北京交大附中 2024—2025 学年第一学期期中练习

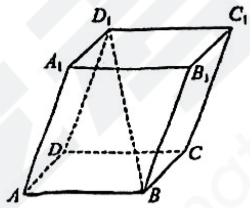
高二数学 2024. 11

说明：本试卷共 4 页，共 150 分。考试时长 120 分钟.

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=1,a_4=5$，则$a_8=$（　）

A．9　　B．11　　C．13　　D．15



2． 如图，在平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，设$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$，

则以$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$为基底表示$\overrightarrow{BD_1}=$（　）

A．$-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$　　B．$\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$　　C．$\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$　　D．$\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}$

3．已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}(1-a_n)=1$，若$a_1=-1$，则$a_{10}=$（

A．2　　B．-2　　C．-1　　D．$\frac{1}{2}$

4．设m,n是两条不同的直线，α,β是两个不同的平面，则下列说法正确的是（

A．若$m\perp n,n\parallel\alpha$，则$m\perp\alpha$　　B．若$m\parallel\beta,\beta\perp\alpha$，则$m\perp\alpha$

C．若$m\perp n,n\perp\beta,\beta\perp\alpha$，则$m\perp\alpha$　　D．若$m\perp\beta,n\perp\beta,n\perp\alpha$，则$m\perp\alpha$

5．设S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和．已知$S_3=-3$，$a_5=2$，则（

A．$\{a_n\}$为递减数列　　B．$a_3=0$

C．S_n有最大值　　D．$S_6=0$

6．如图，A，B是两个形状相同的杯子，且B杯高度是A杯高度的$\frac{3}{4}$，则B杯容积与A杯容积之比最接近的是（　）

A．1:3　　B．2:5　　C．3:5　　D．3:4

A　　B

7．设S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，$a_3=6$且$S_{n+1}=3S_n$，则a_1+a_5等于（　）

A．12　　B．$\frac{164}{3}$　　C．55　　D．$\frac{170}{3}$

Beijing Study Examination

8. 已知底面边长为 2 的正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 $8\sqrt{3}$，则直线 AC 与 A_1B 所成角的余弦为（　）

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

9. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1>1$，公比为 q，记 $T_n=a_1a_2\cdots a_n$（$n\in \mathbf{N}^*$），则“$0<q<1$”是“数列 $\{T_n\}$ 为递减数列”的（　）

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

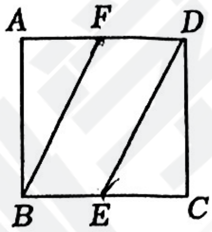
10. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别为边 BC，AD 的中点，将 ΔABF 沿 BF 所在直线进行翻折，将 ΔCDE 沿 DE 所在直线进行翻折，在翻折的过程中，下列说法正确的是（　）

A. 点 A 与点 C 在某一位置可能重合

B. 点 A 与点 C 的最大距离为 $\sqrt{3}AB$

C. 直线 AB 与直线 DE 可能垂直

D. 直线 AF 与直线 CE 可能垂直



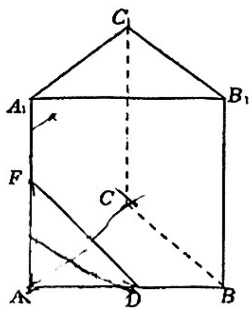
二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分，把答案填在题中横线上）

11 已知圆锥的侧面展开图是半径为 4 的直角扇形，则此圆锥的表面积为__________.

12. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}>a_n$，且其前 n 项和 S_n 满足 $S_{n+1}<S_n$，请写出一个符合上述条件的数列的通项公式 $a_n=$__________.

13. 某慢性疾病患者，因病到医院就医，医生给他开了处方药（片剂），要求此患者每天早、晚间隔 12 小时各服一次药，每次一片，每片 200 毫克.假设该患者每 12 小时从体内大约排出这种药在其体内残留量的 50%，并且医生认为这种药在体内的残留量不超过 400 毫克时无明显副作用.若该患者第一天上午 8 点第一次服药，则第二天上午 8 点服完药时，药在其体内的残留量是__________毫克，若该患者坚持长期服用此药__________明显副作用（此空填“有”或“无”）.

