



数学

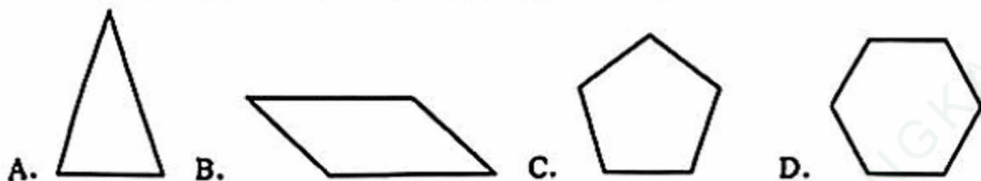
2024.11

学部_____班_____姓名_____考号_____

一. 选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1. 下列图形中, 既是中心对称图形也是轴对称图形的是 ()



2. 一元二次方程 $2x^2+3x-4=0$ 的一次项系数是 ()

A. -4 B. -3 C. 3 D. 2

3. 八边形的外角和为 ()

A. 180° B. 360° C. 720° D. 1080°

4. 下表是某校乒乓球队队员的年龄分布:

年龄/岁	13	14	15	16	17
频数	2	6	8	3	1

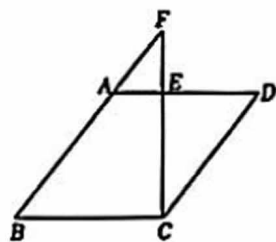
则这些队员年龄的众数是 ()

A. 6 B. 8 C. 14 D. 15

5. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 AD 上, 射线 CE 交 BA 的延长

线于点 F , 若 $\frac{AE}{ED} = \frac{1}{2}$, $AB=3$, 则 AF 的长为 ()

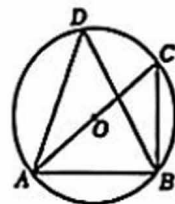
A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2



6. 如图, 点 A, B, C, D 在 $\odot O$ 上, AC 是 $\odot O$ 的直径, $\angle BAC=40^\circ$, 则

$\angle D$ 的度数是 ()

A. 40° B. 50° C. 60° D. 90°



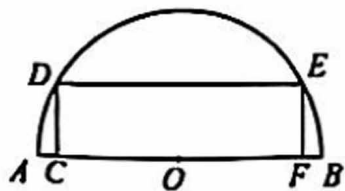
7. 已知 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(4, y_3)$ 是二次函数 $y = -x^2 + 2x + c$ 的图象上的三个点, 则 y_1 ,

y_2, y_3 的大小关系为 ()

A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_3 < y_1 < y_2$



8. 如图, 矩形 $CDEF$ 的顶点 C, F 在线段 AB 上, D, E 在以
 线段 AB 为直径的半圆上, O 是 AB 中点, 且 $OA=2CD$. 若
 $CD=p, AC=m, BC=n$, 下面四个结论:



① $n-m=2\sqrt{3}p$ ② $mn=p^2$ ③ $m+n=4\sqrt{3}p$ ④ $m^2+n^2=8p^2$

其中所有正确结论的序号是 ()

- A. ①② B. ①②③
 C. ①②④ D. ①③④

二. 填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 点 $A(-1,2)$ 关于原点对称的点的坐标是 _____.

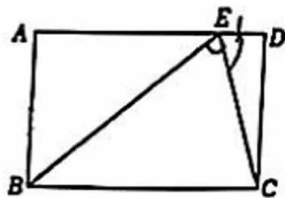
10. 把函数 $y=-3x^2$ 的图象向左平移 2 个单位, 再向上平移 5 个单位, 得到的图象的解析式是 _____.

11. 两个相似三角形面积比是 9:25, 其中面积较小的三角形的周长为 36cm, 则另一个三角形的周长是 _____ cm.

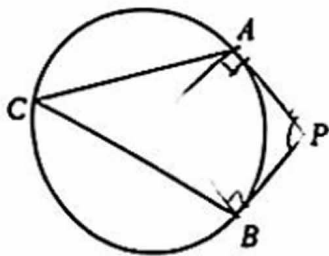
12. 已知 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ 的平均数是 5, 则 $x_1+1, x_2+1, \dots, x_{10}+1$ 的平均数是 _____.

13. 随着技术的发展, 某工厂生产的零部件原来的成本是每件 300 元, 连续两次降低成本后, 现在的成本是每件 192 元. 若设每件成本的平均降低率是 x , 则可列方程 _____.

14. 如图, 已知四边形 $ABCD$ 是矩形, $AB=3$, 点 E 在 AD 上,
 $DE=1$. 若 EC 平分 $\angle BED$, 则 BC 的长为 _____.



15. 如图, PA, PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A, B 两点, C 是优弧 AB
 上的一个动点, 若 $\angle P=96^\circ$, 则 $\angle ACB=$ _____ $^\circ$.





16. 某电池制造商将两种型号的车用电池共打包成 6 个不同的包裹, 编号分别为 A, B, C,

D, E, F, 每个包裹的重量及包裹中甲乙两种型号的电池的重量如下:

包裹编号	甲型电池重量/吨	乙型电池重量/吨
A	5	1
B	3	2
C	2	3
D	4	3
E	2	4
F	3	5

制造商准备用一辆载重不超过 24.5 吨的货车将其中的 4 个包裹运送到某新能源车工厂.

