

2024-2025 学年第一学期期中联考

初三年级 数学学科试卷

命题人：梁亚楠 彭岩 审核人：梁艳 赵慧慧 2024年10月31日

(考试时间 120 分钟，满分 100 分)

班级_____ 姓名_____ 考号_____

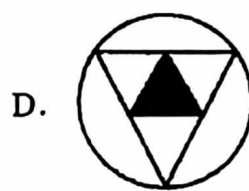
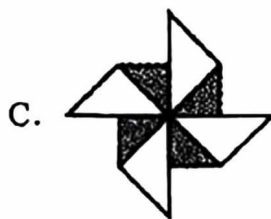
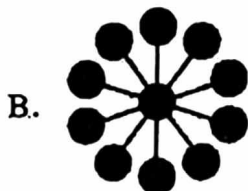
考生须知

1. 本试卷共 8 页，共 27 道题
2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和考号
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效
4. 在答题卡上，用黑色字迹签字笔作答



一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的）

1. 下面的图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



2. 一元二次方程 $x^2 - 16x = 0$ 的根是（ ）

- A. $x=0$ B. $x_1=4, x_2=-4$ C. $x=16$ D. $x_1=0, x_2=16$

3. 将抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 的图象向下平移 2 个单位长度，再向右平移 3 个单位长度后，得到的抛物线的解析式为（ ）

- A. $y = (x-4)^2$ B. $y = (x+2)^2$ C. $y = (x+2)^2 + 4$ D. $y = (x-2)^2 + 4$

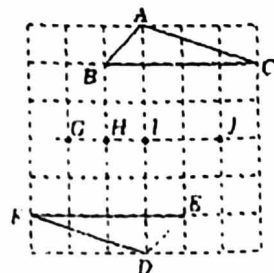
4. 用配方法解方程 $x^2 - 4x + 1 = 0$ ，则方程可变形为（ ）

- A. $(x-2)^2 = 5$ B. $(x-2)^2 = 3$ C. $(x-1)^2 = 3$ D. $(x-4)^2 = 1$

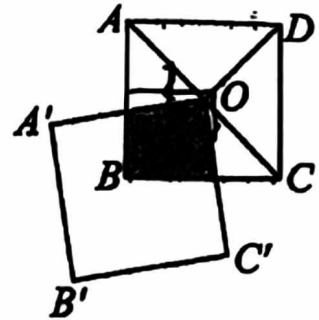
5. 如图，在正方形网格中， $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J$ 是网格线交点，

$\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 关于某点成中心对称，则其对称中心是（ ）

- A. 点 G B. 点 H C. 点 I D. 点 J

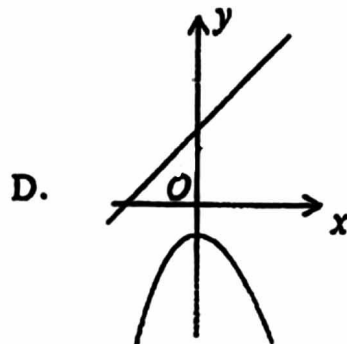
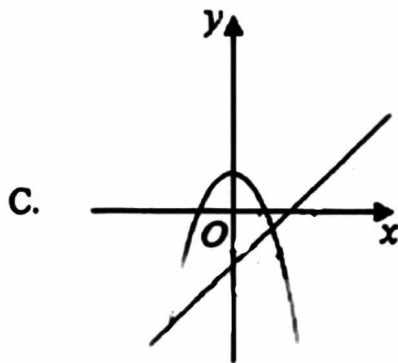
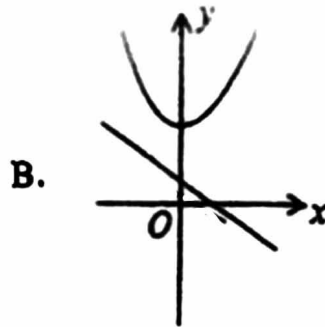
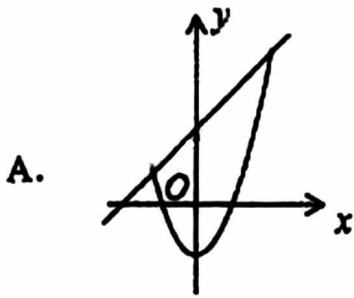


