

## 北京市第八十中学 2024~2025 学年第一学期期中考试

高一 学 科：数学

2024 年 10 月

班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 考号 \_\_\_\_\_

(考试时间 120 分钟 满分 150 分)

提示：试卷答案请一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。

在答题卡上,选择题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色签字笔作答。

## 一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 3 分,共 36 分)

1. 已知集合  $U = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ,  $A = \{x | -1 < x < 3, x \in \mathbb{N}\}$ , 则  $\complement_U A = ( )$ 

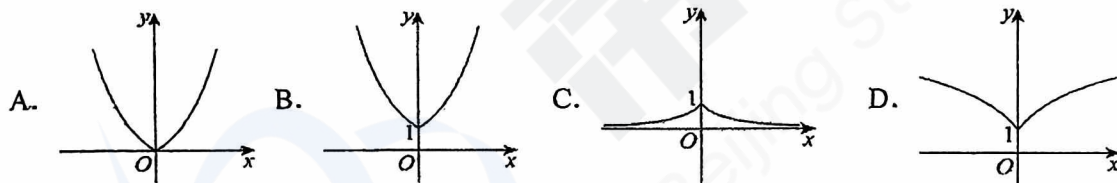
- A.  $\{-1, 3\}$     B.  $\{1, 2\}$     C.  $\{-1, 0, 3\}$     D.  $\{0, 1, 2\}$

2. 下列函数中是偶函数的是 ( )

- A.  $y = x^4 (x < 0)$     B.  $y = |x + 1|$     C.  $y = \frac{2}{x^2 + 1}$     D.  $y = 3x - 1$

3. 已知  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , 且  $a > b$ , 则下列不等式正确的是 ( )

- A.  $ac > bc$     B.  $a^2 > b^2$     C.  $a^3 > b^3$     D.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

4. 函数  $y = 3^{|x|}$  的大致图象是 ( )5. 若奇函数  $f(x)$  在区间  $[3, 7]$  上是增函数, 且最小值为 5, 则它在区间  $[-7, -3]$  上是 ( )

- A. 增函数且有最大值 -5    B. 增函数且有最小值 -5  
C. 减函数且有最大值 -5    D. 减函数且有最小值 -5

6. 随着我国经济的不断发展, 2023 年年底某地区农民人均年收入为 7000 元, 预计该地区今后农民的人均收入每年将在上一年的基础上增长 6%, 那么 2030 年年底该地区的农民人均年收入为 ( )

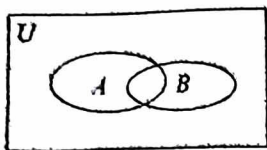
- A.  $7000 \times 1.06 \times 7$  元    B.  $7000 \times 1.06^7$  元    C.  $7000 \times 1.06 \times 8$  元    D.  $7000 \times 1.06^8$  元

7. 已知  $a > 0$ , 则  $a + 1 + \frac{4}{a}$  的最小值为 ( )

- A. -1    B. 3    C. 4    D. 5



8. 如图, 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | x^2 - 3x - 4 > 0\}$ ,  $B = \{x | x > 0\}$ , 则图中阴影部分表示的集合为 ( )



- A.  $\{x | x \leq 0\}$     B.  $\{x | x \geq -1\}$     C.  $\{x | -1 \leq x \leq 0\}$     D.  $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 4\}$

9. “ $0 < a \leq 1$ ”是“关于  $x$  的不等式  $ax^2 - 2ax + 1 \geq 0$  对  $\forall x \in \mathbf{R}$  恒成立”的 ( )

- A. 充分不必要条件    B. 必要不充分条件  
C. 充要条件    D. 既不充分也不必要条件

10. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 5, & x \leq 1 \\ a, & x > 1 \end{cases}$  满足对任意实数  $x_1 \neq x_2$ , 都有  $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$  成立, 则  $a$  的取值范围

是 ( )

- A.  $(0, 3]$     B.  $[2, +\infty)$     C.  $(0, +\infty)$     D.  $[2, 3]$

11. 函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1, & x < -2 \\ x^2 - 1, & x \geq -2 \end{cases}$  的值域为 ( )

- A.  $(-1, -\frac{3}{4})$     B.  $[-1, +\infty)$     C.  $(-\infty, +\infty)$     D.  $[-1, -\frac{3}{4}]$

12. 由无理数引发的数学危机一直延续到 19 世纪. 直到 1872 年, 德国数学家戴德金从连续性的要求出发, 用有理数的“分割”来定义无理数(史称戴德金分割), 并把实数理论建立在严格的科学基础上, 才结束了无理数被认为“无理”的时代, 也结束了持续 2000 多年的数学史上的第一次大危机. 所谓戴德金分割, 是指将有理数集  $Q$  划分为两个非空的子集  $M$  与  $N$ , 且满足  $M \cup N = Q$ ,  $M \cap N = \emptyset$ ,  $M$  中的每一个元素都小于  $N$  中的每一个元素, 则称  $(M, N)$  为戴德金分割. 试判断, 对于任一戴德金分割  $(M, N)$ , 下列选项中, 一定不成立的是 ( )

- A.  $M$  没有最大元素,  $N$  有一个最小元素    B.  $M$  有一个最大元素,  $N$  有一个最小元素  
C.  $M$  有一个最大元素,  $N$  没有最小元素    D.  $M$  没有最大元素,  $N$  也没有最小元素

二、填空题(本大题共 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

13. 函数  $f(x) = \frac{(2x-1)^0}{\sqrt{2-x}}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

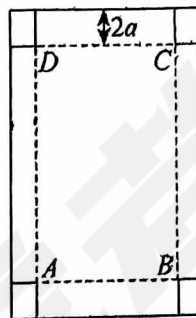
14. 关于  $a$  的不等式的  $a^2 - 2 < 0$  解集是\_\_\_\_\_.



