北京十四中 2024—2025 学年度第一学期　　期中检测

高二数学 测试卷　　2024. 11

班级：________________　　　　姓名：____________

注意事项	1. 本试卷共 4 页，共 21 道小题，满分 150 分。考试时间 120 分钟。 2. 在答题卡上指定位置贴好条形码，或填涂考号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 答题不得使用任何涂改工具。	出题人：高二备课组 审核人：高二备课组

第一部分 （选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．直线 $x+y+1=0$ 的倾斜角为

（A） $30°$　　（B） $45°$　　（C） $135°$　　（D） $150°$

2．已知圆的一条直径的端点分别是 $A(-1,0)$，$B(3,-4)$，则该圆的方程为

（A） $(x+1)^2+(y-2)^2=8$　　（B） $(x-1)^2+(y+2)^2=8$

（C） $(x+1)^2+(y-2)^2=32$　　（D） $(x-1)^2+(y+2)^2=32$

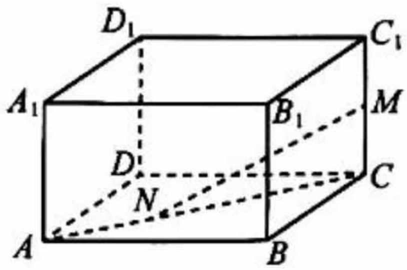
3．椭圆 $3x^2+4y^2=12$ 的焦点坐标为

（A） $(-1,0),(1,0)$　　（B） $(-\sqrt{7},0),(\sqrt{7},0)$　　（C） $(0,-1),(0,1)$　　（D） $(0,-\sqrt{7}),(0,\sqrt{7})$

4．已知点 $A(-1,0,1)$，$B(2,4,3)$，$C(5,8,5)$，则这三点

（A）构成等腰三角形　　（B）构成直角三角形

（C）构成等腰直角三角形　　（D）不能构成三角形



5．如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M 为 CC_1 的中点，

$\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NA}$.记 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$,则 $\overrightarrow{NM}$ 等于

（A） $-\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{c}$　　（B） $\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$　　（C） $-\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$　　（D） $\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{c}$

6．已知圆 $x^2+y^2=1$ 与圆 $\left(x+4\right)^2+\left(y-b\right)^2=25$ 相切，则 $b=$

（A）$2\sqrt{5}$　　（B）$-2\sqrt{5}$　　（C）$\pm2\sqrt{5}$　　（D）$\pm2\sqrt{5}$ 或 0

7．“$a=-1$”是“直线 $ax+y-2=0$ 与直线 $x+ay+3=0$ 平行”的

（A）充分不必要条件　　（B）必要不充分条件

（C）充要条件　　（D）既不充分也不必要条件

8. 在正四面体 $P-ABC$ 中，棱长为 1，D 为棱 AB 的中点，则 $\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PD}$ 的值为

（A）$-\frac{1}{4}$　　（B）$\frac{1}{4}$　　（C）$-\frac{1}{2}$　　（D）$\frac{1}{2}$

9. 圆 $C:x^2+y^2=4$，直线 $l:y=kx+m$，当 k 变化时，直线 l 截圆 C 弦长的最小值为 2，则 $m=$

（A）±2　　（B）$\pm\sqrt{2}$　　（C）$\pm\sqrt{3}$　　（D）±3

10．材料一:已知三角形三边长分别为 a，b，c，则三角形的面积为 $S=\sqrt{p\left(p-a\right)\left(p-b\right)\left(p-c\right)}$，

其中 $p=\dfrac{a+b+c}{2}$，这个公式被称为海伦-秦九韶公式;

材料二:阿波罗尼奥斯($Apollonius$)在《圆锥曲线论》中提出椭圆定义:把平面内与两个定点 F_1，F_2 的距离的和等于常数（大于 $\left|F_1F_2\right|$）的点的轨迹叫做椭圆.

根据材料一或材料二解答:在 ΔABC 中，$BC=4$，$AB+AC=8$，则 ΔABC 面积的最大值为

（A）$2\sqrt{3}$　　（B）3　　（C）$4\sqrt{3}$　　（D）6

第二部分 （非选择题　共 110 分）

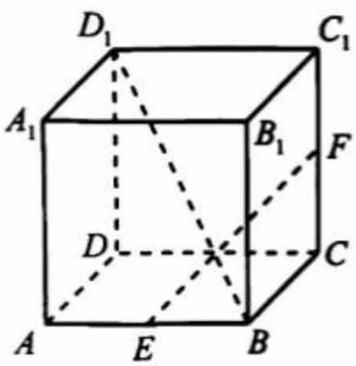
二、填空题共 5 小题，每小题 5 分.

11. 两条平行直线 $l_1:2x-y+1=0$ 与 $l_2:4x-2y+7=0$ 之间的距离为______.

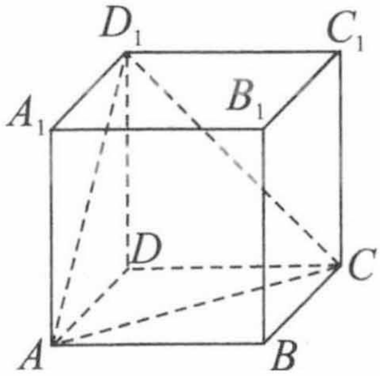
12. 过点 $A\left(0,-2\right)$ 的直线与圆 $x^2+y^2-4x-1=0$ 相切，切点为 B，则 $\left|AB\right|=$______.

