2024北京二十中初二（上）期中

数　学

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共100分，考试用时100分钟．考试结束后，将本试卷与答题纸一并交回．祝各位考生考试顺利！

第Ⅰ卷

一、单项选择题（下列各小题中只有一个选项符合题意，共16分，每小题2分）

1. 汉字是中华文明的标志，从公元前16世纪殷商后期的被认为是汉字的第一种形式的甲骨文到今天，产生了金文、小篆、隶书、楷书、草书、行书等多种字体，每种字体都有着各自鲜明的艺术特征．下面的小篆体字是轴对称图形的是（　）

A. 　B. 　C. 　D. 

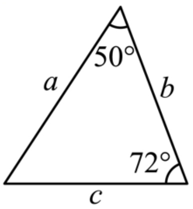
2. 下列长度的三条线段能组成三角形的是（　）

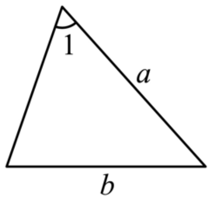
A. 2，3，6　B. 4，4，8　C. 4，7，11　D. 5，8，12

3. 下列计算正确的是（　）

A. $m^2 \cdot m^3 = m^6$　B. $\left(m^4\right)^3 = m^7$　C. $\left(-2m\right)^2 = 4m^2$　D. $m^4 \div m^4 = 0$

4. 已知图中的两个三角形全等，则∠1等于（ ）





A. 50°　B. 58°　C. 60°　D. 72°

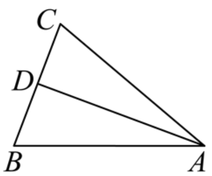
5. 如果一个正多边形的内角和等于720°，那么该正多边形的一个外角等于（　　）

A. 45°　B. 60°　C. 72°　D. 90°

6. 若$\left(a+1\right)\left(a-1\right)=35$，则$a$的值为（　）

A. ±6　B. ±3　C. 6　D. 3

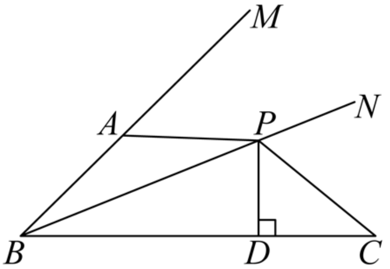
7. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle C=70°$，D为BC边中点，则$\angle CAD$等于（　　）



A. 15°　B. 20°　C. 25°　D. 30°

8. 如图，BN为∠MBC的平分线，P为BN上一点，且PD⊥BC于点D，∠APC+∠ABC＝180°，给出下列

结论：①$\angle MAP=\angle BCP$；②$PA=PC$；③$AB+BC=2BD$；④四边形 $BAPC$ 的面积是$\triangle PBD$ 面积的 2 倍，其中结论正确的个数有（　　）



A. 4 个　　B. 3 个　　C. 2 个　　D. 1 个

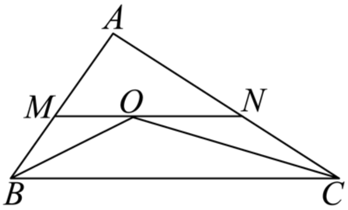
三、填空题（共 16 分）

9. 因式分解：$x^2y-4y=$______.

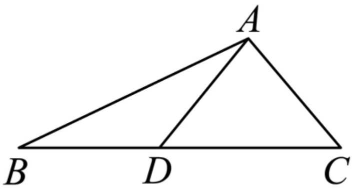
10. 如果 $x^2-10x+m$ 是一个完全平方式，那么 m 的值是__________.

11. 小明同学用一根铁丝恰好围成一个等腰三角形，若其中两条边的长分别为15cm和 20cm，则这根铁丝的长为_________cm.

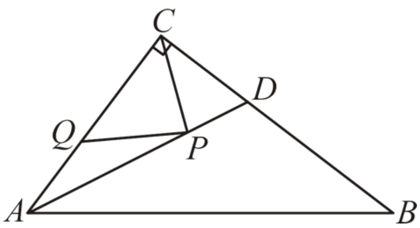
12. 如图，在$\triangle ABC$ 中，$AB=4$，$AC=6$，$\angle ABC$ 和$\angle ACB$ 的平分线交于 O 点，过点 O 作 BC 的平行线交 AB 于 M 点，交 AC 于 N 点，则$\triangle AMN$ 的周长为_______.



13. 如图，在$\triangle ABC$ 中，D 是 BC 上一点，$AC=AD=DB,\angle BAC=105^\circ$，则$\angle B=$________°.



14. 如图，在$\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=3$，$BC=4$，$AB=5$，AD 是$\triangle ABC$ 的角平分线，若 P、Q 分别是 AD 和 AC 边上的动点，则 $PC+PQ$ 的最小值是_____________.

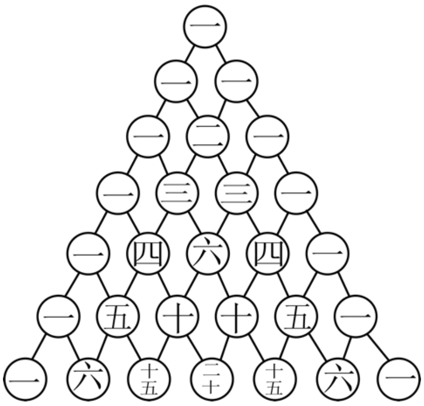


15. 某“数学乐园”展厅的 WIFI 密码被设计成如图所示的数学问题．小明在参观时认真思索，输入密码后成功地连接到网络．他输入的密码是_______.