6. 如图, 正方形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O , 正方形 $A'B'C'O$ 与正方形 $ABCD$ 的边长相等, 且正方形 $A'B'C'O$ 绕点 O 旋转, 已知 $AB=2$, 则旋转过程中两个正方形重叠部分的面积为 ()

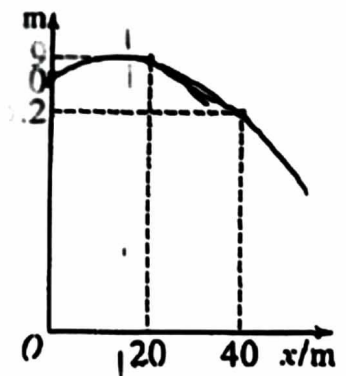


- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $2 - \sqrt{2}$ D. 无法确定

7. 在同一坐标系中, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与一次函数 $y = ax + a$ 的图象可能是 ()



8. 跳台滑雪是冬季奥运会比赛项目之一, 运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分, 运动员起跳后的竖直高度 y (单位:m) 与水平距离 x (单位:m) 近似满足函数关系 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$. 如图记录了某运动员起跳后的 x 与 y 的三组数据, 根据上述函数模型和数据, 可推断出该运动员起跳后飞行到最高点时, 水平距离为 ()



- A. 10m B. 15m C. 20m D. 22.5m

二、填空题（本大题共8小题，每小题2分，共16分）

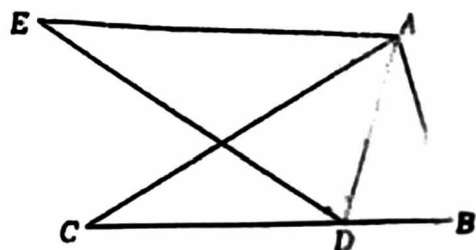
9. 在函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

10. 不等式 $2(x-3) \leq 5x+6$ 的解集为_____.

11. 抛物线 $y = x^2 - 4x - 5$ 与 x 轴的交点坐标为_____.

12. 若 m, n 是一元二次方程 $3x^2 - kx + 2 = 0$ 的两个根，则 $mn =$ _____.

13. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) 得到 $\triangle ADE$ ，点 B 的对应点 D 恰好落在边 BC 上，则 $\angle ADE =$ _____。（用含 α 的式子表示）



第13题图

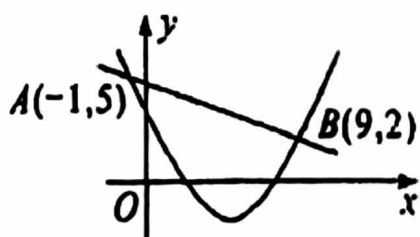


第14题图

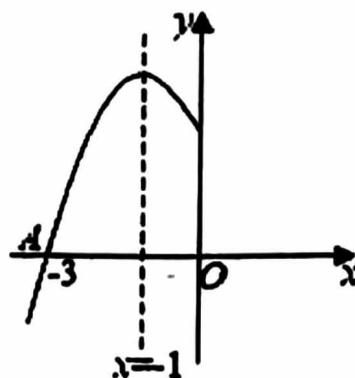
14. 如图三角点阵，从上向下数有无数多行，其中第一行有1个点，第二行有2个点...第 n 行有 n 个点，已知前 k 行共有210个点，则 k 的值为_____.

15. 如图，一次函数 $y_1 = kx + n$ 与二次函数 $y_2 = ax^2 + bx + c$ 的图象相交于 $A(-1, 5)$ ， $B(9, 2)$ 两点，则关于 x 的不等式 $kx + n \geq ax^2 + bx + c$ 的解集为_____.

