

## 初三数学

2024.11

考生须知	<p>1. 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分,考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 在答题卡上准确填写学校名称、准考证号,并将条形码贴在指定区域。</p> <p>3. 题目答案一律填涂或书写在答题卡上,在练习卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 练习结束,请将答题纸交回。</p>
------	--

### 一、选择题 (共 16 分, 每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个。

1. 下列图形中,是中心对称图形,但不是轴对称图形的是

- A. 平行四边形                      B. 菱形  
C. 矩形                                D. 等边三角形

2. 抛物线  $y = 2x^2 - 4$  的顶点坐标是

- A.  $(1, -2)$                           B.  $(0, -4)$   
C.  $(-1, -2)$                         D.  $(2, 0)$

3. 二次函数  $y = x^2 - 3$  的图象向左平移 2 个单位长度,得到的二次函数解析式为

- A.  $y = x^2 - 1$                         B.  $y = x^2 - 5$   
C.  $y = (x - 2)^2 - 3$                 D.  $y = (x + 2)^2 - 3$

4. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + mx + 3 = 0$  的一个根为  $x = 1$ , 则另一个根为

- A.  $x = -4$                             B.  $x = 3$   
C.  $x = 4$                                 D.  $x = -3$

5. 已知关于  $x$  的方程  $ax^2 + 2x + 1 = 0$  有两个不相等的实数根, 则  $a$  的取值范围是

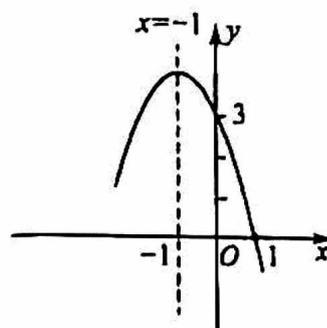
- A.  $a < 1$                                 B.  $a > -1$   
C.  $a < 1$  且  $a \neq 0$                 D.  $a > -1$  且  $a \neq 0$



6. 抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  的部分图象如图所示，抛物线与  $x$  轴

一个交点横坐标为 1，若  $y > 0$ ，则  $x$  的取值范围是

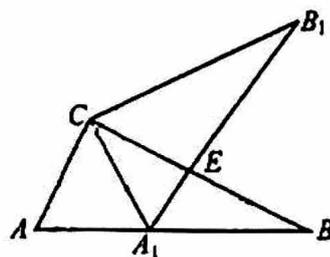
- A.  $-4 < x < 1$                       B.  $x < -3$  或  $x > 1$   
 C.  $x < -4$  或  $x > 1$                 D.  $-3 < x < 1$



7. 如图，在  $Rt \triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  逆时针方向旋转  $58^\circ$  得到

$\triangle A_1B_1C$ 。若点  $A_1$  恰好落在  $AB$  边上，则  $\angle B_1$  度数为

- A.  $29^\circ$                                   B.  $32^\circ$   
 C.  $58^\circ$                                   D.  $61^\circ$



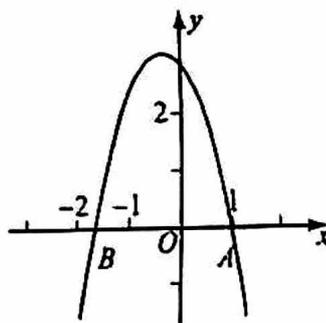
8. 如图，抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  与  $x$  轴交点为  $A(1, 0)$ ， $B(m, 0)$  且  $-2 < m < -1$ ，有

下列结论：①  $b < 0$ ；②  $a < b$ ；③  $2a + c < 0$ ；④若图象上有两点  $P(x_1, y_1)$ ，

$Q(x_2, y_2)$ ，当  $x_1 < x_2 < n$  时，总有  $y_1 < y_2$ ，则  $n$  的取值范围为  $-0.5 < n < 0$ 。其中，正

确的结论有

- A. 4 个                                      B. 3 个  
 C. 2 个                                      D. 1 个