	账号：shu xue le yuan

	$\left[x^{15}y^{2}z^{3}\right]=1523$ $\left[x^{2}y^{2}z\cdot x^{3}y\right]=531$ $\left[\left(x^{5}\right)^{6}y^{4}z^{5}\div x^{10}y^{2}z\right]=$ 密码

16. 我国古代数学曾有许多重要的成就，其中“杨辉三角”（如图）就是一例，这个三角形给出了$(a+b)^n$（$n=1$，2，3，4，5，6）的展开式（按a的次数由大到小顺序排列）的系数规律．例如，第三行的三个数1，2，1，恰好对应$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$展开式中各项的系数；第五行的五个数1，4，6，4，1，恰好对应着$(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$展开式中各项的系数．



（1）$(a+b)^5$展开式中a^4b的系数为________；

（2）$(a+b)^7$展开式中各项系数的和为________．

三、解答题（共68分，其中第17-22题每题5分，第23-26题每题6分，第27-28题每题7分）

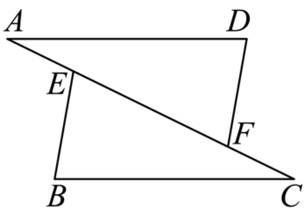
17. 计算：$a^3\cdot a+a^6\div a^2$．

18. 计算：$x(x+4y)-2x\cdot 3y$．

19. 因式分解：x^3y-4xy^3．

20. 已知$a^2-2a-1=0$．求代数式$(2a+1)(2a-1)+(a-5)^2$的值．

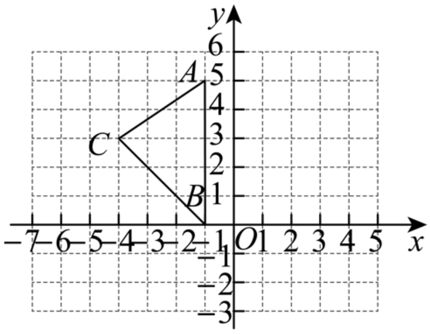
21. 已知：如图，点A、E、F、C在同一条直线上，$\angle B=\angle D$，$DF=BE$，$AD\parallel BC$．



（1）求证：$\triangle ADF\cong\triangle CBE$．

（2）若 $AE=3$，求CF的长．

22. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，$A(-1,5)$，$B(-1,0)$，$C(-4,3)$．



（1）在图中作出$\triangle ABC$关于 y 轴的对称图形$\triangle A_1B_1C_1$；

（2）如果要使以点 A、B、D（不与点 C 重合）为顶点的三角形与$\triangle ABC$ 全等，直接写出所有符合条件的点 D 的坐标．

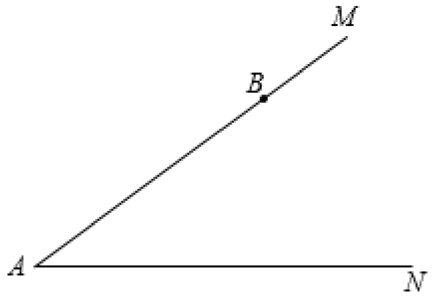
23. 数学课上，王老师布置如下任务：

如图，已知$\angle MAN<45^\circ$，点 B 是射线 AM 上的一个定点，在射线 AN 上求作点 C，使$\angle ACB=2\angle A$．

下面是小路设计的尺规作图过程．

作法：①作线段 AB 的垂直平分线 l，直线 l 交射线 AN 于点 D；

②以点 B 为圆心，BD 长为半径作弧，交射线 AN 于另一点 C，则点 C 即为所求．



根据小路设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形；(保留作图痕迹)

（2）完成下面的证明：

证明：连接 BD，BC，

∵直线 l 为线段 AB 的垂直平分线，

∴$DA=$______，(____________________)（填推理的依据）

∴$\angle A=\angle ABD$，

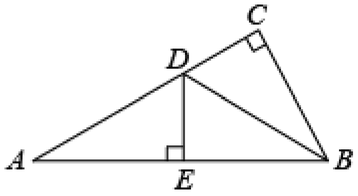
∴$\angle BDC=\angle A+\angle ABD=2\angle A$．

∵$BC=BD$，

∴$\angle ACB=\angle$______，(__________________)（填推理的依据）

∴$\angle ACB=2\angle A$．

24. 已知：在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle A=30^\circ$，AB 边的垂直平分线分别交 AC 于点 D，交 AB 于点 E．



（1）求证：$DE=DC$；

（2）连接 EC，若 $AB=6$，求 $\triangle EBC$ 的周长．

25. 数学活动课上，老师准备了若干个如图 1 的三种纸片，A 种纸片是边长为 a 的正方形，B 种纸片是边长为 b 的正方形，C 种纸片是长为 a、宽为 b 的长方形，并用 A 种纸片一张，B 种纸片一张，C 种纸片两张拼成如图 2 的大正方形．

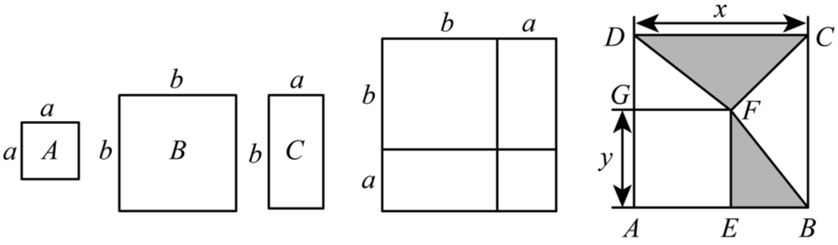


图1　　图2　　图3

（1）观察图 2 的面积关系，写出正确的等式__________；

（2）若要拼出一个面积为 $2a+b$　$3a+2b$ 的矩形，则需要 A 号卡片 6 张，B 号卡片__________张，C 号卡片__________张；

（3）正方形 $ABCD$，$AEFG$ 如图 3 摆放，边长分别为 x，y．若 $x^2+y^2=34$，$BE=2$，求图中两个阴影三角形面积和．

26. 利用整式的乘法运算法则推导得出：$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$．我们知道因式分解是与整式乘法方向相反的变形，利用这种关系可得 $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$．通过观察可把 $acx^2+(ad+bc)x+bd$ 看作以 x 为未知数，a、b、c、d 为常数的二次三项式，此种因式分解是把二次三项式的二项式系数 ac 与常数项 bd 分别进行适当的分解来凑一次项的系数，分解过程可形象地表述为“竖乘得首、尾，叉乘凑中项”，如图 1，这种分解的方法称为十字相乘法．例如，将二次三项式 $2x^2+11x+12$ 的二项式系数 2 与常数项 12 分别进行适当的分解，如图 2，则 $2x^2+11x+12=(x+4)(2x+3)$．