13. 已知 $\vec{a}=\left(1,2,-2\right)$，$\left|\vec{b}\right|=1$，则 $\left|\vec{a}-2\vec{b}\right|$ 的最大值为______.

14. 如图，已知 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是正方体，E,F 分别是棱 AB，CC_1 的中点，则直线 EF 与 BD_1 所成角的余弦值为______.



15．如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，则下列四个结论中：



①点 P 在直线 BC_1 上运动时，直线 AP 与直线 A_1D 所成角的大小不变;

②点 P 在直线 BC_1 上运动时，直线 AP 与平面 ACD_1 所成角的大小不变;

③点 P 在直线 BC_1 上运动时，二面角 $P-AD_1-C$ 的大小不变;

④点 P 在直线 BC_1 上运动时，三棱锥 $A-D_1PC$ 的体积不变.

所有正确结论的序号是________.

三、解答题共 6 小题，共 85 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16.（本小题 15 分）

已知 ΔABC 的顶点为 $A(1,2)$、$B(3,4)$、$C(5,0)$.

（Ⅰ）求 AB 边所在直线的方程;

（Ⅱ）求 AB 边上的高线所在直线的方程;

（Ⅲ）求 ΔABC 的面积.

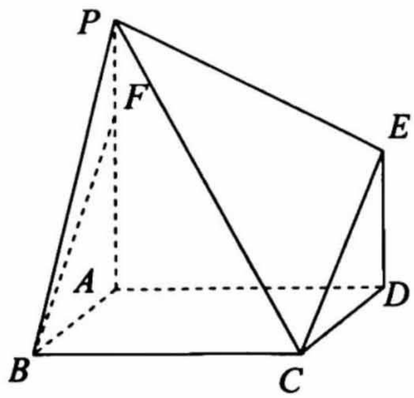
17.（本小题 15 分）

如图所示，四边形 $ABCD$ 是矩形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$DE\perp$ 平面 $ABCD$，$AB=DE=1$，$AD=PA=2$，点 F 在棱 PA 上.

（Ⅰ）求证：BF // 平面 CDE；

（Ⅱ）求二面角 $C-PE-A$ 的余弦值;

（Ⅲ）若点 F 到平面 PCE 的距离为 $\dfrac{1}{3}$，求线段 AF 的长.



18.（本小题 15 分）

已知椭圆 G 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$,长轴端点分别为 $A(-6,0),B(6,0)$.

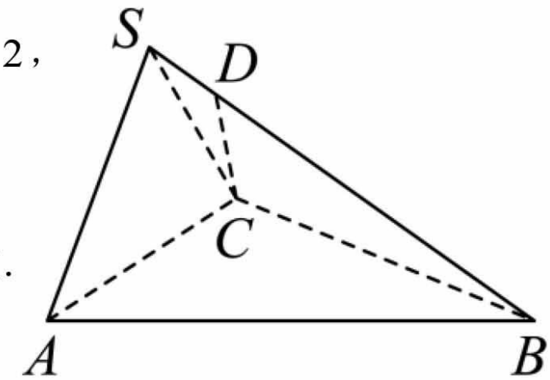
（Ⅰ）求椭圆 G 的标准方程;

（Ⅱ）F_1,F_2 为椭圆 G 的焦点，P 为椭圆 G 上一点，且 $\angle F_1PF_2=\dfrac{\pi}{2}$.求 P 点的坐标;

（Ⅲ）Q 为椭圆 G 上任意一点（不与 A、B 重合），设直线 QA 的斜率为 k_1，直线 QB 的斜率为 k_2，判断 $k_1\cdot k_2$ 是否为常数，并说明理由.

19.（本小题 14 分）

如图所示，在三棱锥 $S-ABC$ 中，$SA\perp SC$，$SA=SC=2$，$AC\perp BC$，$AC=BC$，$SB=2\sqrt{3}$.



（Ⅰ）求证：平面$SAC\perp$平面ABC；

（Ⅱ）若 $\overrightarrow{DS}=\frac{1}{5}\overrightarrow{BS}$，求直线 CD 与平面 SAB 所成角的正弦值.

20.（本小题 14 分）

已知圆 $C:x^2+y^2+Dx+Ey-12=0$ 关于直线 $x+y-2=0$ 对称，且圆心 C 在 x 轴上.

（Ⅰ）求圆 C 的方程；

（Ⅱ）若动点 M 在直线 $x=10$ 上，过点 M 引圆 C 的两条切线 MA，MB，切点分别为 A，B.

①记四边形 $MACB$ 的面积为 S，求 S 的最小值；

②求证：直线 AB 恒过定点.

21.（本小题 12 分）

中国结是一种手工编制工艺品，因其外观对称精致，符合中国传统装饰的审美观念，广受中国人喜爱. 它有着复杂奇妙的曲线，却可以还原成单纯的二维线条，其中的“八字结”对应着数学曲线中的伯努利双纽线.在 xOy 平面上，我们把与定点 $F_1(-a,0)$，$F_2(a,0)(a>0)$ 距离之积等于 a^2 的动点的轨迹称为伯努利双纽线，F_1，F_2 为该曲线的两个焦点. 数学家雅各布•伯努利曾将该曲线作为椭圆的一种类比开展研究. 已知曲线 $E:(x^2+y^2)^2=9(x^2-y^2)$ 是一条伯努利双纽线.

（Ⅰ）求曲线 E 的焦点 F_1，F_2 的坐标；

（Ⅱ）试判断曲线 E 上是否存在两个不同的点 A，B（异于坐标原点 O），使得以 AB 为直径的圆过坐标原点 O.如果存在，求出 A，B 坐标；如果不存在，请说明理由.