## 二、填空题 (共 16 分，每题 2 分)

9. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $(-2, 3)$  关于原点的对称点坐标为\_\_\_\_\_。

10. 一元二次方程  $x^2 - 4 = 0$  的根是\_\_\_\_\_。

11. 抛物线  $y = x^2 + 4x$  的对称轴是\_\_\_\_\_。

12. 已知，点  $P(2, y_1)$ ， $Q(5, y_2)$  为二次函数  $y = (x-1)^2 - 2$  的图象上的两个点，

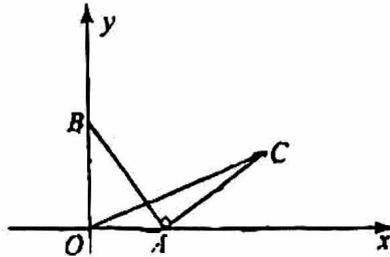
则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (填“>”或“<”)。



13. 已知抛物线  $y=x^2-4x+c$  与  $x$  轴没有交点, 则实数  $c$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 请写出一个对称轴为直线  $x=1$ , 且经过点  $(0, 3)$  的抛物线解析式\_\_\_\_\_.

15. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A(2, 0)$ , 点  $B(0, 3)$ , 连接  $AB$ , 将线段  $AB$  绕点  $A$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $AC$ , 连接  $OC$ , 则线段  $OC$  的长度为\_\_\_\_\_.



16. 某校生物学科老师在组织学生进行野外实践活动时, 学生发现自然界的植物生长具有神奇的规律. 比如某种植物的主干长出若干数目的支干, 每个支干又长出同样数目的小分支, 主干、支干和小分支的总数是 43, 设这种植物每个支干长出的小分支个数为  $x$ , 则可列方程为\_\_\_\_\_.

三、解答题 (共 68 分, 第 17-19 题每题 5 分, 第 20 题 6 分, 第 21-23 题每题 5 分, 第 24-26 题每题 6 分, 第 27-28 题每题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明的过程.

17. 计算:  $(\pi-2)^0 + \sqrt{12} - 3^{-1} - |-\sqrt{3}|$ .

18. 解方程:  $x^2 - 4x - 2 = 0$ .

19. 解方程:  $x^2 - 1 = x$ .

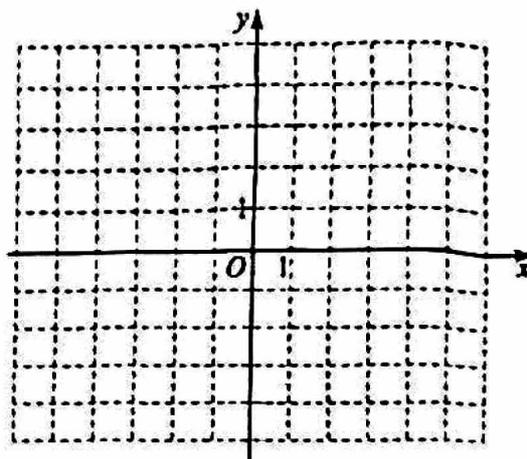


20. 已知二次函数  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 图象上部分点的横坐标  $x$ , 纵坐标  $y$  的对应值如

下表所示:

$x$	...	-1	0	1	2	3	...
$y$	...	0	-3	-4	-3	0	...

画出该二次函数的图象, 并求出解析式.

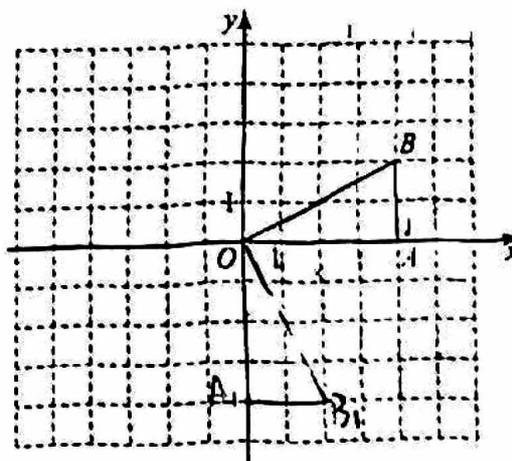


21. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A$  的坐标为  $(4, 0)$ , 点  $B$  的坐标为  $(4, 2)$ ,

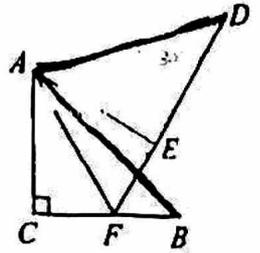
连接  $AB$ ,  $BO$ , 得到  $\triangle OAB$ .