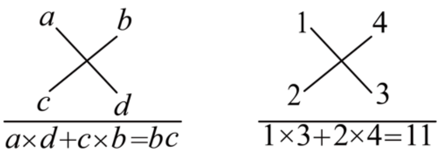


图1　　图2

根据阅读材料解决下列问题：

（1）用十字相乘法分解因式：$x^2+6x-27$；

（2）用十字相乘法分解因式：$6x^2-7x-3$；

（3）结合本题知识，分解因式：$20(x+y)^2+7(x+y)-6$.

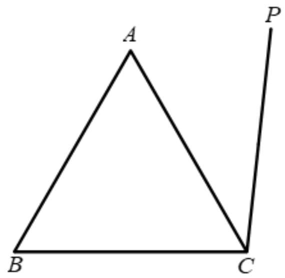
27. 如图，在等边三角形 ABC 右侧作射线 CP，∠ACP=α（0°<α<60°），点 A 关于射线 CP 的对称点为点 D，BD 交 CP 于点 E，连接 AD，AE.

（1）依题意补全图形；

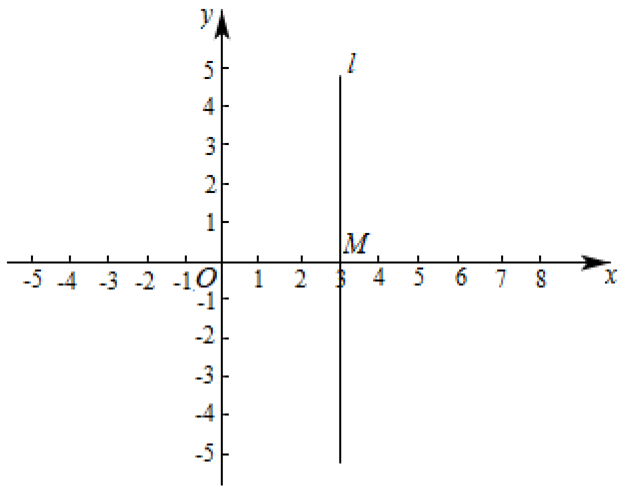
（2）求∠DBC 的大小（用含α的代数式表示）；

（3）直接写出∠AEB 的度数；

（4）用等式表示线段 AE，BD，CE 之间的数量关系，并证明.



28. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 经过点 $M(3,0)$，且平行于 y 轴；给出如下定义：点 $P(x,y)$ 先关于 y 轴对称得点 P_1，再将点 P_1 关于直线 l 对称得点 P'，则称点 P' 是点 P 关于 y 轴和直线 l 的二次反射点.



（1）已知 $A(-4,0),B(-2,0),C(-3,1)$，则它们关于 y 轴和直线 l 的二次反射点 A'、B'、C' 的坐标分别是__________________；

（2）若点 D 的坐标是 $(a,0)$，其中 $a<0$，点 D 关于 y 轴和直线 l 的的二次反射点是点 D'，求线段 DD' 的长；

（3）已知点 $E(4,0)$，点 $F(6,0)$，以线段 EF 为边在 x 轴上方作正方形 $EFGH$，若点 $P(a,1)$，$Q(a+1,1)$ 关于 y 轴和直线 l 的二次反射点分别为 P'，Q'，且线段 $P'Q'$ 与正方形 $EFGH$ 的边有公共点，直接写出 a 的取值范围.

参考答案

第I卷

一、单项选择题（下列各小题中只有一个选项符合题意，共16分，每小题2分）

1.【答案】B

【分析】本题主要查了轴对称图形．根据“如果一个图形沿着一条直线对折，两侧的图形能够完全重合，这个图形成为轴对称图形”，即可求解．

【详解】A.不是轴对称图形，故本选项不符合题意；

B.是轴对称图形，故本选项符合题意；

C.不是轴对称图形，故本选项不符合题意；

D.不是轴对称图形，故本选项不符合题意；

故选B．

2.【答案】D

【分析】本题考查了能够组成三角形三边的条件：用两条较短的线段相加，如果大于最长的那条线段就能够组成三角形．根据三角形的三边关系进行分析判断．

【详解】解：根据三角形任意两边的和大于第三边，得

A、$2+3=5<6$，不能组成三角形；

B、$4+4=8$，不能组成三角形；

C、$4+7=11$，不能组成三角形；

D、$5+8=13>12$，能够组成三角形．

故选：D．

3.【答案】C

【分析】本题考查的是同底数幂的乘除法则及幂的乘方与积的乘方法则，根据同底数幂的乘除法则及幂的乘方与积的乘方法则对各选项进行逐一判断即可．

【详解】解：A、$m^2\cdot m^3=m^5$，原计算错误，不符合题意；

B、$\left(m^4\right)^3=m^{12}$，原计算错误，不符合题意；

C、$\left(-2m\right)^2=4m^2$，正确，符合题意；

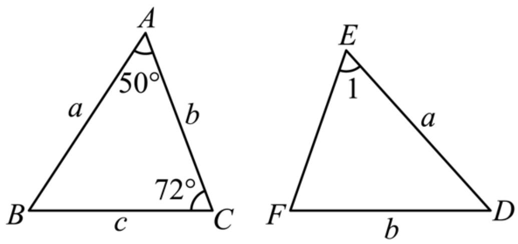
D、$m^4\div m^4=1$，原计算错误，不符合题意．

故选：C．

4.【答案】B

【分析】本题考查了全等三角形的性质，三角形内角和定理；根据全等三角形的性质得出$\angle 1=\angle B$，$\angle A=\angle D=50^\circ$，$\angle F=\angle C=72^\circ$，进而根据三角形内角和定理即可求解．

