



一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

1. 圆 $x^2 + y^2 + 2y = 1$ 的半径为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. 2 D. 4

2. 圆 $\frac{x^2}{17} + \frac{y^2}{8} = 1$ 的焦点坐标为 ()

- A. (5,0), (-5,0) B. (3,0), (-3,0) C. (0,5), (0,-5) D. (0,3), (0,-3)

3. 圆 $C_1: x^2 + y^2 = 4$ 与圆 $C_2: (x-3)^2 + y^2 = 1$ 的位置关系为 ()

- A. 外离 B. 外切 C. 相交 D. 内切

4. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是底面 $ABCD$ 的中心, E, F 分别是 CC_1, AD 的中点, 那么异面直线 OE 和 FD_1 所成角的余弦值等于 ()

- A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

5. 圆 $(x+2)^2 + y^2 = 5$ 关于原点 $O(0,0)$ 对称的圆的方程为 ()

- A. $(x+2)^2 + y^2 = 5$ B. $x^2 + (y-2)^2 = 5$
C. $(x-2)^2 + y^2 = 5$ D. $x^2 + (y+2)^2 = 5$

6. 如果方程 $x^2 + ky^2 = 1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆, 那么实数 k 的取值范围 ()

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(0, 1)$ D. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

7. 已知点 P 是圆 $C: (x-3)^2 + y^2 = 1$ 上一点, 则点 P 到直线 $l: 3x + 4y + 6 = 0$ 的距离的最小值为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

8. “ $a = 1$ ” 是 “直线 $ax + (a-1)y - 1 = 0$ 与直线 $(a-1)x + ay + 1 = 0$ 垂直” 的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 已知直线 $x + y = a$ 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 交于 A, B 两点, 且 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$ (其中 O 为坐标原点), 则实数 a 的值为 ()

- A. 2 B. $\sqrt{6}$ C. 2 或 -2 D. $\sqrt{6}$ 或 $-\sqrt{6}$

市. 2. 4 页.



10. 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中, 已知 $a = (1, 2, -2)$, $a + b = (x, y, z)$, 其中 $x^2 + y^2 + z^2 =$

1, 则 $|b|$ 的最大值为 ()

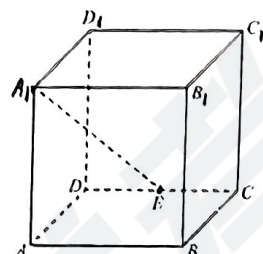
- A. 3 B. $1 + \sqrt{5}$ C. $\sqrt{10}$ D. 4

二、填空题: 本大题共 5 题, 每小题 5 分, 共 25 分

11. 请你写出一个圆心在直线 $x - y = 0$ 上且经过坐标原点的圆的方程 _____

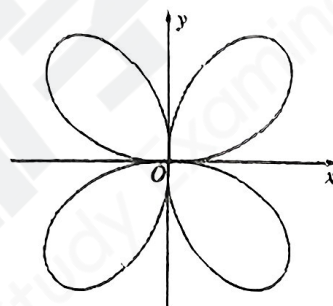
12. 过点 $A(-1, 4)$ 的直线将 $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$ 的面积分为相等的两部分, 求直线方程 _____

13. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 CD 的中点, 则直线 A_1E 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为 _____



14. 已知点 $A(-2, -2)$, 点 P 在圆 $C: x^2 + y^2 + 2x = 0$ 上, 则 $|AP|$ 的取值范围是 _____; 若 AP 与圆 C 相切, 求切线 AP 的方程 _____

15. 世间万物的绚丽画面中, 有一些优美的曲线是数学形象美、对称美、和谐美的结合产物。比如曲线 $C: (x^2 + y^2)^3 = 16x^2y^2$ 恰好是右图中的四叶玫瑰线。给出下列结论:



- ① 曲线 C 经过 5 个整点 (即横、纵坐标均为整数的点);
- ② 曲线 C 上任意一点到坐标原点 O 的距离都不超过 2;
- ③ 曲线 C 围成区域的面积大于 4π ;
- ④ 方程 $(x^2 + y^2)^3 = 16x^2y^2 (xy < 0)$ 表示的曲线 C 在第二象限和第四象限。

你认为其中正确结论的序号是 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 85 分.