16. 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的一部分；图象过点 $A(-3, 0)$ ，对称轴为 $x = -1$ ，给出四个结论：① $b^2 > 4ac$ ；② $2a + b = 0$ ；③ $a - b + c =$ _____；其中正确的是_____。（填序号）



第15题图



第16题图



三、解答题（本大题共 11 个小题，共 68 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. 计算： $\sqrt{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \sqrt{12} + (-2024)^0$ 18. 解方程： $x^2 - 4x - 5 = 0$

19. 解方程： $\frac{x}{x-1} + \frac{2}{x} = 1$.

20. 化简： $\left(\frac{a+2}{a-1} - 1\right) \cdot \frac{a^2-1}{3a}$



21. 已知 m 是方程 $x^2 + 3x - 4 = 0$ 的一个根，求代数式 $(m+1)^2 + m(m+4)$ 的值.

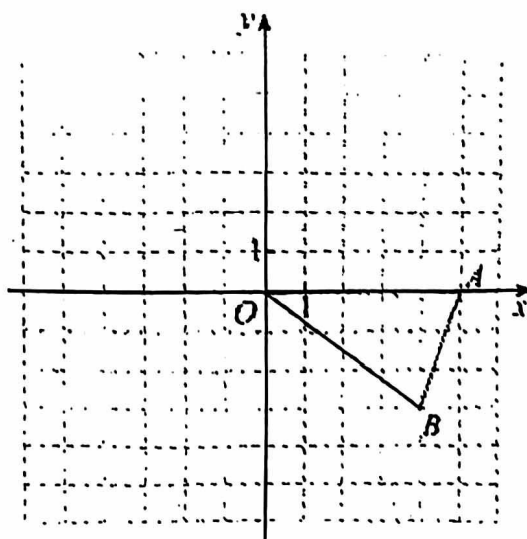
22. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle OAB$ 的顶点坐标分别为 $O(0, 0)$ ， $A(5, 0)$ ， $B(4, -3)$ ，将 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle OA'B'$ ，点 A 旋转后的对应点为 A' 。

(1) 画出旋转后的图形 $\triangle OA'B'$ ；

(2) 点 A' 的坐标是_____；

点 B' 的坐标是_____；

(3) $\triangle BOB'$ 的形状是_____。



23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2-m)x + 1-m = 0$.

(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 若 $m < 0$, 且此方程的两个实数根的差为 3, 求 m 的值.



24. 我们常见的炒菜锅和锅盖都是抛物线面, 经过锅心和盖心的纵断面是两段抛物线组合而成封闭图形, 不妨简称为“锅线”, 锅口直径为 $6dm$, 锅盖高 $1dm$ (锅口直径与锅盖直径视为相同), 建立直角坐标系如图①所示, 如果把锅纵断面的抛物线

记为 $C_1: y_1 = \frac{1}{3}x^2 - 3 (-3 \leq x \leq 3)$, 把锅盖纵断面的抛物线记为

$C_2: y_2 = -\frac{1}{9}x^2 + 1 (-3 \leq x \leq 3)$.

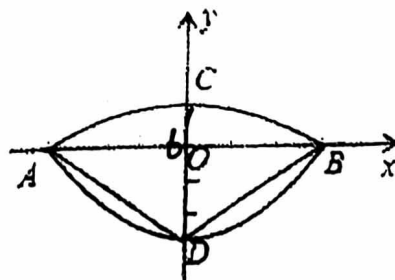
(1) 求锅深 OD 的长;

(2) 如果炒菜时锅的水位高度是 $1dm$, 求此时水面的直径;

(3) 如果将一个底面直径为 $3dm$, 高度为 $3.2dm$ 的圆柱形器皿放入炒菜锅内蒸食物, 锅盖能否正常盖上? 请说明理由.



实物图



图①

25. 在平面直角坐标系 xOy 中, $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$)上任意两点, 设抛物线的对称轴为 $x=t$.

