

2024 北京首都师大附中密云中学初三（上）期中

数 学

2024.10

本试卷共 6 页，100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将只将答题卡交回。

I 卷 选择题（共 16 分）

一、选择题，共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有一个根为 0，则 m 的值为（ ）

A. 2 B. 1 C. 0 D. -1

2. 下列图形中是中心对称图形的是（ ）

A. 正方形 B. 等边三角形 C. 直角三角形 D. 正五边形

3. 将抛物线 $y = 2x^2$ 先向左平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位后得到新的抛物线解析式是（ ）

A. $y = 2(x-2)^2 + 3$ B. $y = 2(x+2)^2 - 3$

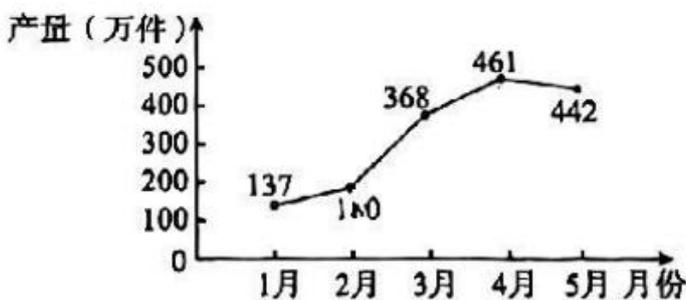
C. $y = 2(x-2)^2 - 3$ D. $y = 2(x+2)^2 + 3$

4. 若关于 x 的方程 $x^2 + 6x + c = 0$ 有两个相等的实数根，则 c 的值是（ ）

(A) 36 (B) 9 (C) -9 (D) -36

5. 某厂家 2022 年 1~5 月份的某种产品产量统计如图所示. 设从 2 月份到 4 月份，该厂家这种产品产量的平均月增长率为 x ，根据题意可得方程（ ）

某厂家 2022 年 1-5 月份的某种产品产量统计图



A. $180(1-x)^2 = 461$ B. $368(1-x)^2 = 442$

C. $180(1+x)^2 = 461$ D. $368(1+x)^2 = 442$

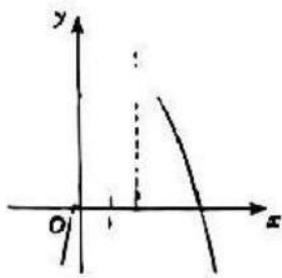
6. 不解方程，判断关于 x 的方程 $2x^2 - kx - 1 = 0$ 的根的情况为（ ）

(A) 只有一个实数根 (B) 有两个相等的实数根

(C) 有两个不相等的实数根 (D) 没有实数根



7. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，则下列选项中不正确的是 ()



- A. $a < 0$ B. $c > 0$ C. $-\frac{b}{2a} > 1$ D. $a + b + c < 0$

8. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表：

x	...	-4	-3	-2	-1	0	...
y	...	-3	m	1	0	-3	...

有以下几个结论：

- ① 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的开口向上；
 ② 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为直线 $x = -2$ ；
 ③ 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根为 -3 和 -1；
 ④ 当 $y < 0$ 时， x 的取值范围是 $-3 < x < -1$ 。

其中正确的是

- A. ①④ B. ②④ C. ②③ D. ③④

II 卷 非选择题 (共 84 分)

二、填空题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。

9. 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的根是_____。

10. 抛物线 $y = x^2 - 4x + 5$ 与 y 轴交于点 C ，则点 C 的坐标为_____。

11. 关于 x 的方程 $x^2 + 2x + c = 0$ 有两个不相等的实数根，则 c _____。

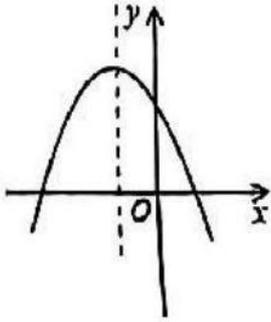
12. 把二次函数的表达式 $y = x^2 - 2x - 3$ 化为 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式 $y =$ _____。

13. 写出一个二次函数，其图象满足：①开口向上；②当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小。这个二次函数的解析式可以是_____。

