2024 北京理工大附中高二（上）期中

数　学

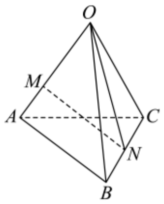
1．直线$\sqrt{3}x-3y-1=0$的倾斜角为（　）

A．30°　　B．60°　　C．120°　　D．150°

2．已知直线$2x-my+6=0$平分圆C_2：$(x-1)^2+(y-2)^2=4$的周长，则$m=$（　）

A．2　　B．4　　C．6　　D．8

3．如图，在四面体$OABC$中，$\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b},\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，点$M$在$OA$上，且$OM=2MA$，$N$为$BC$的中点，则$\overrightarrow{MN}$等于（　）



A．$\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$　B．$-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$　C．$\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{c}$　D．$\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{c}$

4．已知向量$\vec{a}=(2,-1,1)$，$\vec{b}=(1,x,1)$，$\vec{c}=(1,-2,-1)$，当$\vec{a}\perp\vec{b}$时，向量$\vec{b}$在向量$\vec{c}$上的投影向量为（　）（用坐标表示）

A．$(-1,2,1)$　　B．$(1,2,1)$　　C．$(-1,-2,1)$　　D．$(1,2,-1)$

5．已知直线l_1：$x+ay-a=0$和直线l_2：$ax-(2a-3)y-1=0$，下列说法错误的是（　）

A．l_2始终过定点$\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$　　B．若$l_1//l_2$，则$a=1$或-3

C．若$l_1\perp l_2$，则$a=0$或2　　D．当$a>0$时，l_1始终不过第三象限

6．空间内有三点$P(3,1,-4),E(2,1,1),F(1,2,2)$，则点$P$到直线$EF$的距离为（　）

A．$\sqrt{14}$　　B．$3\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$2\sqrt{3}$

7．已知圆$M:(x+4)^2+y^2=4$直线$l:x+y-2=0$，点P在直线l上运动，直线PA，PB分别与圆M相切于点A，B．则下列说法正确的个数是（　）

（1）四边形$PAMB$的面积最小值为$\sqrt{14}$　　（2）$|PA|$最短时，弦AB长为$\frac{4\sqrt{7}}{3}$

（3）$|PA|$最短时，弦AB直线方程为$3x+3y-8=0$　　（4）直线AB过定点$\left(-\frac{10}{3},2\right)$

8．在矩形$ABCD$中，$AD=a$，$AB=b$，$b>a$.将三角形ACD沿着AC翻折，使D点在平面ABC上的投影E恰好在直线AB上，则此时二面角$B-AC-D$的余弦值为（　）

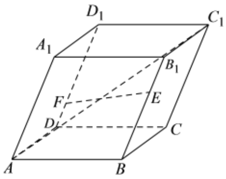
A．$\frac{a^2}{b^2}$　　B．$\frac{a}{b}$　　C．$\frac{\sqrt{ab}}{b}$　　D．$\frac{a+b}{2b}$

9．在正三棱锥 $P-ABC$ 中，O 是 $\triangle ABC$ 的中心，$PA=AC=2$，则 $\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{PB}=$___.

10．已知直线 l_1：$mx+3y-1=0$，l_2：$2x+(m-1)y+1=0$，若 $l_1 /\!/ l_2$，则实数 $m=$___.

11．设 $m\in\mathbf{R}$，过定点 A 的动直线 $x+my+1=0$ 和过定点 B 的动直线 $mx-y-2m+3=0$ 交于点 $P(x,y)$，则 $|PA|+|PB|+|AB|$ 的最大值___.

12．如图，平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的所有棱长均为 $2, AB, AD, AA_1$ 两两所成夹角均为 60°，点 E,F 分别在棱 BB_1,DD_1 上，且 $BE=2B_1E, D_1F=2DF$，则 $|\overrightarrow{EF}|=$_____；直线 AC_1 与 EF 所成角的余弦值为_____.