【详解】解：如图所示，



$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等， $AC = DF = b$， $DE = AB = a$，

$\therefore \angle 1 = \angle B$， $\angle A = \angle D = 50°$， $\angle F = \angle C = 72°$，

$\therefore \angle 1 = 180° - \angle D - \angle F = 58°$，

故选：B．

5．【答案】B

【分析】根据内角和求出边数，再根据外角和为$360°$，进行计算即可．

【详解】解：设正多边形的边数为n，

由题意，得$\left(n-2\right)\times 180° = 720°$，

解得： $n = 6$，

$\therefore$正多边形的一个外角$= 360° \div 6 = 60°$，

故选：B．

【点睛】本题考查正多边形的内角和、外角和．熟练掌握正多边形内角和的计算方法和外角和为$360°$是解题的关键．

6．【答案】A

【分析】本题考查的是平方根的含义，平方差公式的应用，本题先把方程化为$a^2 = 36$，再利用平方根的含义解方程即可．

【详解】解：$\because \left(a+1\right)\left(a-1\right) = 35$，

$\therefore a^2 - 1 = 35$，即$a^2 = 36$，

$\therefore a = \pm 6$；

故选 A

7．【答案】B

【分析】本题考查了等腰三角形的性质，三角形内角和定理，根据等腰三角形的性质可得$AD \perp BC$，再根据直角三角形两锐角互余进行计算即可，熟练掌握等腰三角形三线合一是解此题的关键．

【详解】解：$\because AB = AC$， D为BC边的中点，

$\therefore AD \perp BC$，

$\therefore \angle ADC = 90°$，

$\therefore \angle C + \angle CAD = 90°$，

$\because \angle C = 70°$，

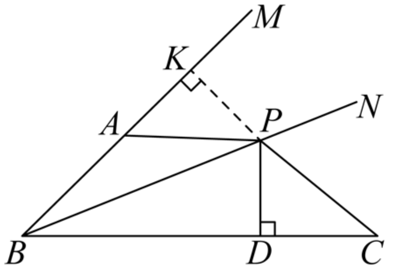
$\therefore \angle DAC = 90° - 70° = 20°$，

故选：B．

8.【答案】A

【分析】过点 P 作 $PK\perp AB$，垂足为点 K．证明 $\mathrm{Rt}\triangle BPK\cong\mathrm{Rt}\triangle BPD$，$\triangle PAK\cong\triangle PCD$，利用全等三角形的性质即可解决问题．

【详解】解：过点 P 作 $PK\perp AB$，垂足为点 K．



$\because PK\perp AB$，$PD\perp BC$，$\angle ABP=\angle CBP$，

$\therefore PK=PD$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle BPK$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle BPD$ 中，

$\begin{cases} BP=BP \\ PK=PD \end{cases}$，

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle BPK\cong\mathrm{Rt}\triangle BPD$（HL），

$\therefore BK=BD$，

$\because \angle APC+\angle ABC=180^\circ$，且 $\angle ABC+\angle KPD=180^\circ$，

$\therefore \angle KPD=\angle APC$，

$\therefore \angle APK=\angle CPD$，故①正确，

在 $\triangle PAK$ 和 $\triangle PCD$ 中，

$\begin{cases} \angle AKP=\angle PDC \\ PK=PD \\ \angle APK=\angle CPD \end{cases}$，

$\therefore \triangle PAK\cong\triangle PCD$（$ASA$），

$\therefore AK=CD$，$PA=PC$，故②正确，

$\therefore BK-AB=BC-BD$，

$\therefore BD-AB=BC-BD$，

$\therefore AB+BC=2BD$，故③正确，

$\because \mathrm{Rt}\triangle BPK\cong\mathrm{Rt}\triangle BPD$，$\triangle PAK\cong\triangle PCD$（$ASA$），

$\therefore S_{\triangle BPK}=S_{\triangle BPD}$，$S_{\triangle APK}=S_{\triangle PDC}$，

$\therefore S_{\text{四边形}ABCP}=S_{\text{四边形}KBDP}=2S_{\triangle PBD}$．故④正确．

故选 A．

【点睛】本题考查全等三角形的判定和性质，角平分线的性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，属于中考常考题型．

第Ⅱ卷

三、填空题（共 16 分）

9.【答案】$y(x+2)(x-2)$

【分析】先提取公因式 y，再利用平方差公式分解因式即可

【详解】解：$x^2y-4y=y(x^2-4)=y(x-2)(x+2)$．

故答案为：$y(x-2)(x+2)$．

【点睛】题目主要考查提公因式法与公式法进行因式分解，熟练掌握因式分解的方法是解题关键．

10.【答案】25

【分析】利用完全平方式的结构特征，即可求出 m 的值．

【详解】解：∵$x^2-10x+m$ 是一个完全平方式，

$\therefore m=\left(\dfrac{-10}{2}\right)^2=25$．

故答案为：25．

【点睛】此题考查了完全平方式，熟练掌握完全平方式是解本题的关键．

11.【答案】50 或 55

【分析】等腰三角形中两条边的长分别为 15cm 和 20cm 时，第三边的长可能为 15cm 或 20cm，分别求得三角形的周长，即为铁丝的长．

【详解】∵等腰三角形中两条边的长分别为 15 cm 和 20 cm，

∴当第三条边的长为 15 cm 时，这根铁丝的长为 15+15+20=50(cm)，此时 15+15>20，符合三角形的三边关系；

当第三条边的长为 20 cm 时，这根铁丝的长为 15+20+20=55 (cm)，此时 15+20>20，符合三角形的三边关系；

故答案为：50 或 55．

【点睛】本题考查了等腰三角形的判定及三角形的三边关系，熟练掌握相关性质及定理并分类讨论是解题的关键．

12.【答案】10

【分析】本题考查了角平分线的定义，平行线的性质，等腰三角形的判定和性质，熟练掌握它们的性质将周长转换为 $AB+AC$ 是解本题的关键．利用角平分线及平行线性质，结合等腰三角形的判定得到 $MB=MO$，$NC=NO$，将三角形周长转化为 $AB+AC$，求出即可．

