抛物线在 A，B 之间的部分为图象 G(包含 A，B 两点)，若对于图象 G 上任意一点 $C(x_C，y_C)$，都有 $y_C\leq 2$，求 a 的取值范围.

27. 如图，RtΔABC 中，$\angle B=90°$，$\angle ACB=\alpha$ $(0°<\alpha<45°)$，点 E 是线段 BC 延长线上一点，点 D 为线段 EC 的中点，连接 EA. 将射线 EA 绕点 E 顺时针旋转 α 得到射线 EM，过点 A 作 $AF\perp EM$，垂足为点 F，连接 FD.

（1）用等式表示线段 BD 与 DF 之间的数量关系，并证明；

（2）求 $\angle FDB$ 的大小（用含 α 的代数式表示）；

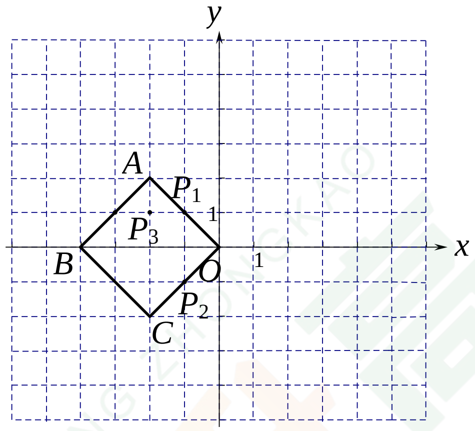
（3）若点 D 满足 $BC=CD$，直接写出一个 α 的值，使得 $CF\perp BE$.



28．在平面直角坐标系 xOy 中，将对角线交点为 T 的正方形记作正方形 T，对于正方形 T 和点 P（不与 O 重合）给出如下定义：若正方形 T 的边上存在点 Q，使得直线 OP 与以 TQ 为半径的⊙T 相切于点 P，则称点 P 为正方形 T 的"伴随切点".

（1）如图，正方形 T 的顶点分别为点 O，$A(-2，2)$，$B(-4，0)$，$C(-2，-2)$.

①在点 $P_1(-1，1)$，$P_2(-1，-1)$，$P_3(-2，1)$中，正方形 T 的"伴随切点"是____________；



②若直线 $y=-x+b$ 上存在正方形 T 的"伴随切点"，求 b 的取值范围；

（2）已知点 $T(t，t-1)$，正方形 T 的边长为 2．若存在正方形 T 的两个"伴随切点" M，N，使得△OMN 为等边三角形，直接写出 t 的取值范围.

2024-2025 学年度第一学期初三数学
期中练习答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	D	B	C	D	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$y=(x-1)^2$ （答案不唯一）；　10．$y=(x+1)^2-3$；　11．相交；　12．$(x-2)(x-3)=20$

13．16；　14．(3，1)；$y_2<y_1<1$；　15. 2 或 -2；　16．$2\sqrt{3}$；$\sqrt{3}-1$．

三、解答题（本题共 68 分，17 题 6 分；18-19 题每题 4 分；20-21 题每题 6 分；22 题 5 分；23 题 7 分；24 题 6 分；25 题 5 分；26 题 6 分；27 题 7 分；28 题 6 分）

17. 解：（1）$x^2-4x-1=0$；

$(x-2)^2=5$

$x_1=2+\sqrt{5}, x_2=2-\sqrt{5}$

（2）$2x^2+3x=0$．

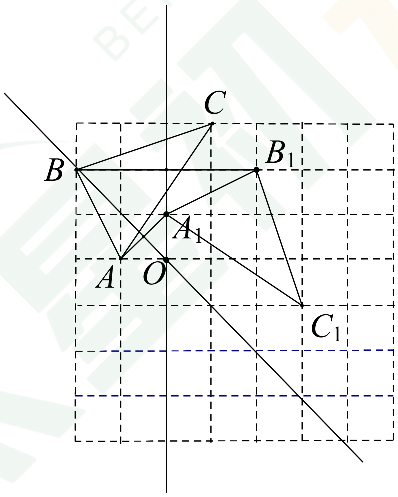
$x(2x+3)=0$

$x_1=0, x_2=-\frac{3}{2}$

18 解：（1）如图；

（2）顺时针；90

（3）如图



19. 解：连接 OA.

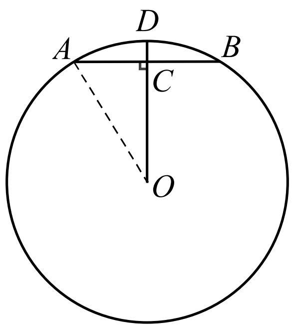
∵$OD\perp AB$，AB=16，

∴$AC=\frac{1}{2}AB$=8.

设 OA=x，则 OC=x-2.

∵$OD\perp AB$，

∴$OC^2+AC^2=OA^2$，



∴$(x-2)^2+64=x^2$.

解得，x=17，

∴⊙O 的半径为 17.

20. 解：（1）∵关于 x 的一元二次方程 $mx^2-x-2=0$ 有两个不相等的实数根，

∴ $\Delta=1-4m\cdot(-2)=8m+1>0$，

∴ $m>-\frac{1}{8}$ 且 $m\neq0$.

（2）∵m 取最小的正整数，

∴m=1.

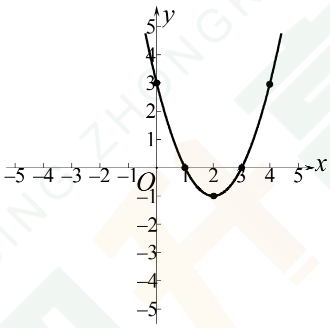
此时一元二次方程为：$x^2-x-2=0$，

解得 $x_1=2$， $x_2=-1$.