(1) 画出  $\triangle OAB$  绕原点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到的  $\triangle OA_1B_1$ ;

(2) 直接写出经过点  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A$  的二次函数图象的对称轴



22. 在 $\triangle ACB$ 中,  $\angle C=90^\circ$ , 以点 $A$ 为中心, 分别将线段 $AB, AC$ 逆时针旋转 $60^\circ$ 得到线段 $AD, AE$ , 连接 $DE$ , 延长 $DE$ 交 $CB$ 于点 $F$ . 连接 $AF$ , 求 $\angle CAF$ 的度数.



23. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 函数 $y = 2x$ 的图象与函数 $y = kx + 4$  ( $k \neq 0$ )的图象交于点 $A(m, 2)$ .
- (1) 求 $m$ 与 $k$ 的值;
  - (2) 当 $x > 1$ 时, 对于 $x$ 每一个值, 总有函数 $y = nx + 1$  ( $n \neq 0$ )的值大于函数 $y = kx + 4$  ( $k \neq 0$ )的值, 直接写出 $n$ 的取值范围.

24. 今年是中华人民共和国成立75周年, 国庆期间一款主题为“强国有我”的纪念品深受欢迎. 某商家将该款每件进价为20元的纪念品, 按每件24元出售, 每日可售出40件. 经市场调查发现, 这种纪念品每件涨价1元, 日销售量会减少2件.
- (1) 每件纪念品涨价多少元时, 每日的利润为280元?
  - (2) 每件纪念品应涨价多少元, 才能使每日利润最大, 最大利润是多少元?

25. 行驶中的汽车，在刹车后由于惯性，还要继续向前滑行一段距离才能停止，这段距离为制动距离  $y$  (单位: m)，车速为制动时车速  $x$  (单位: m/s)，时间为制动时间  $t$  (单位: s)。为了解某型号汽车的制动性能，在理想状态下对其进行了测试，测得数据如下表:

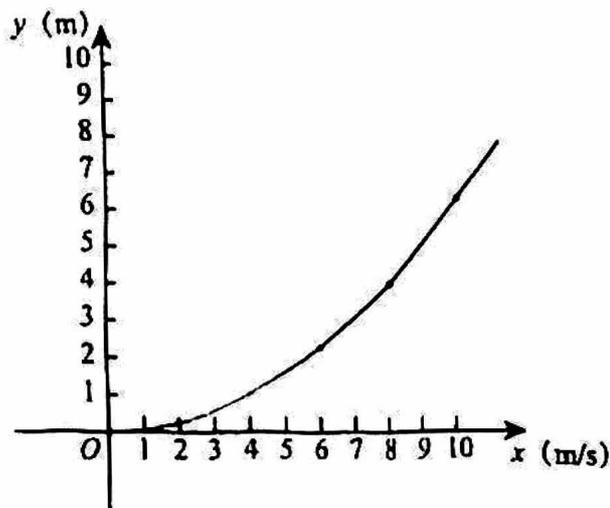
表 1

制动时车速 $x$ (m/s)	0	2	4	6	8	10	.....
制动时间 $t$ (s)	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	.....

表 2

制动时车速 $x$ (m/s)	0	2	4	6	8	10	.....
制动距离 $y$ (m)	0	0.25	1	2.25	4	6.25	.....