【详解】解：$\because BO$ 为 $\angle ABC$ 的平分线，CO 为 $\angle ACB$ 的平分线，

$\therefore \angle ABO=\angle CBO$，$\angle ACO=\angle BCO$，

$\because MN \parallel BC$，

$\therefore \angle MOB=\angle OBC$，$\angle NOC=\angle BCO$，

$\therefore \angle ABO=\angle MOB$，$\angle NOC=\angle ACO$，

$\therefore MB=MO$，$NC=NO$，

$\therefore MN = MO + NO = MB + NC$，

$\because AB = 4$， $AC = 6$，

$\therefore \triangle AMN$ 周长为 $AM + MN + AN = AM + MB + AN + NC = AB + AC = 10$，

故答案为：10

13.【答案】25

【分析】设∠ADC＝α，然后根据 AC＝AD＝DB，∠BAC＝105°，表示出∠B 和∠BAD 的度数，最后根据三角形的内角和定理求出∠ADC 的度数，进而求得∠B 的度数即可.

【详解】解：∵AC＝AD＝DB，

∴∠B＝∠BAD，∠ADC＝∠C，

设∠ADC＝α，

∴∠B＝∠BAD＝$\dfrac{\alpha}{2}$，

∵∠BAC＝105°，

∴∠DAC＝105° - $\dfrac{\alpha}{2}$，

在△ADC 中，

∵∠ADC+∠C+∠DAC＝180°，

∴2α+105° - $\dfrac{\alpha}{2}$＝180°，

解得：α＝50°，

∴∠B＝∠BAD＝$\dfrac{\alpha}{2}$＝25°，

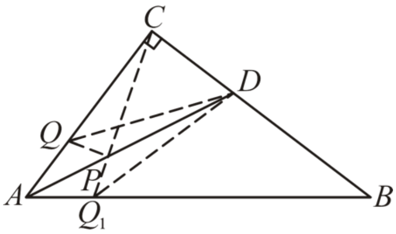
故答案为：25.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质：①等腰三角形的两腰相等；②等腰三角形的两个底角相等，熟练掌握等腰三角形的性质是解题的关键.

14.【答案】$\dfrac{12}{5}$

【分析】本题考查利用轴对称求最短距离，全等三角形的性质和判定，能够利用轴对称将线段和的最小值转化为线段长求解是关键．在 AB 上截取 $AQ_1 = AQ$，连接 QD， Q_1D，可证 $\triangle AQD \cong \triangle AQ_1D$，根据全等三角形的性质可知点 Q_1 和点 Q 关于 AD 对称，再根据轴对称的性质及最短路径结合面积法即可得出答案.

【详解】解：如图，在 AB 上截取 $AQ_1 = AQ$，连接 QD， Q_1D，



$\because$ AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，

$\therefore \angle QAD = \angle Q_1AD$

在 $\triangle AQD$ 与 $\triangle AQ_1D$ 中

$$\begin{cases} AQ = AQ_1 \\ \angle QAD = \angle Q_1AD \\ AD = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AQD \cong \triangle AQ_1D(\text{SAS})$

$\therefore$ 点 Q_1 和点 Q 关于 AD 对称，连接 CQ_1，CQ_1 与 AD 交于 P 点，连接 PQ，此时 $PC + PQ = CQ_1$，

$\because Q$ 是动点，

$\therefore Q_1$ 也是动点，当 CQ_1 与 AB 垂直时，CQ_1 最小，即 $PC + PQ$ 最小.

此时，由面积法得 $CQ_1 = 3\times4\div5 = \dfrac{12}{5}$.

故答案为：$\dfrac{12}{5}$.

15.【答案】2024

【分析】本题主要考查单项式除以单项式，熟练掌握单项式除以单项式是解题的关键；由题意可先进行单项式除以单项式的运算，然后问题可求解.

【详解】解：$\left(x^5\right)^6 y^4z^5 \div x^{10}y^2z = x^{30}y^4z^5 \div x^{10}y^2z = x^{20}y^2z^4$，

$\therefore$ 他输入的密码是 2024；

故答案为：2024.

16.【答案】 ①. 5 ②. 2^7

【分析】此题考查了整式的运算和规律探索，弄清“杨辉三角”中系数规律是解本题的关键，根据“杨辉三角”中系数规律确定出所求系数，并求出系数之和即可.

【详解】解：（1）根据题意中例子所示，$(a+b)^5$ 展开式中 a^4b 的系数应与第 6 行的 2 个数对应，即为 5，

故答案为：5；

（2）当 $n = 1、2、3、4$ 时，

$(a+b)^n$ 展开式的各项系数之和分别为 2、4、8、16、...，

由此可知 $(a+b)^n$ 展开式的各项系数之和为 2^n，

$\therefore\left(a+b\right)^{7}$展开式的各项系数之和为$2^{7}$，

故答案为：2^{7}．

三、解答题（共68分，其中第17-22题每题5分，第23-26题每题6分，第27-28题每题7分）

17.【答案】$2a^{4}$

【分析】本题考查的是同底数幂的乘法，同底数幂的除法运算，合并同类项，本题先计算同底数幂的乘法与除法运算，再合并同类项即可．

【详解】解：$a^{3}\cdot a+a^{6}\div a^{2}$

$=a^{4}+a^{4}$

$=2a^{4}$．

18.【答案】$x^{2}-2xy$

【分析】根据整式的混合运算法则即可求解．

【详解】解：$x\left(x+4y\right)-2x\cdot 3y$

$=x^{2}+4xy-6xy$

$=x^{2}-2xy$．

【点睛】本题主要考查单项式乘以多项式，单项式乘以单项式，合并同类项，掌握整式的混合运算法则是解题的关键．

19.【答案】$xy\left(x+2y\right)\left(x-2y\right)$

【分析】此题考查因式分解，掌握因式分解的方法是解题的关键，此题先提公因式，再利用平方差公式分解因式．

【详解】$x^{3}y-4xy^{3}$

$=xy\left(x^{2}-4y^{2}\right)$

$=xy\left(x+2y\right)\left(x-2y\right)$．

20.【答案】29

【分析】将$a^{2}-2a-1=0$运用配方法变形为$(a-1)^{2}=2$，再运用平方差公式，完全平方公式将$\left(2a+1\right)\left(2a-1\right)+\left(a-5\right)^{2}$展开，合并同类项，变形为$5(a-1)^{2}+19$，由此即可求解．