- (1) 若对于 $x_1=1$, $x_2=2$ 有 $y_1=y_2$, 求 t 的值;
 (2) 若对于 $0<x_1<1$, $1<x_2<2$, 都有 $y_1<y_2$, 求 t 的取值范围.



26. 四边形 $ABCD$ 是正方形, 将线段 CD 绕点 C 逆时针旋转 2α ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$), 得到线段 CE , 连接 DE , 过点 B 作 $BF \perp DE$ 交 DE 于 F , 连接 BE .

- (1) 依题意补全图1;
 (2) 求 $\angle FBE$ 的度数;
 (3) 连接 AF , 用等式表示线段 AF 与 DE 的数量关系, 并证明.

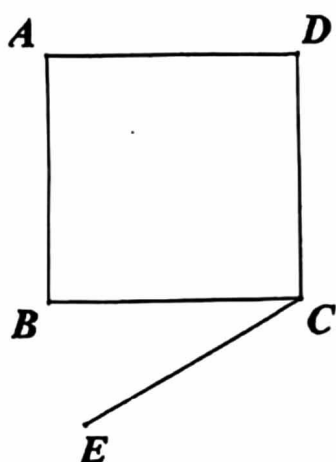
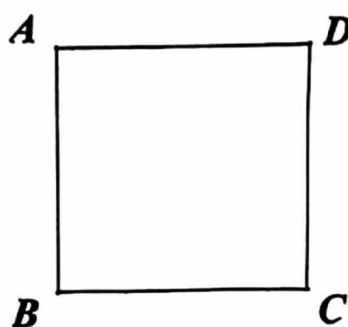


图 1



备用图

27. 为了测量抛物线的开口大小, 某数学兴趣小组将两把含有刻度的直尺垂直放置, 并分别以水平放置的直尺和竖直放置的直尺为 x , y 轴建立如图所示平面直角坐标系, 该数学小组选择不同位置测量数据如下表所示, 设 BD 的读数为 x , CD 读数为 y , 抛物线的顶点为 C .

(1) (I) 列表:

	①	②	③	④	⑤	⑥
x	0	2	3	4	5	6
y	0	1	2.25	4	6.25	9



(II) 描点: 请将表格中的 (x, y) 描在图 2 中;

(III) 连线: 请用平滑的曲线在图 2 将上述点连接, 并求出 y 与 x 的关系式;