14. 如图，在正三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中，$AB=2$，$A_1A=2\sqrt{3}$，D，F 分别是棱 AB，AA_1 的中点，E 为棱 AC 上的动点，则 ΔDEF 周长的最小值为__________.



15. 已知$\{a_n\}$是各项均为正数的无穷数列，其前n项和为S_n，且$\frac{1}{a_n}+\frac{1}{S_n}=1(n\in N^*)$.给出下列四个结论：

①$S_1+S_3<2S_2$；

②$a_1+a_3>2a_2$；

③对任意的$n\in N^*$，都有$a_n\le 1+\frac{1}{n}$；

④存在常数$A>1$，使得对任意的$n\in N^*$，都有$a_n>A$，

其中所有正确结论的序号是______.

三、解答题（本大题共6小题，共85分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

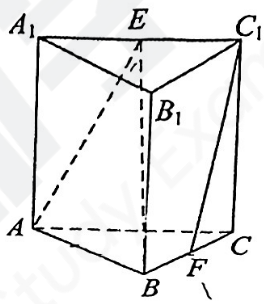
16.如图，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AC=2$，$AB=\sqrt{3}$，$BC=1$，$A_1A=2$，

点E、F分别为A_1C_1、BC的中点.

（Ⅰ）求证：FC_1//平面ABE；

（Ⅱ）求证：$AB\perp FC_1$；

（Ⅲ）求三棱锥B_1-AFC_1的体积.



17. 已知等差数列$\{a_n\}$和等比数列$\{b_n\}$满足$a_1=b_1=1$，$a_2+a_4=10$，$b_2b_4=a_5$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）求和：$b_1+b_3+b_5+\cdots+b_{2n-1}$.

18. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PD\perp$平面$ABCD$，$AB//CD$，$AD\perp CD$，$PD=CD=2AB=2$，

点M在PC上，且BM//平面PAD；

（Ⅰ）求证：M是PC的中点.

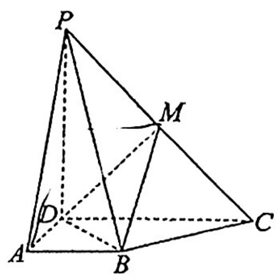
（Ⅱ）再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，

求二面角$M-BD-C$的余弦值.

条件①：$CB\perp PB$；

条件②：$DM=BM$.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.



19．已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=n-a_n$，$(n\in\mathbf{N}^*)$.

（Ⅰ）求证：数列$\{a_n-1\}$是等比数列；

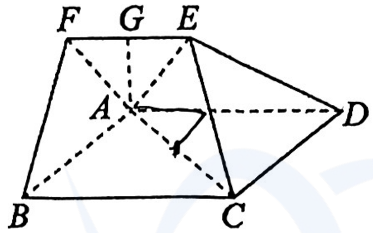
（Ⅱ）令$b_n=(2-n)(a_n-1)(n=1,2,3,\cdots)$，如果对任意$n\in N^*$，都有$b_n+\frac{1}{4}t\le t^2$，求实数$t$的取值范围.

20. 如图，在五面体$ABCDEF$中，四边形$ABCD$是边长为4的正方形，$EF//AD$，平面$ADEF\perp$平面$ABCD$，且$BC=2EF$，$AE=AF$，点G是EF的中点.

（Ⅰ）证明：$AG\perp$平面$ABCD$；

（Ⅱ）若直线BF与平面ACE所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{6}}{9}$，求AG的长；

（Ⅲ）判断线段AC上是否存在一点M，使$MG//$平面ABF？若存在，求出$\frac{AM}{AC}$的值；若不存在，说明理由.



21.已知数列$\{a_n\}$是无穷数列，$a_1=a$，$a_2=b$，且对于$\{a_n\}$中任意两项a_i，$a_j(i<j)$，在$\{a_n\}$中都存在一项$a_k(j<k<2j)$，使得$a_k=2a_j-a_i$.

（Ⅰ）若$a=3$，$b=5$，求a_3；

（Ⅱ）若$a=b=0$，求证：数列$\{a_n\}$中有无穷多项为0；

（Ⅲ）若$a\ne b$，求数列$\{a_n\}$的通项公式.