【详解】解：运用配方法变形$a^{2}-2a-1=0$，

$\therefore a^{2}-2a+1-1-1=0$，即$a^{2}-2a+1=2$，即$(a-1)^{2}=2$，

$\because\left(2a+1\right)\left(2a-1\right)+\left(a-5\right)^{2}=4a^{2}-1+a^{2}-10a+25=5a^{2}-10a+24$，

$\therefore\left(2a+1\right)\left(2a-1\right)+\left(a-5\right)^{2}=5a^{2}-10a+24=5(a-1)^{2}+19$，

$\because (a-1)^2=2$，

$\therefore \left(2a+1\right)\left(2a-1\right)+\left(a-5\right)^2=5(a-1)^2+19=5\times 2+19=29$，

$\therefore \left(2a+1\right)\left(2a-1\right)+\left(a-5\right)^2$的值为$29$．

【点睛】本题主要考查平方差公式，完全平方公式在整式加减法中应用，掌握整式的加减法法则是解题的关键.

21.【答案】(1) 见解析　(2) 3

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定与性质，掌握全等三角形的证明及性质是解题的关键.

(1) 平行线的性质得出$\angle A=\angle C$，即可根据AAS证明结论；

(2) 根据全等三角形的性质和等式性质证得$AE=CF$，即可求出答案.

【小问 1 详解】

证明：$\because AD\,/\!/\,BC$，

$\therefore \angle A=\angle C$，

且$\angle B=\angle D$，$DF=BE$，

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE(AAS)$；

【小问 2 详解】

$\because \triangle ADF \cong \triangle CBE$（已证），

$\therefore AF=CE$，

$\therefore AF-EF=CE-EF$，

即$AE=CF$，

$\because AE=3$，

$\therefore CF=3$.

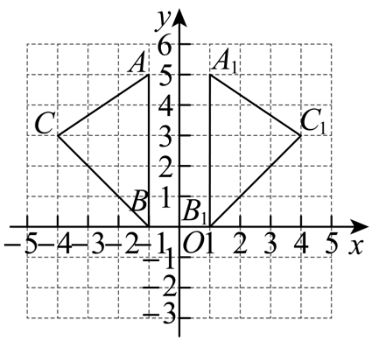
22.【答案】(1) 见解析　(2) 点D坐标为$\left(-4,2\right)$、$\left(2,3\right)$、$\left(2,2\right)$

【分析】(1) 分别作出点A、B、C关于y轴的对称点，再顺次连接即可；

(2) 根据网格特点和全等三角形的判定画出图形，即可得到点D的坐标.

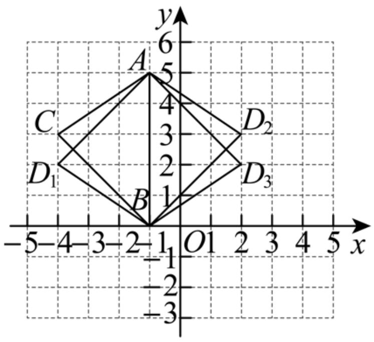
【小问 1 详解】

解：$\triangle A_1B_1C_1$如图所示；



【小问 2 详解】

如图，满足条件的点D有三个，点D坐标为$\left(-4,2\right)$、$\left(2,3\right)$、$\left(2,2\right)$.



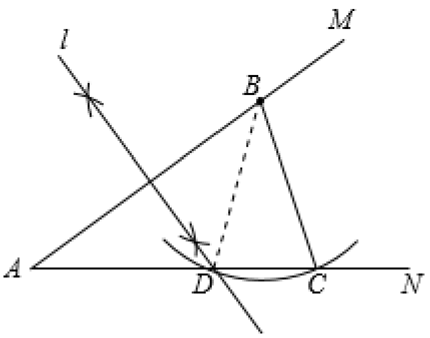
【点睛】本题考查了作图—轴对称变换、坐标与图形、全等三角形的判定，熟练掌握轴对称的性质是解答的关键.

23.【答案】(1）见解析；(2）DB；线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等；BDC； 等边对等角.

【分析】(1）根据题目中的小路的尺规作图过程，直接作图即可.

(2）根据垂直平分线的性质以及等边对等角进行解答即可.

【详解】解：(1) 根据题目中的小路的设计步骤，补全的图形如图所示；



(2)解：证明：连接 BD，BC，

∵直线 l 为线段 AB 的垂直平分线，

∴DA＝<u>DB</u>，<u>(线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等)</u>（填推理的依据）

∴$\angle A=\angle ABD$，

∴$\angle BDC=\angle A+\angle ABD=2\angle A$.

∵$BC=BD$，

∴$\angle ACB=\angle$<u>BDC</u>，<u>(等边对等角)</u>（填推理的依据）

∴$\angle ACB=2\angle A$.

【点睛】本题主要是考查了尺规作图能力以及垂直平分线和等边对等角的性质，熟练掌握垂直平分线和等边对等角的性质，是解决该题的关键.

24.【答案】(1）见解析　（2）9

【分析】(1）根据三角形内角和定理求出 $\angle ABC=60°$，根据线段垂直平分线的性质得到 $AD=DB$，求出 $\angle A=\angle ABD=30°$，再根据角平分线的性质得到 $DE=DC$；

(2）判定 $\triangle EBC$ 是等边三角形，即可求出周长.