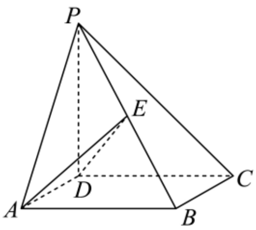


13．已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(1,2)$，AB 边上的中线 CM 所在直线的方程为 $x+2y-1=0$，$\angle ABC$ 的平分线 BH 所在直线的方程为 $y=x$.

(1)求直线 BC 的方程；

(2)若点 P 满足 $S_{\triangle PBC}=S_{\triangle ABC}$，求动点 P 的轨迹方程.

14．已知四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，$PD\perp$ 平面 $ABCD, PD=AB=1, E$ 是 PB 的中点.



(1)求直线 BD 与直线 PC 所成角的大小；

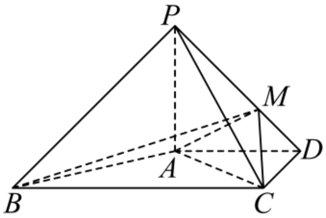
(2)求点 B 到平面 ADE 的距离.

15．已知圆 M 过点 $(1,0),(2,-1),(\sqrt{5},-2)$ 三个点.

(1)求圆 M 的标准方程；

(2)已知 $a+c=2b$，直线 $ax+by+c=0$ 与圆 M 相交于 A，B 两点，求 $|AB|$ 的最小值.

16．已知平面边形 $ABCD$ 中， $AD//BC$ ， $BC\perp CD$ ，且 $AD=CD=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=2$.以 AD 为腰作等腰直角三角形 PAD ，且 $PA=AD$ ，将 $\triangle PAD$ 沿直线 AD 折起，使得平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$.



(1)证明： $AB\perp$ 平面 PAC ；

(2)若 M 是线段 PD 上一点，且 $PB//$ 平面 MAC ，

①求三棱锥 $M-ABC$ 的体积；

②求平面 PBC 与平面 ABM 夹角的余弦值.

参考答案

1.【答案】A

【详解】因为该直线的斜率为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

所以它的倾斜角为30°.

故选：A.

2.【答案】B

【详解】由$(x-1)^2+(y-2)^2=4$，可得圆心为$(1,2)$，

因为直线$2x-my+6=0$平分圆C_2：$(x-1)^2+(y-2)^2=4$的周长，

所以直线过圆的圆心，则$2-2m+6=0$，解得$m=4$.

故选：B.

3.【答案】B

【详解】可知：$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{ON}=-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$，

即$\overrightarrow{MN}=-\dfrac{2}{3}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}+\dfrac{1}{2}\vec{c}$.

故选：B.

4.【答案】A

【详解】$\because \vec{a}\perp\vec{b}$，$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=2-x+1=0$，解得$x=3$，

$\therefore \vec{b}=(1,3,1)$，

所以$\vec{b}$在$\vec{c}$上的投影向量为$\dfrac{\vec{b}\cdot\vec{c}}{|\vec{c}|^2}\vec{c}=\dfrac{1-6-1}{1+4+1}\vec{c}=-\vec{c}=(-1,2,1)$.

故选：A.

5.【答案】B

【详解】l_2：$a(x-2y)+3y-1=0$,令$x-2y=0$且$3y-1=0$，解得$x=\dfrac{2}{3},y=\dfrac{1}{3}$，故直线过点$\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{1}{3}\right)$，A正确；

当$a=1$时，l_1：$x+y-1=0$和直线l_2：$x+y-1=0$，故l_1，l_2重合，故B错误；

由$1\times a+a\times(3-2a)=0$，得$a=0$或2，故C正确；

l_1：$y=-\dfrac{1}{a}x+1$始终过$(0,1)$，斜率为负，不会过第三象限，故D正确.

故选：B

6.【答案】A

【详解】因为$\overrightarrow{EF}=(-1,1,1)$，所以直线$EF$的一个单位方向向量为$\vec{u}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}(-1,1,1)$.

因为$\overrightarrow{PE}=(-1,0,5)$，所以点 P 到直线 EF 的距离为$\sqrt{\overrightarrow{PE}^2-(\overrightarrow{PE}\cdot\vec{u})^2}=\sqrt{26-12}=\sqrt{14}$.