21. （1）0；

（2）设 $y=a(x-2)^2-1$.

将点(1，0)代入，得 a=1，即 $y=(x-2)^2-1$.



（3）$k\geq-1$ 且 $k\neq0$.

22. 解：∵将△ABC 绕点 B 逆时针旋转 60°得到△ $A'BC'$，

∴△ABC≌△ $A'BC'$，∠ $A'BA$=60°，

∴ $BC=B'C'=3$.

∵∠C=90°，AC=4，

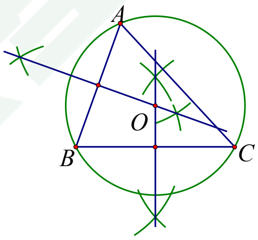
∴AB=5.

∵ $AB=A'B$，

∴△ $A'BA$ 为等边三角形，

∴ $AA'=A'B=5$.

23. 解：（1）如图；



（2）圆内接四边形对角互补；

（3）∠B；∠D；∠D；∠B.

24. （1）证明：连接 OD，

∵CD 平分∠ACB，

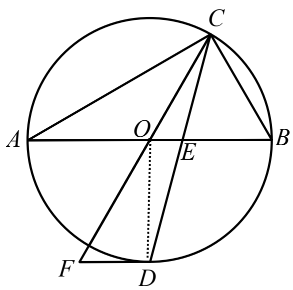
∴∠ACD=∠BCD，

∴∠AOD=∠BOD，

∵∠AOD+∠BOD=180°，

∴∠AOD=90°，

∴OD⊥AB，



∵$FD // AB$，

∴$OD \perp FD$，

∴FD 为⊙O 的切线.

（2）∵AB 为⊙O 的直径，

∴$\angle ACB=90°$.

∵ $\angle A=30°$ ， $AC=2\sqrt{3}$，

∴$AB=4$，

∴ $OD=\frac{1}{2}AB=2$.

∴$\angle COB=2\angle A=60°$，

∴$\angle AOF=\angle COB=60°$，

∴$\angle FOD=30°$.

设 $DF=x$，$OF=2x$，

则 $\sqrt{3}x=2$，

∴ $x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

∴ $DF=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

25. （1）设 $y=a(x-4)^2+3.6$，

∵过点 $A(0,2)$，

∴ $0=a(0-4)^2+3.6$，

∴ $a=-0.1$，

∴ $y=-0.1(x-4)^2+3.6$.

（2）10；

（3） $d_3<d_1<d_2$

26. （1）∵$A(0，2)$，$AB // x$ 轴，

∴$B(2，2)$，

∴ $4a-4a^2+2=2$，

∵ $a\neq 0$，

∴ $a=1$.

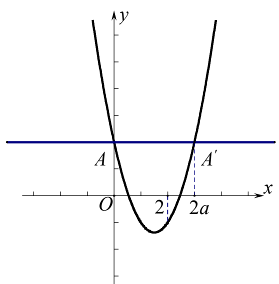
∴ $y=x^2-2x+2$.

（2）∵对称轴为：$x=a$，

∴$A(0，2)$关于对称轴 $x=a$ 的对称点 $A'(2a，2)$.

若 $a>0$，

∵当 $0\leq x\leq 2$ 时， $y_C\leq 2$，



∴ $2a\ge 2$，

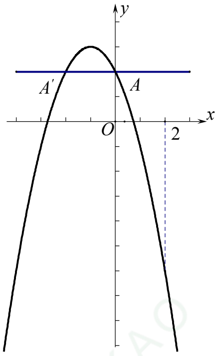
∴ $a\ge 1$.

若 $a<0$，

当 $0\le x\le 2$ 时，y 随 x 增大而减小，

∴ $y_C\le 2$ 恒成立.

综上，$a\ge 1$ 或 $a<0$.



27.（1）$BD=DF$；

证明：延长 EF，使 $FN=EF$，连接 AN，NC.

∵ $AF\perp EN$，

∴ $AE=AN$，①

∴ $\angle EAN=180°-2\alpha$.

延长 CB，使 $CB=BH$.

∵ $\angle ABC=90°$，

∴ $AC=AH$，②

∴ $\angle CAH=180°-2\alpha$，

∴ $\angle NAC=\angle EAH$，③

∴ $\triangle NCA\cong\triangle EAH$，

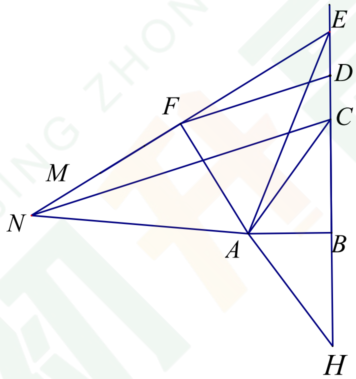
∴ $CN=EH$.

∵ $ED=DC$，$EF=FN$，

∴ $CN=2FD$.

∵ $EH=2BD$，

∴ $FD=BD$.



（2）解：由（1）可知，$\triangle EAH\cong\triangle NCA$，

∴ $\angle NCA=\angle A=\alpha$，

∴ $\angle NCH=2\alpha$.

∵ $NH\parallel FD$，

∴ $\angle FDB=\angle NCH=2\alpha$.

（3）$30°$

28.（1）① P_1，P_2；

② ∴ $-2\le b\le\sqrt{2}-1$.

（2）$\dfrac{1-\sqrt{15}}{2}\le t\le\dfrac{1-\sqrt{7}}{2}$ 或 $\dfrac{1+\sqrt{7}}{2}\le t\le\dfrac{1+\sqrt{15}}{2}$