(1) 如果装运的甲型电池不少于 11 吨, 且不多于 13 吨, 写出一种满足条件的装运方案 _____ (写出要装运包裹的编号):

(2) 如果装运的甲型电池不少于 11 吨, 且不多于 13 吨, 同时装运的乙型电池最多, 写出满足条件的装运方案 _____ (写出要装运包裹的编号).

三. 解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每题 5 分, 第 23-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分)

17. 计算: $\sqrt{49} + \sqrt{-27} + |1 - \sqrt{2}| - \sqrt{2}$.

18. 如图, 点 A 的坐标为 (2, 1), 点 B 的坐标为 (2, 0). 作

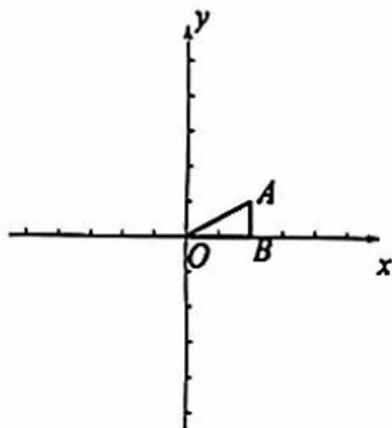
如下操作:

① 以点 A 为旋转中心, 将 $\triangle ABO$ 顺时针方向旋转 90° , 得到 $\triangle AB_1O_1$;

② 以点 O 为位似中心, 将 $\triangle ABO$ 放大, 得到 $\triangle A_2B_2O$, 使相似比为 1:2, 且点 A_2 在第三象限.

(1) 在图中画出 $\triangle AB_1O_1$ 和 $\triangle A_2B_2O$;

(2) 请直接写出点 A_2 的坐标 _____.

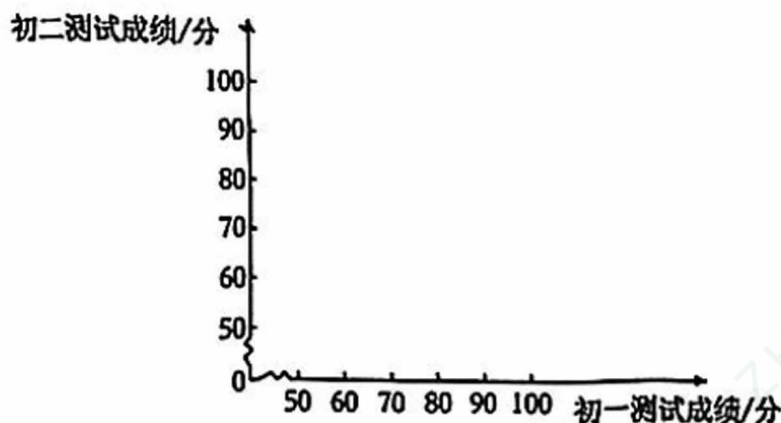




25. 为了加强学校体育工作, 促使学生积极参加体育锻炼, 促进学生身心健康发展, 教育部和国家体育总局颁发了《学生体质健康标准》. 某校体育老师为准确掌握初中学生体质健康变化情况, 对同一届学生在初一学年和初二学年的体质健康测试成绩进行了统计, 并从中随机抽取了 20 名学生, 对他们的两次测试成绩 (百分制) 进行整理、描述和分析.

下面给出了部分信息:

a. 这 20 名学生初一测试、初二测试成绩得分统计如图:



b. 这 20 名学生初一测试成绩、初二测试成绩的平均数、中位数、方差如下表:

	平均数	中位数	方差
初一测试	72.0	71.5	99.7
初二测试	86.8	m	88.4

c. 按照初二测试成绩把学生成绩分为 A、B、C 三个等级, 若初二测试的成绩为 x , 被抽取的 20 名学生中有 8 人是 A 等级 ($90 \leq x \leq 100$), 有 7 人是 B 等级 ($80 \leq x < 90$), 有 5 人是 C 等级 ($x < 80$), 其中 B 等级所有学生的成绩是:

80 82 83 85 87 88 88

根据以上信息, 回答下列问题:

(1) 小涵同学初一测试的成绩为 80 分, 初二测试的成绩为 95 分, 请在图中用 “○” 圈出小涵对应的点:

(2) 写出表中 m 的值, $m =$ _____;

(3) 全年级学生共 760 人, 估计能获得 “A 等级” 的学生有 _____ 人;

(4) 若 “体质健康增长率 = $\frac{\text{初二测试成绩} - \text{初一测试成绩}}{\text{初一测试成绩}} \%$ ”, 请在图中用 \triangle 标记出 8 名获得 A 等级的学生中体质健康增长率最高的学生所对应的点.