故选：A

7.【答案】A

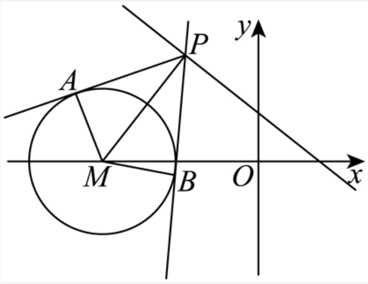
【详解】对于（1），四边形的面积可以看成两个直角三角形的面积之和，即

$S_{四边形PAMB}=S_{\triangle MPA}+S_{\triangle MPB}=2S_{\triangle MPA}=2\times\frac{1}{2}\times|PA||AM|=2|PA|=2\sqrt{PM^2-AM^2}=2\sqrt{PM^2-4}$，

$\therefore|MP|$最短时，面积最小，故当$MP\perp l$时，$|MP|$最短，

即$|MP|_{\min}=\frac{|-4+0-2|}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$，

$\therefore S_{四边形PAMB}=2\sqrt{(3\sqrt{2})^2-4}=2\sqrt{14}$，故（1）错误；



对于（2），由上述可知，$MP\perp l$时，$|MP|$最短，故$|PA|$最小，且最小值为$|PA|=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-4}=\sqrt{14}$，

所以$|AB|=2|AM|\sin\angle AMP=2|AM|\frac{|AP|}{|PM|}=2\times2\times\frac{\sqrt{14}}{3\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{7}}{3}$，故（2）正确；

对于（3），当$|PA|$短时，则$MP\perp l$，又$MP\perp AB$，所以$l\,//\,AB, k_l=-1, \therefore k_{AB}=-1$，

可设 AB 的直线方程为$x+y+m=0,\therefore$圆心$M(-4,0)$到直线 AB 的距离

$$d=\frac{|-4+m|}{\sqrt{2}}=\sqrt{|AM|^2-\left(\frac{|AB|}{2}\right)^2}=\frac{2\sqrt{2}}{3},$$

解得$m=\frac{8}{3}$或$m=\frac{16}{3}$，

由于直线 AB 在圆心$M(-4,0)$的右侧，且在直线 l 的左侧，

所以$-4<-m<2\Rightarrow-2<m<4$，所以$m=\frac{8}{3}$，即直线 AB 的方程为$x+y+\frac{8}{3}=0$，故（3）错误；

对于（4），设圆上一点$A(x_A,y_A),B(x_B,y_B),P(x_P,y_P)$，

$\therefore\overrightarrow{MA}=(x_A+4,y_A),\overrightarrow{MB}=(x_B+4,y_B),\overrightarrow{PA}=(x_A-x_P,y_A-y_P)$，

易知$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{MA}=0\Rightarrow(x_A+4)(x_A-x_P)+y_A(y_A-y_P)=0$，由于$(x_A+4)^2+y_A^2=4$，

所以$(x_p+4)(x_A+4)+y_P\cdot y_A=4$，同理$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{MB}=0\Rightarrow(x_P+4)(x_B+4)+y_P\cdot y_B=4$，

$\therefore AB:(x+4)(x_P+4)+y\cdot y_P=4$，$\because y_P=-x_P+2$，

$\therefore(x+4)(x_P+4)+y(2-x_P)=4$，即$(x+4-y)x_P+4x+2y+12=0$，

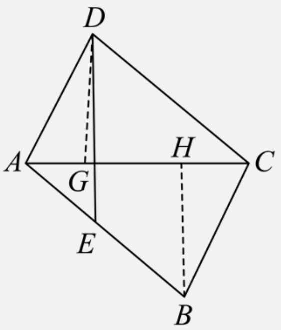
令$\begin{cases} x+4-y=0 \\ 4x+2y+12=0 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} x=-\dfrac{10}{3} \\ y=\dfrac{2}{3} \end{cases}$，所以直线 AB 过定点为$\left(-\dfrac{10}{3},\dfrac{2}{3}\right)$，故（4）错误；