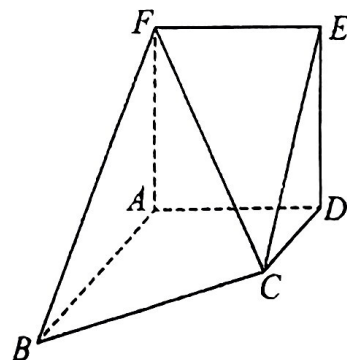
16. 在平面直角坐标系中, 已知 $A(-3, 7), B(2, 2), C(5, 1)$, 线段 AC 的中点为 M .

- (I) 求过点 M 与直线 BC 平行的直线方程;
- (II) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

17. 已知圆 C 过原点 O 和点 $A(1, 3)$, 圆心在 x 轴上.

- (1) 求圆 C 的方程;
- (2) 直线 l 经过点 $(1, 1)$, 且 l 被圆 C 截得的弦长为 6, 求直线 l 的方程.

18. 如图, 四边形 $ABCD$ 为梯形, $AB \parallel CD$, 四边形 $ADEF$ 为平行四边形.



- (1) 求证: $CE \parallel$ 平面 ABF ;



(2) 若 $AB \perp$ 平面 $ADEF$, $AF \perp AD$, $AF = AD = CD = 1$, $AB = 2$, 求:

(i) 二面角 $A - BF - C$ 的余弦值;

(ii) 点 D 到平面 BCF 的距离.

19. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右焦点为 $F(2, 0)$, 且过点 $(2, \sqrt{2})$. 直线 l 过点

F 且交椭圆 C 于 A 、 B 两点.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 若线段 AB 的垂直平分线与 x 轴的交点为 $M(\frac{1}{2}, 0)$,

(i) 求直线 l 的方程.

(ii) 若点 $P(-4, 0)$, 求 $\triangle ABP$ 的面积.

20 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD=1$, $AB = AA_1 = 2$, H , F , M 分别是棱

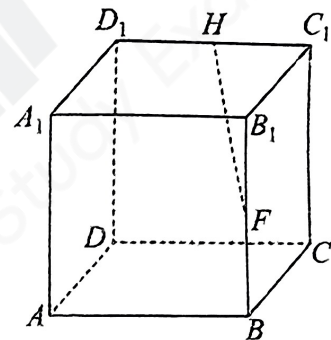
C_1D_1 , BB_1 , B_1C_1 的中点.

(1) 判断直线 A_1M 与平面 B_1HF 的位置关系, 并证明你的结论;

(2) 求直线 HF 与平面 A_1MD 所成角的正弦值;

(3) 在线段 HF 上是否存在一点 Q , 使得点 Q 到平面 A_1BCD_1 的

距离是 $\sqrt{2}$, 若存在, 求出 $\frac{HQ}{HF}$ 的值; 若不存在, 说明理由.



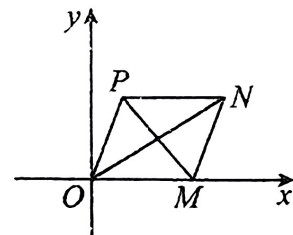
21 在平面直角坐标系 xOy 中, O 为坐标原点, $M(\sqrt{3}, 0)$, 已知平行四边形 $OMNP$ 两条对角线的长度之和等于 4.

(1) 求动点 P 的轨迹方程;

(2) 过 $M(\sqrt{3}, 0)$ 作互相垂直的两条直线 l_1 、 l_2 , l_1 与动点 P 的轨迹交于 A 、 B , l_2 与动点 P 的轨迹交于点 C 、 D , AB 、 CD 的中点分别为 E 、

F ; 证明: 直线 EF 恒过定点, 并求出定点坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 求四边形 $ACBD$ 面积的最小值.





帝制学考
Beijing Study Examination