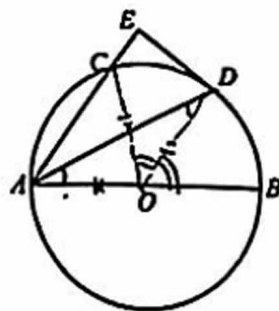


24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 是 $\odot O$ 上的两点, 且 $\widehat{DB} = \widehat{DC}$,

过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 AC 的延长线于点 E .

(1) 求证: $\angle E = 90^\circ$;

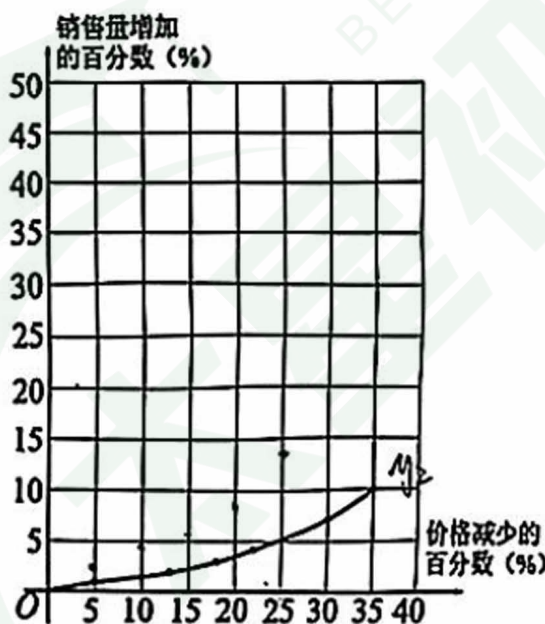
(2) 连接 CD , 若 $CD = \sqrt{5}$, $ED = 2$, 求 AD 的长.



25. 某商场同时在销售 A、B 两种商品. 通过对于销售记录的分析, 可以发现两种商品的售价变化会影响消费者的购买欲望. 当两类商品的售价相比原价都减少 $x\%$ 时, A 商品的销售量会上升 $y_1\%$, B 商品的销售量会上升 $y_2\%$. 以下是 A、B 两种商品的销售量随着售价的变化而变化的部分数据:

x (%)	0	5	10	13	18	22	30	35
y_1 (%)	0	2.0	4.6	6.0	7.9	12.1	32.1	47.1
y_2 (%)	0	1.0	1.5	2.0	3.0	4.2	7.2	10.0

(1) 通过分析表格中的数据, 发现可以用函数刻画 y_1 与 x , y_2 与 x 之间的关系. 在给定的平面直角坐标系 xOy 中, 已经画出了函数 y_2 的图象, 请画出函数 y_1 的图象:



(2) 根据以上数据与函数图象, 解决下列问题:

- ① A、B 两种商品中, 一种是生活必需品, 另一种是非生活必需品. 据统计, 当商品售价上涨时, 生活必需品的销售量变化不大, 而非生活必需品的销售量会有较大的变化. 推测 A、B 两件商品中, 生活必需品是 _____; (填 A 或 B)
- ② 商场在国庆假期对 A 商品打八折促销, 若要使 B 商品的销售量增加百分数与 A 商品接近相同, B 商品的售价应为原价的 _____% (结果保留整数).



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y = ax^2 - 2a^2x + 1 (a > 0)$ 上任意两点.

(1) 已知点 $(2, 1)$ 在抛物线上, 求 a 的值:

(2) 若对于 $x_1 = -1, a+1 < x_2 < a+2$, 都有 $y_1 > y_2$, 求 a 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, \angle A = \alpha (45^\circ < \alpha < 90^\circ)$, 将线段 AB 绕点 B 逆时针旋转 2α 得到线段 BD , 连接 AD .

(1) 依题意补全图形, 求 $\angle BAD$ 的大小 (用含 α 的式子表示)

(2) 作 $BP \perp BD$, 交射线 CA 于点 P , 连接 PD , 用等式表示线段 PA, PC, PD 之间的数量关系, 并证明.





28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 A 和点 B , 对于直线 AB 外一点 P , 给出如下定义: 若 $\angle PAB = \alpha$, 将点 A 绕点 P 顺时针旋转 α 得到点 Q , 再将点 P 绕点 Q 逆时针旋转 α 得到点 R , 则称点 R 为点 P 关于 A, B 的“关联点”.

(1) 如图, 点 $A(1,0), B(2,0), C(1,1), D(2,-2)$.

① 在点 $R_1(2,2), R_2(0,2), R_3(2,-1), R_4(1,-1)$ 中, 点 C 关于 A, B 的“关联点”是 _____, 点 _____ 关于 A, B 的“关联点”是点 D ;

② 已知点 E 在射线 $y = \sqrt{3}x - \sqrt{3} (x \geq 1)$ 上, 若点 E 关于 A, B 的“关联点” F 在以点 $G(2,1)$ 为圆心, OG 为半径的圆内, 直接写出点 E 的横坐标 x_E 的取值范围 _____:

(2) 已知 $OA = OB = 1$, 将点 A 绕点 O 逆时针旋转 120° 得到点 M , 若点 N 为点 M 关于 A, B 的“关联点”, 记 ON 的长为 t , 直接写出 t 的取值范围 _____.