故选：A．

8．【答案】A

【详解】如图所示，作 $DG\perp AC$ 于 G， $BH\perp AC$ 于 H．



在 $\mathrm{Rt}\triangle ADC$ 中， $AC=\sqrt{a^2+b^2}$， $\cos\angle DAC=\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADG$ 中， $AG=AD\cos\angle DAC=a\times\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$，

$DG=\sqrt{AD^2-AG^2}=\sqrt{a^2-(\dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}})^2}=\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$，

同理可得$\cos\angle BCA=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$， $CH=\dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$， $DG=\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$，

因为$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{ED})?\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，

所以$\overrightarrow{GD}\cdot\overrightarrow{HB}=(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AD})?(\overrightarrow{HC}+\overrightarrow{CB})=\overrightarrow{GA}?\overrightarrow{HC}+\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{HC}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CB}$

$=-\dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}\times\dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}+\dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}\times a\times\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}+a\times\dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}\times\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}+0=\dfrac{a^4}{a^2+b^2}$，

又因为$|\overrightarrow{GD}|\cdot|\overrightarrow{HB}|=\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}\times\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}$，

所以$\cos\overrightarrow{GD},\overrightarrow{HB}=\dfrac{\overrightarrow{GD}\cdot\overrightarrow{HB}}{|\overrightarrow{GD}|\cdot|\overrightarrow{HB}|}=\dfrac{\dfrac{a^4}{a^2+b^2}}{\dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}}=\dfrac{a^2}{b^2}$．

因为$\overrightarrow{GD}$与$\overrightarrow{HB}$的夹角即为二面角 $B-AC-D$ 的大小，

所以二面角 $B-AC-D$ 的余弦值为$\dfrac{a^2}{b^2}$．

故选：A.

9.【答案】$\frac{8}{3}$/$2\frac{2}{3}$

【详解】∵在正三棱锥 $P-ABC$ 中，O 是△ABC 的中心，

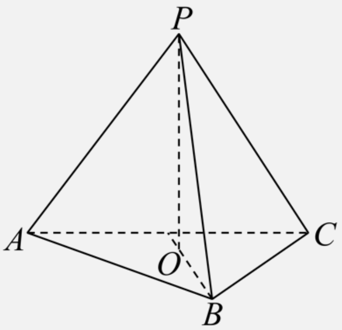
∴ $PO\perp$ 平面 ABC， $OB\subset$ 平面 ABC， ∴ $PO\perp BO$，即 $\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，

∵ $PA=AC=2$， $AB=CB=AC=2$，

∴ $|BO|=\frac{2}{3}\cdot|AB|\cdot\sin 60^{\circ}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

∴ $\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PO}\cdot\left(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OB}\right)=\left|\overrightarrow{PO}\right|^2+\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{OB}=\left|BP\right|^2-|BO|^2=4-\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$.

故答案为：$\frac{8}{3}$



10.【答案】3

【详解】解：$\begin{cases} m(m-1)=3\times 2 \\ m\neq -2 \end{cases}\Rightarrow m=3$

故答案为：3.

11.【答案】$6+3\sqrt{2}$

【详解】由题意可知：动直线 $x+my+1=0$ 过定点 $A(-1,0)$，

动直线 $mx-y-2m+3=0$，即 $m(x-2)-y+3=0$ 过定点 $B(2,3)$，

则 $|AB|=3\sqrt{2}$，

且 $1\times m+m\times(-1)=0$，则 $PA\perp PB$，

可知点 P 的轨迹是以 AB 为直径的圆，则 $|PA|^2+|PB|^2=|AB|^2=18$，

且 $\frac{\left(|PA|+|PB|\right)}{2}\leq|PA|^2+|PB|^2=18$，可得 $|PA|+|PB|\leq 6$，

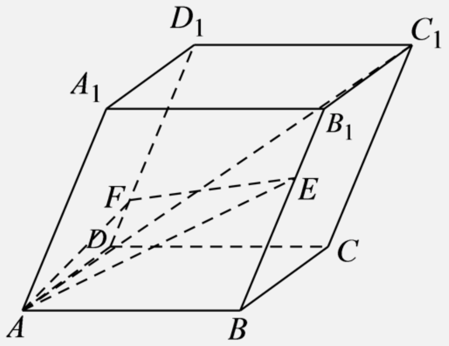
当且仅当 $|PA|=|PB|=3$ 时，等号成立，

所以 $|PA|+|PB|+|AB|$ 的最大值 $6+3\sqrt{2}$.