为观察  $y$  与  $x$  之间的关系，建立平面直角坐标系，以  $x$  为横坐标， $y$  为纵坐标，描出表中数据对应的点，并用平滑曲线连接 (如图)，可以看出，这条曲线像是抛物线的一部分，于是，我们用二次函数来近似地表示  $y$  与  $x$  的关系。



根据以上数据与函数图象，解决下列问题:

- 根据表 1，当制动时车速  $x$  为 20m/s 时，制动时间  $t =$  \_\_\_\_\_ s;
- 直接写出制动距离  $y$  (单位: m) 与制动时车速  $x$  (单位: m/s) 之间的函数关系式;
- 有一辆该型号汽车在公路上发生了交通事故，交通事故发生时，现场测得制动距离为 42.25m，则此车制动时车速是 \_\_\_\_\_ m/s，已知该公路限速为 80km/h，那么在事故发生时，该汽车是 \_\_\_\_\_ (填“超速行驶”或“正常行驶”).

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A(-4, y_1)$ ,  $B(a+1, y_2)$  在抛物线  $y = x^2 - 2ax + 1$  上.

抛物线经过点  $C(n, y_3)$ .

(1) 当  $n = 5$  时, 若  $y_1 = y_3$ , 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_;

(2) 若对于任意的  $4 \leq n \leq 6$  都满足  $y_1 > y_3 > y_2$ , 求  $a$  的取值范围.



27. 已知,  $\triangle ABC$  是等腰三角形,  $\angle BAC = 60^\circ$ ,  $O$  是  $\triangle ABC$  内的任意一点, 连接  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$ .

(1) 如图 1,  $\angle AOC = 90^\circ$ ,  $\angle BOC = 120^\circ$ , 将  $\triangle BOC$  绕点  $C$  顺时针旋转  $60^\circ$  得到  $\triangle ADC$ . 点  $D$  恰好落在  $BO$  所在的直线上, 用等式表示线段  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  之间的数量关系, 并证明;

(2) 如图 2, 设  $\angle AOC = \alpha$ ,  $\angle BOC = \beta$ .

当  $\alpha =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ ,  $\beta =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$  时,  $OA + OB + OC$  有最小值.

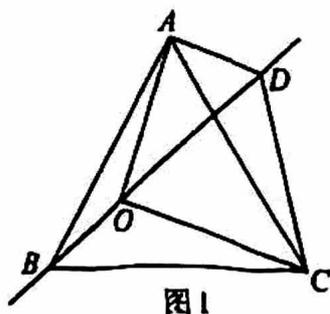


图 1

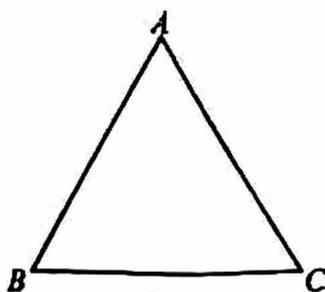
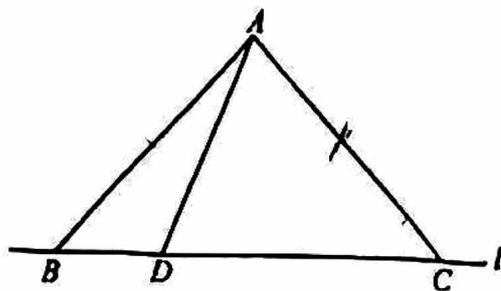


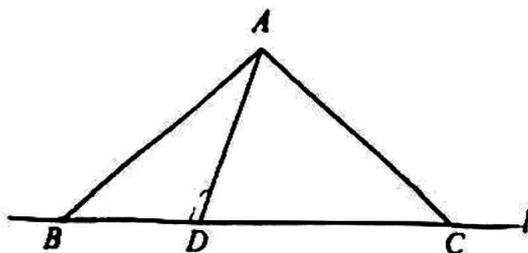
图 2

28. 如图, 点  $B, C$  在直线  $l$  上, 点  $A$  为直线  $l$  外一点,

$AB=AC$ , 对于点  $D$  给出如下定义: 将线段  $CA$  绕点  $C$  逆时针旋转  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ) 得到线段  $CD$ , 当点  $D$  在直线  $l$  上 (不与  $B$  重合) 时, 称点  $D$  为线段  $AB$  的关联点.