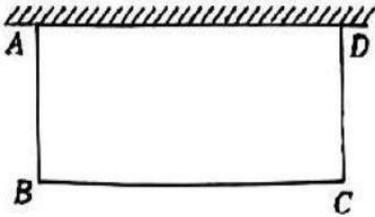
14. $A(1, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$ 是函数 $y = -2x^2 + 2$ 图象上的两个点， y_1 、 y_2 的大小关系是_____。

15. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，则 b _____ 0， Δ _____ 0。





16.如图,某中学综合与实践小组要围成一个矩形菜园 $ABCD$, 其中一边 AD 靠墙, 其余的三边 AB , BC , CD 用总长为 40 米的栅栏围成.设矩形 $ABCD$ 的边 $AB = x$ 米, 面积为 S 平方米.



- (1) 活动区面积 S 与 x 之间的关系式为_____.
- (2) 菜园 $ABCD$ 最大面积是_____平方米.

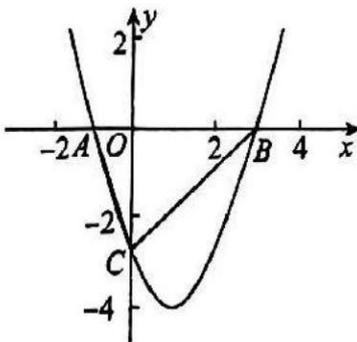
三、解答题 (本题共 68 分, 第 17 题 8 分, 18-23 题, 每小题 5 分, 第 24 题 10 分, 第 25-26 题 7 分, 第 27 题 6 分,) 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.解下列方程

(1) $2(x+2)^2 - 8 = 0$; (2) $3x^2 - 5x + 2 = 0$.

18.已知: 二次函数图象经过点 $(6,0)$, 顶点 $(4,-8)$, 求二次函数表达式.

19.已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 求:



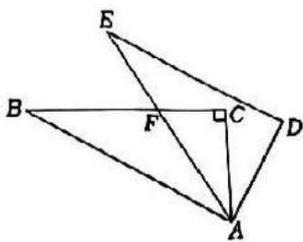
- (1) 点 A 、 B 、 C 的坐标;
- (2) $\triangle ABC$ 的面积.

20.已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图象上部分点横坐标、纵坐标的对应值如下表:

x	...	0	1	2	3	4	...
y	...	-3	-4	-3	0	5	...

- (1) 求该二次函数的表达式；
 (2) 直接写出该二次函数的图象与 x 轴的交点坐标.

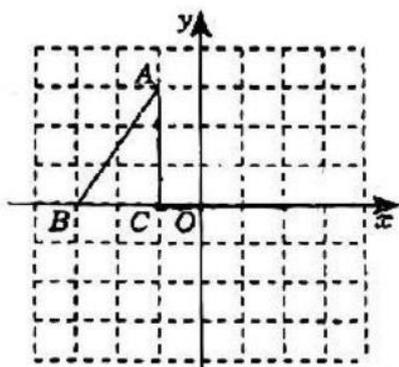
21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 30° 得到 $\triangle AED$, AE 交 BC 于点 F . 若 $AD = 3$, 求 AF 的长.



22. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + m - 1 = 0$.

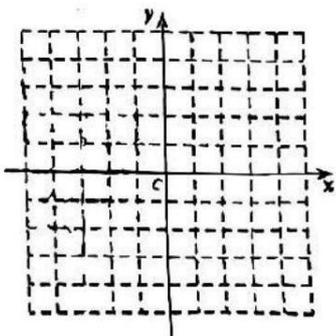
- (1) 求证: 方程总有两个实数根;
 (2) 若方程有一个根小于 -4 , 求 m 的取值范围.

23. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(-1,3)$, $B(-3,0)$, $C(-1,0)$, 把 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 90° 后得到 $\triangle A_1B_1C$. (每个方格的边长均为 1 个单位)



- (1) 画出 $\triangle A_1B_1C$ 并直接写出: A_1 的坐标为____, B_1 的坐标为____;
 (2) 判断直线 AB 与直线 A_1B_1 的位置关系为_____.

24. 已知抛物线 $y = x^2 + 2x - 3$.