故答案为：$6+3\sqrt{2}$.

12.【答案】 $\frac{2\sqrt{10}}{3}$ $\frac{\sqrt{15}}{15}$

【详解】连接 AF,AE，



$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{DD_1}-\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BB_1}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AA_1}$,

$\overrightarrow{EF}^2=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AD}^2+\frac{1}{9}\overrightarrow{AA_1}^2-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AA_1}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AA_1}$

$=4+4+\frac{4}{9}-2\times2\times2\cos\frac{\pi}{3}+\frac{2}{3}\times2\times2\cos\frac{\pi}{3}-\frac{2}{3}\times2\times2\cos\frac{\pi}{3}=\frac{40}{9}$，

故$\left|\overrightarrow{EF}\right|=\frac{2\sqrt{10}}{3}$；

$\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$，

故$\overrightarrow{A_1C}^2=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AD}^2+\overrightarrow{AA_1}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AA_1}+2\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AA_1}$

$=4+4+4+2\times2\times2\times\frac{1}{2}+2\times2\times2\times\frac{1}{2}+2\times2\times2\times\frac{1}{2}=24$，

故$\left|\overrightarrow{A_1C}\right|=2\sqrt{6}$，

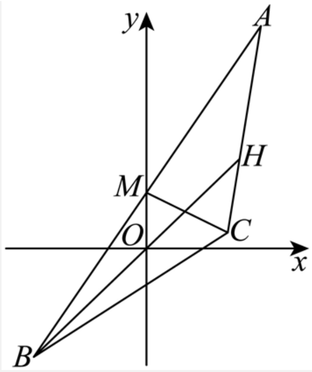
则$\frac{\overrightarrow{AC_1}\cdot\overrightarrow{EF}}{\left|\overrightarrow{AC_1}\right|\left|\overrightarrow{EF}\right|}=\frac{\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)\cdot\left(-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AA_1}\right)}{2\sqrt{6}\times\frac{2\sqrt{10}}{3}}$

$=\frac{-\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AD}^2-\frac{1}{3}\overrightarrow{AA_1}^2-\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AA_1}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AA_1}}{\frac{8\sqrt{15}}{3}}=\frac{-\frac{8}{3}}{\frac{8\sqrt{15}}{3}}=-\frac{\sqrt{15}}{15}$，

故直线AC_1与EF所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{15}}{15}$.

故答案为：$\frac{2\sqrt{10}}{3}$；$\frac{\sqrt{15}}{15}$

13．【详解】(1)



由点 B 在 $y=x$，设 $B(m,m)$，

则 AB 的中点 $\left(\dfrac{m+1}{2},\dfrac{m+2}{2}\right)$ 在直线 CM 上，

所以 $\dfrac{m+1}{2}+2\times\dfrac{m+2}{2}-1=0$，解得 $m=-1$，所以 $B(-1,-1)$，

设点 $A(1,2)$ 关于直线 $y=x$ 对称的点 $A'(x_0,y_0)$，

则有 $\begin{cases}\dfrac{y_0-2}{x_0-1}=-1\\ \dfrac{y_0+2}{2}=\dfrac{x_0+1}{2}\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x_0=2\\ y_0=1\end{cases}$，即 $A'(2,1)$，

显然 $A'(2,1)$ 在 BC 上，直线 BC 的斜率为 $k=\dfrac{1-(-1)}{2-(-1)}=\dfrac{2}{3}$，

由点斜式 $y+1=\dfrac{2}{3}(x+1)$，整理得，$2x-3y-1=0$ 即为直线 BC 的方程.