(1) 如图  $\angle ABC = 40^\circ$ ,  $\angle BAD = 30^\circ$ , 点  $D$  \_\_\_\_\_ (填“是”或“不是”) 线段  $AB$  的关联点;



(2) 已知点  $D$  为线段  $AB$  的关联点,  $\angle ABC = x^\circ$ ,  $\angle BAD = y^\circ$ , 请写出  $y$  与  $x$  的关系式及  $x$  的取值范围 (直接写出结果).



# 初三数学参考答案及评分标准

## 一、选择题（共 16 分， 每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项， 符合题意的选项只有一个

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	D	B	C	D	A	B

## 二、填空题（共 16 分， 每题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	(2, -3)	$x_1=2,$ $x_2=-2$	$x=-2$	$<$	$c>4$	答案不唯一, $y=(x-1)^2+2.$	$\frac{2}{9}$	$1+x+x^2\sqrt{43}$

## 三、解答题（共 68 分， 第 17-19 题每题 5 分， 第 20 题 6 分， 第 21-23 题每题 5 分， 第 24-26 题每题 6 分， 第 27-28 题每题 7 分） 解答应写出文字说明、演算步骤或证明的过程。

17. 计算： $(\pi-2)^0 + 12 - 3^{-1} - 3 \sqrt{\quad} \quad | \sqrt{\quad}$

解： $= 1 + 2 - 3 - \frac{1}{3} - 3 \sqrt{\quad} - \sqrt{\quad}$  .....4  
 $= 3 + \frac{2}{3} \sqrt{\quad} - \sqrt{\quad}$  .....5

18. 解： $x^2 - 4x - 2 = 0$

移项，得  $x^2 - 4x = 2$ . .....1

配方，得  $x^2 - 4x + 2^2 = 2 + 2^2$ .

$\therefore x^2 - 4x + 4 = 6$ .

即  $(x-2)^2 = 6$ . .....3

$\therefore x-2 = \pm \sqrt{6}$ .

解得： $x_1 = 2 + \sqrt{6}$ ， $x_2 = 2 - \sqrt{6}$ . .....5

19. 解： $x^2 - 1 = x$ .

可化为  $x^2 - x - 1 = 0$ . .....1

由  $a=1$ ， $b=-1$ ， $c=-1$ .

$\therefore \Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5 > 0$ . .....3 分



$$\therefore x = \frac{2a \pm \sqrt{2 \times 1}}{\sqrt{\quad}}$$

$$\therefore x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

20. 画函数图象正确. ....2分

解：设二次函数解析式为  $y = a(x-1)^2 - 4$ , ....4分

把点 (3, 0) 代入到上式,

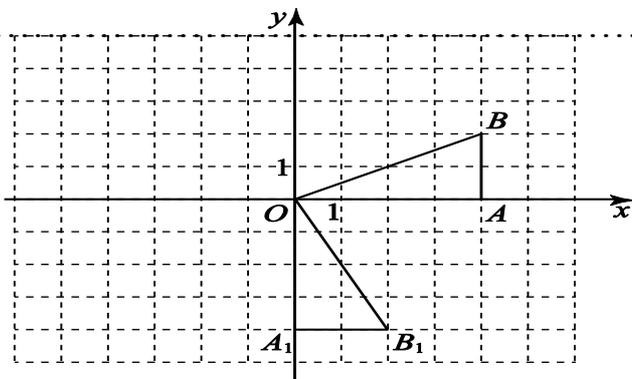
可得,  $4a - 4 = 0$ .

解得,  $a = 1$ . ....5分

所以, 二次函数的解析式为  $y = (x-1)^2 - 4$ . ....6分

21.