【小问 1 详解】

证明：∵在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$\angle A=30°$，

∴ $\angle ABC=60°$，

∵ DE 是 AB 边的垂直平分线，

∴ $AD = DB$，

∴ $\angle A = \angle ABD = 30^\circ$，

∴ $\angle CBD = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

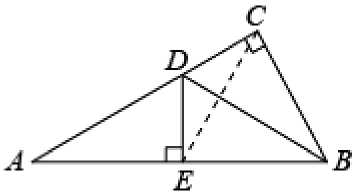
∴ BD 平分 $\angle ABC$，

∵ $DE \perp AB,\ AC \perp BC$，

∴ $DE = DC$；

【小问 2 详解】

解：∵在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB = 90^\circ$，$\angle A = 30^\circ$，$AB = 6$，



∴ $BC = \dfrac{1}{2}AB = 3$，

∵ DE 是 AB 边的垂直平分线，

∴ $BE = \dfrac{1}{2}AB = 3$，

∴ $BC = BE$，

∵ $\angle ABC = 60^\circ$，

∴ $\triangle EBC$ 是等边三角形，

∴ $\triangle EBC$ 的周长为 9.

【点睛】此题考查了线段垂直平分线的性质，角平分线的性质定理，等边三角形的判定和性质，三角形的内角和定理，熟练掌握各定理是解题的关键.

25.【答案】（1）$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

（2）2，7　（3）8

【分析】本题考查多项式乘多项式与图形面积、完全平方公式的几何背景及其应用，理解题意，看懂图形，会利用不同方法表示面积，并灵活运用所得结论是解答的关键.

（1）用两种方法表示出大正方形的面积，即可求解；

（2）先计算 $2a+b$　$3a+2b$ ，再根据面积不变结合乘法的结果可得答案；

（3）根据图形得到 $x-y=DG=BE=2$，，利用完全平方公式分别求得 xy 和 $x+y$ 即可求解.

【小问 1 详解】

解：由图 2 知，大正方形的面积为 $(a+b)^2$，又可以为 $a^2+2ab+b^2$，

∴ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$；

【小问 2 详解】

∵ $2a+b\quad 3a+2b$

$=6a^2+4ab+3ab+2b^2$

$=6a^2+7ab+2b^2$，

∴要拼出一个面积为 $2a+b\quad 3a+2b$ 的矩形，则需要 A 号卡片 6 张，B 号卡片 2 张，C 号卡片 7 张；

【小问 3 详解】

由题知：$x-y=DG=BE=2$，$x^2+y^2=34$，

则 $(x-y)^2=4=x^2+y^2-2xy$，则 $2xy=30$，

∴ $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy=34+30=64$，

∴ $x+y=8$（负值舍去），

图中阴影部分面积为：$\frac{1}{2}\times 2y+\frac{1}{2}x(x-y)=y+\frac{1}{2}x\times 2=y+x=8$．

26.【答案】(1) $(x-3)(x+9)$

(2) $(2x-3)(3x+1)$

(3) $(4x+4y+3)(5x+5y-2)$

【分析】本题主要考查多项式乘多项式，因式分解，解答的关键是对相应的知识的掌握与运用．

(1) 利用十字相乘法进行求解即可；

(2) 利用十字相乘法进行求解即可；

(3) 先分组，再利用十字相乘法进行求解即可．

【小问 1 详解】

解：$x^2+6x-27$

$=(x-3)(x+9)$，

$$\begin{array}{cc} 1 & -3 \\ 1 & 9 \\ \hline \multicolumn{2}{c}{1\times 9+1\times(-3)=6} \end{array}$$

；

【小问 2 详解】

解：$6x^2-7x-3$

$=(2x-3)(3x+1)$，

$$\begin{array}{cc} 2 & -3 \\ 3 & 1 \\ \hline \multicolumn{2}{c}{2\times 1+3\times(-3)=-7} \end{array}$$

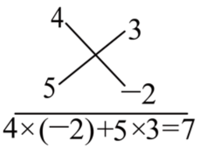
；

【小问 3 详解】

解：$20(x+y)^2+7(x+y)-6$

$=\left[4(x+y)+3\right]\left[5(x+y)-2\right]$

$=(4x+4y+3)(5x+5y-2)$，



.

27.【答案】（1）见解析；（2）α；（3）60°；（4）$BD=2AE+CE$；证明见解析

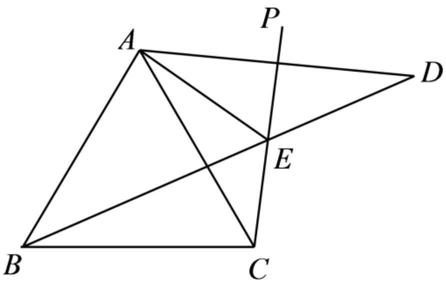
【分析】（1）根据对称性即可补全图形；

（2）连接 CD，根据对称性得到 $\angle ACE=\angle DCE=\alpha$，从而得到 $\angle BCD=60°+2\alpha$，再根据 $BC=AC=DC$ 即可求解；

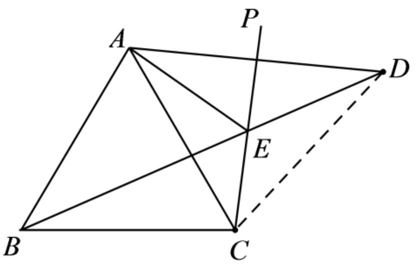
（3）根据对称性可得 $\angle EAC=\angle EDC==\angle DBC$，再根据角度的八字模型即可得到∠AEB=$\angle ACB$，故可求解；

（4）在 EB 上截取 $EF=EA$，连接 AF，得到△AEF 是等边三角形，根据△ABC 是等边三角形得到，$\angle BAF=\angle CAE$，进而证明△BAF≌△CAE，得到 BF=CE，再根据对称性得到 AE=DE，故可得到 $BD=BF+FE+ED=CE+2AE$.

【详解】（1）依题意补全图形；



（2）解： 连接 CD.



∵线段 AC 和 DC 关于射线 CP 的对称，

$\therefore AC=DC$，$\angle ACE=\angle DCE=\alpha$.