（2）点 A 到直线 BC 的距离的距离为 $d=\dfrac{|2\times1-3\times2-1|}{\sqrt{4+9}}=\dfrac{5\sqrt{13}}{13}$，

因为点 P 满足 $S_{\triangle PBC}=S_{\triangle ABC}$，

所以点 P,A 到直线 BC 的距离相等，

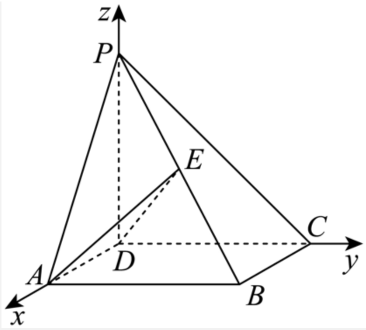
所以动点 P 的轨迹为与直线 BC 平行，且距离等于点 A 到直线 BC 的距离的直线，

设轨迹方程为为 $2x-3y+C=0$，

则有 $\dfrac{|C+1|}{\sqrt{13}}=\dfrac{5\sqrt{13}}{13}$,解得 $C=-6$ 或 4，

所以动点 P 的轨迹方程为 $2x-3y-6=0$ 或 $2x-3y+4=0$.

14.【详解】（1）以点 D 为原点，分别以 DA，DC，DP 所在直线为 x，y，z 轴，建立如图空间直角坐标系.



由题意 $D(0,0,0)$，$A(1,0,0)$，$B(1,1,0)$，$C(0,1,0)$，$P(0,0,1)$，$E\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$，

设直线 BD 与直线 PC 所成的角为 θ，

因为 $\overrightarrow{BD}=(-1,-1,0)$，$\overrightarrow{PC}=(0,1,-1)$，

$$\cos\theta=\frac{\left|\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{PC}\right|}{\left|\overrightarrow{BD}\right|\cdot\left|\overrightarrow{PC}\right|}=\frac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{1}{2},$$

所以直线 BD 与直线 PC 所成角为 $\frac{\pi}{3}$；

（2）因为 $\overrightarrow{DA}=(1,0,0)$，$\overrightarrow{PC}=(0,1,-1)$，$\overrightarrow{DE}=(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})$，

所以 $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{PC}=1\times0+0\times1+0\times(-1)=0$，

$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{PC}=0\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1}{2}+(-1)\times\frac{1}{2}=0$，

则 $\overrightarrow{PC}=(0,1,-1)$ 为平面 ADE 的一个法向量，

设点 B 到平面 ADE 的距离为 d，则 d 为向量 $\overrightarrow{DB}$ 在向量 $\overrightarrow{PC}=(0,1,-1)$ 上的投影的绝对值，

由 $\overrightarrow{DB}=(1,1,0)$，得 $d=\frac{\left|\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{PC}\right|}{\left|\overrightarrow{PC}\right|}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以点 B 到平面 ADE 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

15．【详解】（1）设圆的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，

代入各点得：$\begin{cases}1+D+F=0\\4+1+2D-E+F=0\\5+4+\sqrt{5}D-2E+F=0\end{cases}\Rightarrow D=0,E=4,F=-1$，

所求圆的一般方程为：$x^2+y^2+4y-1=0$ 标准方程为：$x^2+(y+2)^2=5$.

（2）把 $c=2b-a$ 代入直线方程得：$ax+by+2b-a=0$，

即 $(x-1)a+(y+2)b=0$，令 $\begin{cases}x-1=0\\y+2=0\end{cases}$，可得 $\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$，

所以直线过定点 $N(1,-2)$.

又 $|MN|=1<\sqrt{5}$，所以定点 N 在圆内，

当 $MN\perp AB$ 时，$|AB|$最小，此时$|AM|=r=\sqrt{5}$， $|MN|=1$，

则$|AB|_{\min}=2\sqrt{AM^2-MN^2}=2\sqrt{5-1}=4$.