(1) 画图正确. ....3分



(2) 答：直线  $x = 1$  .....5分

22. 解：∵将线段  $AB, AC$  绕点  $A$  按逆时针方向旋转  $60^\circ$  得到线段  $AD, AE$ ,

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle CAB, \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\therefore AD = AB, AE = AC,$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ABC. \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$\therefore \angle AED = \angle C = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AEF = 90^\circ.$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AEF \cong \text{Rt}\triangle ACF. \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$\therefore \angle CAF = \frac{1}{2} \angle CAE = 30^\circ. \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$$\therefore m=1. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore A(1, 2) \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

把  $A(1, 2)$  代入  $y=kx+4$  中,

$$\therefore k+4=2,$$

$$\therefore k=-2. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$(2) n \geq 1. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

24.

(1) 解: 设当每件纪念品涨价  $x$  元时, 每日的利润为 280 元,

$$(24-20+x)(40-2x)=280. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(4+x)(20-x)=140.$$

$$x^2-16x+60=0.$$

$$\text{解得: } x_1=6, x_2=10. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

答: 当涨价 6 元或 10 元时, 每日利润为 280 元.

(2) 解: 设当涨价  $a$  元时, 每日利润为  $W$  元,

$$W=(24-20+a)(40-2a)$$

$$W=-2a^2+32a+160. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$W=-2(a-8)^2+288.$$

$\because -2 < 0$ , 抛物线开口向下,

所以, 当  $a=8$  时,  $W_{\text{最大}}=288. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

答: 当涨价 8 元时获得利润最大, 最大利润为 288 元.

25.

$$(1) 2.5. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(2) y = \frac{1}{16}x^2. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$(3) 26. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

超速行驶.  $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$



(2) ∴ 对于任意的  $4 \leq n \leq 6$  都满足

$$y_1 > y_3 > y_2,$$

∴ 点  $A, B, C$  存在如下情况:

情况 1, 如示意图, 当  $-4 < a+1 < n$  时,

$$\text{可知 } \frac{-4+n}{2} < a, \text{ ———}$$

$$\therefore \frac{-4+n}{2} < a < \overline{n-1},$$

解得  $1 < a < 3$ . .....4 分

情况 2, 如示意图, 当  $-4 < n < a+1$  时,

$$\text{可知 } \frac{n+a+1}{2} < a, \text{ ———}$$

$$\therefore \begin{cases} a > n-1 \\ a > n+1 \end{cases},$$

∴  $a > n+1$ , 解得  $a > 7$ .

综上所述,  $1 < a < 3$  或  $a > 7$ . .....  
...6 分

27. 解: (1) 线段  $OA, OB, OC$  之间的数量关系是  $OA^2 + OB^2 = OC^2$ .

.... 1 分 如图 1,

∵  $\triangle ABC$  是等腰三角形,

$$\angle BAC = 60^\circ,$$

∴  $\triangle ABC$  是等边三角形.

$$\therefore \angle ACB = 60^\circ,$$

∴  $\triangle BOC$  绕点  $C$  按顺时针方向旋转  $60^\circ$  得  $\triangle ADC$ ,

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BOC, \angle OCD = 60^\circ.$$

$$\therefore CD = OC, \angle ADC = \angle BOC = 120^\circ, AD = OB.$$

∴  $\triangle OCD$  是等边三角形.

$$\therefore OC = OD = CD, \angle COD = \angle CDO = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle AOC = 90^\circ, \angle BOC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 150^\circ$$

$$\therefore \angle AOD = 30^\circ, \angle ADO = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle DAO = 90^\circ.$$

在  $\text{Rt}\triangle ADO$  中,  $\angle DAO = 90^\circ$ ,

$$\therefore OA^2 + AD^2 = OD^2.$$

$$\therefore OA^2 + OB^2 = OC^2. \text{ ..... 5 分}$$

(2) 120; 120. ....7 分



28. (1) 是 .....

(2) 解: 当点  $D$  落<sup>1分</sup>在线段  $BC$  上时,

$$y = 90 - \frac{3}{2}x (0 < x < 60). \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

当点  $D$  落在  $CB$  的延长线上时,

$$y = \frac{3}{2}x - 90 (60 < x < 90). \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