- (1) 用配方法将 $y = x^2 + 2x - 3$ 化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式;
 (2) 写出该抛物线的对称轴、顶点坐标;

(3) 抛物线与 x 轴交点 A, B (点 A 在左侧), 与 y 轴交点 C , 在给定的坐标系中画出这个抛物线, 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(4) 直接写出当自变量 x 满足什么条件时, 函数 $y > 0$;

(5) 直接写出当自变量 x 满足什么条件时, y 随 x 的增大而增大.

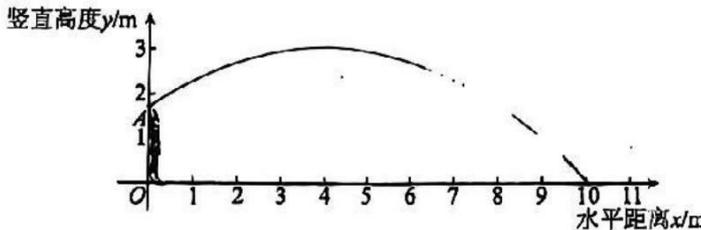
25. 掷实心球是中考体育考试项目之一, 实心球投掷后的运动轨迹可以看作是抛物线的一部分, 建立如图所示的平面直角坐标系, 从投掷到着陆的过程中, 实心球的竖直高度 y (单位: m) 与水平距离 x (单位: m) 近似满足函数关系 $y = a(x-h)^2 + k (a < 0)$, 某位同学进行了两次投掷.

(1) 第一次投掷时, 实心球的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下:

水平距离 x/m	0	2	4	6	8	10
竖直距离 y/m	1.67	2.63	2.95	2.63	1.67	0.07

根据上述数据, 直接写出实心球竖直高度的最大值, 并求出满足的函数关系 $y = a(x-h)^2 + k (a < 0)$;

(2) 第二次投掷时, 实心球的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系 $y = -0.09(x-3.8)^2 + 2.97$. 记实心球第一次着地点到原点的距离为 d_1 , 第二次着地点到原点的距离为 d_2 , 则 d_1 _____ d_2 (填 “>” “=” 或 “<”).



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = (x-1)^2 - 4$ 图象顶点为 A , 与 x 轴正半轴交于点 B .

(1) 求点 B 的坐标, 并画出这个二次函数的图象;

(2) 一次函数 $y = kx + b$ 的图象过 A, B 两点, 结合图象, 直接写出关于 x 的不等式

$kx + b > (x-1)^2 - 4$ 的解集.

27. 在平面直角坐标系 xOy 中, 图形 W 上任意两点间的距离若有最大值, 将这个最大值记为 d . 对于点 P 和图形 W 给出如下定义: 点 Q 是图形 W 上任意一点, 若 P, Q 两点间的距离有最小值, 且最小值恰好为 d , 则称点 P 为图形 W 的 “关联点”.



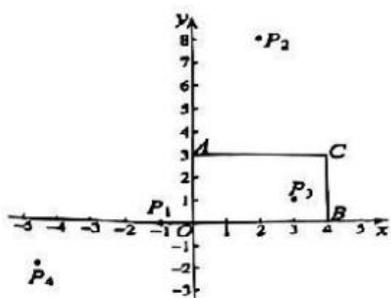


图 1

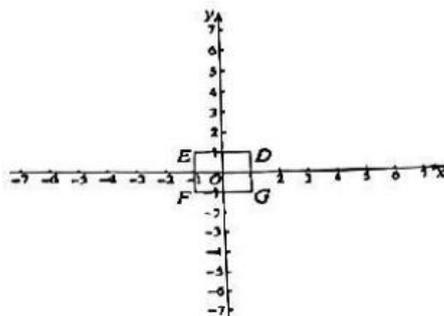


图 2

- (1) 如图 1, 图形 W 是矩形 $AOBC$, 其中点 A 的坐标为 $(0, 3)$, 点 C 的坐标为 $(4, 3)$, 则 $d = \underline{\hspace{2cm}}$. 在点 $P_1(-1, 0)$, $P_2(2, 8)$, $P_3(3, 1)$, $P_4(-\sqrt{21}, -2)$ 中, 矩形 $AOBC$ 的“关联点”是 $\underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 如图 2, 图形 W 是中心在原点的正方形 $DEFG$, 其中 D 点的坐标为 $(1, 1)$. 若直线 $y = x + b$ 上存在点 P , 使点 P 为正方形 $DEFG$ 的“关联点”, 求 b 的取值范围.