15. 计算:  $\log_3^9 + (-27)^3 =$  \_\_\_\_\_

16. 写出命题“ $\forall x > 0, x^2 + 2x - 3 > 0$ ”的否定: \_\_\_\_\_17. 已知  $g(x) = \frac{2}{x-1}$ , 当  $x \in [2, 6]$  时, 函数  $g(x)$  的最小值是 \_\_\_\_\_, 最大值是 \_\_\_\_\_.

18 如图是一份纸制作的矩形的宣传单, 其排版面积 (矩形  $ABCD$ ) 为  $P$ , 两边都留有宽为  $a$  的空白, 顶部和底部都留有宽为  $2a$  的空白. 若  $a = 2\text{cm}$ ,  $P = 800\text{cm}^2$ , 则当  $AB =$  \_\_\_\_\_ 时, 才能使纸的用量最少, 最少的纸的用量是 \_\_\_\_\_.

19. 函数  $f(x) = -x^2 + |x|$  的单调递增区间是 \_\_\_\_\_.20. 函数  $y = \frac{1}{0.5^x + 2}$  的值域是 \_\_\_\_\_.

21. 已知函数  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ ,  $g(x) = mx + 3 - 2m$ , 若对任意  $x_1 \in [0, 4]$ , 总存在  $x_2 \in [0, 4]$ , 使  $f(x_1) + 2x_1 - g(x_2) = 0$  成立, 则实数  $m$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

22. 已知函数  $f(x) (x \in \mathbb{R})$  满足  $f(-x) = -f(x)$ , 若函数  $y = \frac{x+1}{x}$  与  $y = f(x)$  图象的  $m$  个交点为  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$ , 则  $(x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) + \dots + (x_m + y_m)$  的值是 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题有 5 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

23. (本小题满分 14 分)

记全集  $U = \mathbb{R}$ , 集合  $A = \{x | a - 2 \leq x \leq 2a + 1, a \in \mathbb{R}\}$ ,  $B = \{x | x \leq 3 \text{ 或 } x \geq 7\}$ .

- (1) 若  $a = 2$ , 求  $A \cap B, \complement_U B$ ;
- (2) 若  $A \cup B = \mathbb{R}$ , 求  $a$  的取值范围;
- (3) 若  $A \cap B = A$ , 求  $a$  的取值范围.

24. (本小题满分 15 分)

已知函数  $f(x) = x^2 - 2mx$

- (1) 当  $x \in [0, 1]$ ,  $f(x)$  的最大值为 3, 求实数  $m$  的值.
- (2) 当  $-1 \leq t \leq 1$  时, 若不等式  $f(t) > 2t - 2$  恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.



25. (本小题满分 15 分)

为了保护水资源，提倡节约用水，某城市对居民实行“阶梯水价”，计费方法如下表：

每户每月用水量	水价
不超过 $12\text{m}^3$ 的部分	$3\text{元}/\text{m}^3$
超过 $12\text{m}^3$ 但不超过 $18\text{m}^3$ 的部分	$6\text{元}/\text{m}^3$
超过 $18\text{m}^3$ 的部分	$9\text{元}/\text{m}^3$

(1) 求出每月用水量和水费之间的函数关系

(2) 若某户居民某月交纳的水费为 54 元，则此月此户居民的用水量为多少？

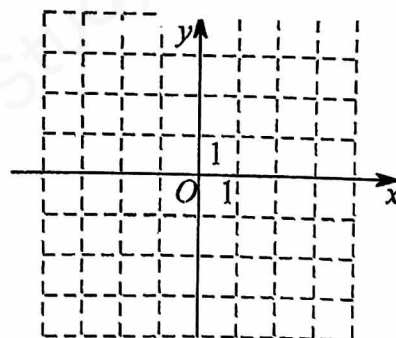
26. (本小题满分 15 分)

已知函数  $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数，且  $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{2}{5}$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的解析式以及零点.

(2) 判断并用函数单调性的定义证明  $f(x)$  在  $[-1, 0]$  的单调性.

(3) 根据前面所得的结论在所给出的平面直角坐标系上，作出  $f(x)$  在定义域  $\mathbf{R}$  上的准确示意图.



27. (本小题满分 15 分)

设集合  $A$  为非空数集，定义  $A^- = \{x | x = a + b, a, b \in A\}$ ,  $A^+ = \{x | x = |a - b|, a, b \in A\}$ .

(1) 若  $A = \{-1, 1\}$ ，写出集合  $A^-$ 、 $A^+$ ；

(2) 若  $A = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ ,  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ , 且  $A^- = A^+$ , 求证:  $x_1 + x_4 = x_2 + x_3$ ;

(3) 若  $A \subseteq \{x | 0 \leq x \leq 2021, x \in \mathbf{N}\}$ , 且  $A^- \cap A^+ = \emptyset$ , 求集合  $A$  元素个数的最大值.