16.【详解】(1) 因 $AD//BC$， $BC\perp CD$，故 $AD\perp CD$，

又 $AD=CD=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AB=2$，且 $PA=AD$， 故 $AC=2\sqrt{2},AB=2\sqrt{2}$,

在直角梯形 $ABCD$ 中， $BC=\sqrt{(2\sqrt{2})^2-2^2}+2=4$，

由 $AB^2+AC^2=BC^2$ 可得 $AB\perp AC$；

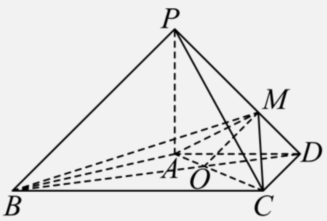
因平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$， $PA\perp AD$， 平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$，

则 $PA\perp$ 平面 $ABCD$， 又 $AB\subset$ 平面 $ABCD$，

则 $PA\perp AB$， 又 $PA\cap AC=A$， 因 $PA,AC\subset$ 平面 PAC，

故 $AB\perp$ 平面 PAC.

(2)



①如图，连接 BD ,设 $BD\cap AC=O$， 连接 OM ，

因 $PB//$ 平面 MAC， 且 $PB\subset$ 平面 PBD ,平面 $PBD\cap$ 平面 $MAC=OM$，

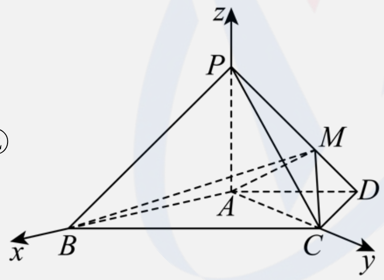
则 $OM//PB$， 故 $\dfrac{DM}{MP}=\dfrac{DO}{BO}$，

在四边形 $ABCD$ 中， 由 $AD//BC$,可得 $\dfrac{DO}{BO}=\dfrac{AD}{BC}=\dfrac{1}{2}$，

故 $\dfrac{DM}{MP}=\dfrac{DO}{BO}=\dfrac{1}{2}$， 即 $\dfrac{DM}{DP}=\dfrac{1}{3}$， 即点 M 是线段 PD 上靠近点 D 的三等分点，

故 $V_{M-ABC}=\dfrac{1}{3}V_{P-ABC}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}AB\times AC\times PA=\dfrac{1}{18}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times2=\dfrac{8}{9}$.

②



如图，以点 A 为坐标原点，分别以 AB,AC,AP 所在直线为 x,y,z 轴建立空间直角坐标系，

则 $A(0,0,0),B(2\sqrt{2},0,0),C(0,2\sqrt{2},0),P(0,0,2),D(-\sqrt{2},\sqrt{2},0)$，

所以， $\overrightarrow{BC}=(-2\sqrt{2},2\sqrt{2},0)$, $\overrightarrow{PC}=(0,2\sqrt{2},-2)$，

设平面 PBC 的法向量为 $\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$，

则 $\begin{cases} \overrightarrow{BC}\cdot\vec{m} = -2\sqrt{2}x_1 + 2\sqrt{2}y_1 = 0 \\ \overrightarrow{PC}\cdot\vec{m} = 2\sqrt{2}y_1 - 2z_1 = 0 \end{cases}$，可取 $\vec{m} = (1,1,\sqrt{2})$，

因 $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DP} = \frac{1}{3}(\sqrt{2},-\sqrt{2},2) = (\frac{\sqrt{2}}{3},-\frac{\sqrt{2}}{3},\frac{2}{3})$，

故 $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} = (-\sqrt{2},\sqrt{2},0) + (\frac{\sqrt{2}}{3},-\frac{\sqrt{2}}{3},\frac{2}{3}) = (-\frac{2\sqrt{2}}{3},\frac{2\sqrt{2}}{3},\frac{2}{3})$，$\overrightarrow{AB} = (2\sqrt{2},0,0)$，

设平面 ABM 的法向量为 $\vec{n} = (x_2,y_2,z_2)$，则由 $\begin{cases} \overrightarrow{AB}\cdot\vec{n} = 2\sqrt{2}x_2 = 0 \\ \overrightarrow{AM}\cdot\vec{n} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}x_2 + \frac{2\sqrt{2}}{3}y_2 + \frac{2}{3}z_2 = 0 \end{cases}$，

可取 $\vec{n} = (0,1,-\sqrt{2})$，

故 $\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle = \frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|} = \frac{1-2}{\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{6}$，

故平面 PBC 与平面 ABM 夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$.