∵△ABC 是等边三角形，

$\therefore AC=BC$，$\angle ACB=60°$.

$\therefore BC=DC$，$\angle BCD=60°+2\alpha$.

$\therefore \angle DBC=\angle BDC=\dfrac{1}{2}\left[180°-(60°+2\alpha)\right]=60°-\alpha$.

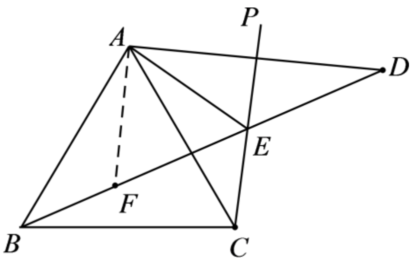
（3）根据对称性可得 $\angle EAC = \angle EDC = 60° - \alpha = \angle DBC$

$\because \angle EAC + \angle AEB = \angle DBC + \angle ACB$

$\therefore \angle AEB = \angle ACB = 60°$

（4）结论：$BD = 2AE + CE$.

在 EB 上截取 $EF = EA$，连接 AF.



$\because \angle AEB = 60°$，

$\therefore \triangle AEF$ 是等边三角形，

$\therefore AF = AE$，$\angle FAE = 60°$.

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AB = AC$，$\angle BAC = 60°$.

$\therefore \angle BAC - \angle FAC = \angle FAE - \angle FAC$.

$\therefore \angle BAF = \angle CAE$.

在 $\triangle BAF$ 和 $\triangle CAE$ 中

$$\because \begin{cases} AB = AC \\ \angle BAF = \angle CAE \\ AF = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAF \cong \triangle CAE$（SAS）

$\therefore BF=CE$（全等三角形的对应边相等）

$\because$ 点 A 和点 D 关于射线 CP 的对称，

$\therefore AE=DE$.

$\therefore BD = BF + FE + ED = CE + 2AE$.

【点睛】此题主要考查轴对称与几何综合，解题的关键是熟知等边三角形的性质、旋转的性质及对称性的应用.

28.【答案】（1）$(2,0)$、$(4,0)$、$(3,1)$；

（2）6；

（3）$-1 \le a \le 0$ 或 $-3 \leqslant a \leqslant -2$.

【分析】（1）根据二次反射点的定义直接得出答案；

（2）根据二次反射点的定义得出 $D'(6+a,0)$，则可得出答案；

（3）)根据二次反射点的定义得出 $P'(6+a,1)$，$Q'(7+a,1)$，由题意分两种情况列出不等式组，解不等式组可得出答案

【小问 1 详解】

解：$\because A(-4,0)$

$\therefore$ 点 A 关于 y 轴对称点的坐标为 $(4,0)$，

$\because (4,0)$ 关于直线 l 对称的点 $A'(2,0)$

$\therefore A(-4,0)$ 关于 y 轴和直线 l 的二次反射点 A' 的坐标 $(2,0)$

$\because B(-2,0)$

$\therefore$ 点 B 关于 y 轴对称点的坐标为 $(2,0)$，

$\because (2,0)$ 关于直线 l 对称的点 $B'(4,0)$

$\therefore B(-2,0)$ 关于 y 轴和直线 l 的二次反射点 B' 的坐标 $(4,0)$

$\because C(-3,1)$

$\therefore$ 点 C 关于 y 轴对称点的坐标为 $(3,1)$，

$\because (3,1)$ 关于直线 l 对称的点 $C'(3,1)$

$\therefore C(-3,1)$ 关于 y 轴和直线 l 的二次反射点 C' 的坐标 $(3,1)$

故答案为：$(2,0)$、$(4,0)$、$(3,1)$

【小问 2 详解】

$\because$ 点 D 的坐标是 $(a,0)$， $a<0$

$\therefore$ 点 D 关于 y 轴对称点的坐标为 $(-a,0)$，

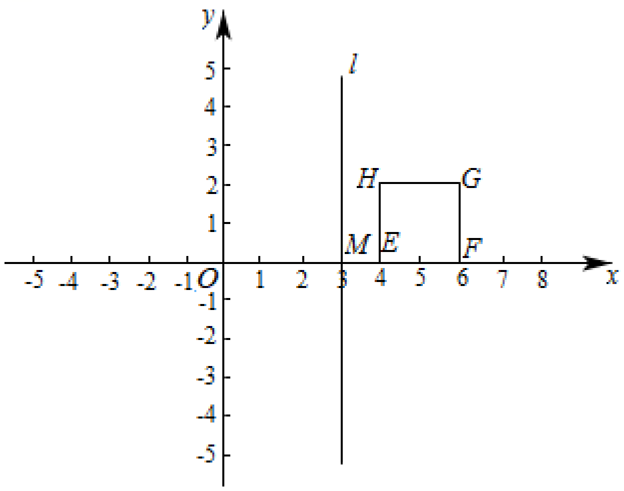
$\therefore (-a,0)$ 关于直线 l 对称的点 $D'(6+a,0)$，

$\therefore DD'=6+a-a=6$；

【小问 3 详解】

$\because$ 点 $P(a,1)$， $Q(a+1,1)$

$\therefore$ 点 P、Q 关于 y 轴和直线 l 的二次反射点分别为 $P'(6+a,1)$， $Q'(7+a,1)$，



当 $P'Q'$ 与 EH 有公共点时，

$$\begin{cases}7+a\geq 4\\6+a\leq 4\end{cases},$$

解得 $-3\leqslant a\leqslant -2$

当 $P'Q'$ 与 FG 有公共点时，

$$\begin{cases}7+a\geq 6\\6+a\leq 6\end{cases}$$

解得 $-1\leq a\leq 0$

综上：$-1\leq a\leq 0$ 或 $-3\leqslant a\leqslant -2$

【点睛】本题考查了正方形的性质，轴对称性质，动点问题，新定义二次反射点的理解和运用；解题关键是对新定义二次反射点的正确理解.