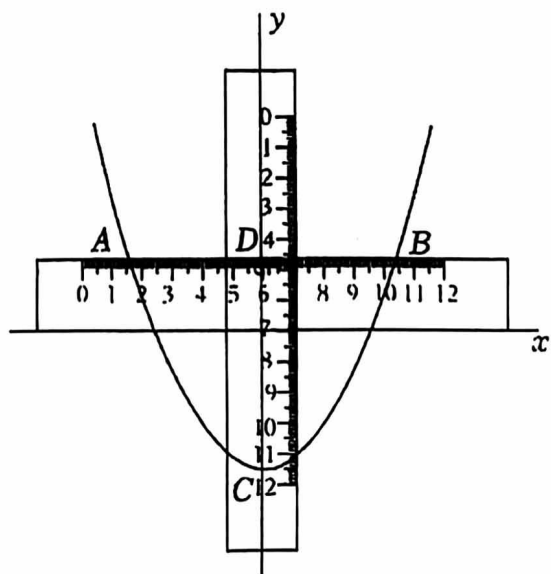


图1

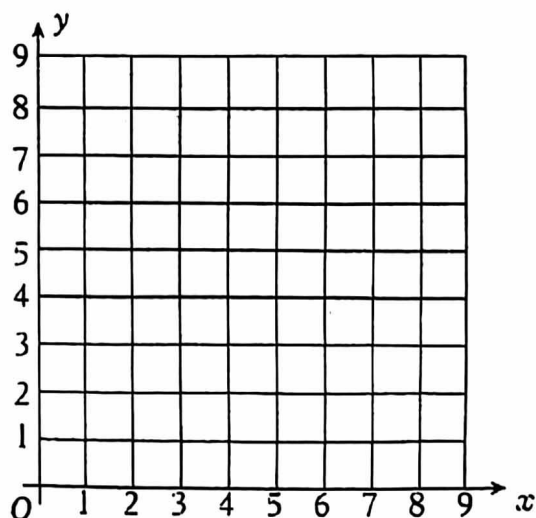


图2

(2) 如图 3 所示, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=a(x-h)^2+k$ 的顶点为 C , 该数学兴趣小组用水平和竖直直尺测量其水平跨度为 AB , 竖直跨度为 CD , 且 $AB=m$, $CD=n$, 为了求出该抛物线的开口大小, 该数学兴趣小组有如下两种方案, 请选择其中一种方案, 并完善过程:

方案一: 将二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 平移, 使得顶点 C 与原点 O 重合, 此时抛物线解析式为 $y=ax^2$.

① 此时点 B 的坐标为_____;

② 将点 B 坐标代入 $y=ax^2$ 中, 解得 $a=_____$; (用含 m, n 的式子表示)

方案二: 设 C 点坐标为 (h, k) .

① 此时点 B 的坐标为_____;

② 将点 B 坐标代入 $y=a(x-h)^2+k$ 中解得 $a=_____$; (用含 m, n 的式子表示)

(3) 【应用】如图 4, 已知平面直角坐标系 xOy 中有 A, B 两点, $AB=4$, 且 $AB \parallel x$ 轴, 二次函数 $C_1: y_1=2(x+h)^2+k$ 和 $C_2: y_2=a(x+h)^2+b$ 都经过 A, B 两点, 且 C_1 和 C_2 的顶点 P, Q 距线段 AB 的距离之和为 10. 若 $AB \parallel x$ 轴且 $AB=4$, 求 a 的值.

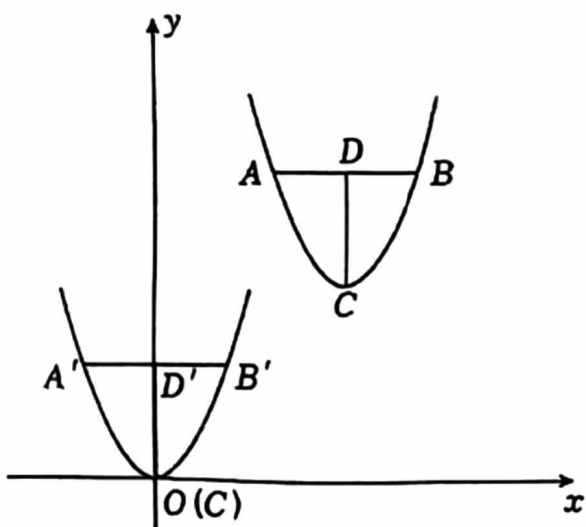


图3

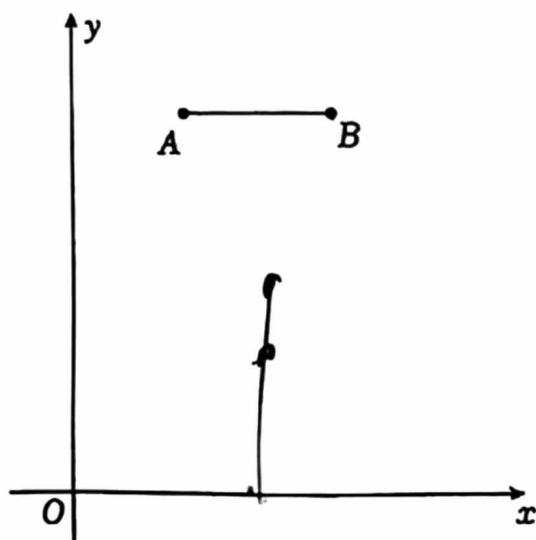


图4

