北京三帆中学2024-2025学年度第一学期期中考试试卷

初三　数学

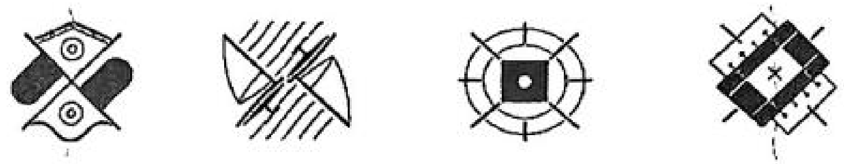
分层班级______　班级__________　姓名__________　学号______　成绩________

注意：（1）时间120分钟，满分100分；（2）请将答案填写在答题纸上。

一、选择题（共16分，每题2分）

第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 2024年巴黎奥运会的体育图标是用对称版式加上几何图形来展示各种运动项目的.
下列各图案中，不是中心对称图形的为



A.　　B.　　C.　　D.

2. 将抛物线$y=(x-3)^2-1$向左平移3个单位，再向上平移1个单位得到的解析式是

A. $y=(x-6)^2$　　B. $y=(x-6)^2-2$　　C. $y=x^2-2$　　D. $y=x^2$

3. 在平面直角坐标系中，如果⊙O的半径为3，那么点A（−2，2）在⊙O

A. 外　　B. 内　　C. 上　　D. 不确定

4. 若方程$(a+1)x^{|a|+1}-x=2$是关于x的一元二次方程，则a的值为

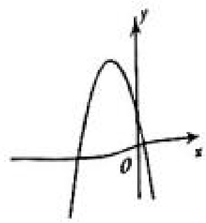
A. 1　　B. -1　　C. ±1　　D. 不存在

5. 下列命题中正确的是

A. 平分弦的直径垂直于这条弦　　B. 正方形的半径等于正方形的边长

C. 直径是圆中最长的弦　　D. 两条弦所对的弧相等

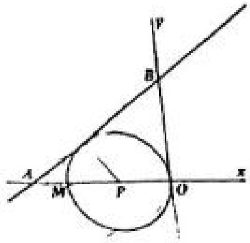
6. 二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的图象如图所示，则下列说法正确的是



A. $ac>0$　　B. $b>0$

C. $b^2<4ac$　　D. 此函数图象与直线$y=c$有两个公共点

7. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=\frac{3}{4}x+6$ 的图象与 x 轴、y 轴分别交于 A、B 两点，点 P 在线段 AO 上，⊙P 与 x 轴交于 M、O 两点，当⊙P 与该一次函数的图象相切时，AM 的长度是



A. 3　　　　B. 4

C. 2　　　　D. 6

8. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 与直线 $y=2x+2$ 的交点横坐标分别是 -1 和 1，抛物线与 x 轴的其中一个交点的横坐标 m 满足 $3<m<4$，那么 a 的取值可能是

A. -3　　　　B. 1　　　　C. 2　　　　D. $-\frac{3}{4}$

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 请写出一个开口向上，且经过点（0，3）的抛物线的解析式__________.

10. 若一个扇形的半径是 9 cm，且它的弧长是 6π cm，则此扇形的圆心角等于________.

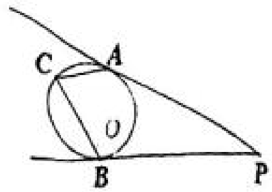
11. 在平面直角坐标系中，已知点 A（2，-5）与点 B 关于原点中心对称,则点 B 的坐标是 ____

12. 已知某个二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 中，其函数 y 与自变量 x 之间的部分对应值如下表所示：

x	…	0	1	2	3	4	…
y	…	4	1	0	1	4	…

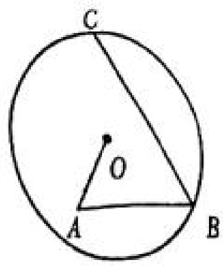
若点 A（-1，y_1），B（3，y_2）在此图象上，则 y_1 与 y_2 的大小关系为 y_1________y_2（填 “>”，“<” 或 “=”）

13. 如图，PA，PB 分别与⊙O 相切于 A，B 两点，C 是优弧 AB 上的一个动点，若∠P=30°，则∠ACB=__________



14. 二次函数 $y=-x^2+4x+m$ 满足以下条件：当 $-3<x<-2$ 时，它的图象位于 x 轴的上方；当 $7<x<8$ 时，它的图象位于 x 轴的下方，那么 $-x^2+4x+m>0$ 的解集是________ .

15. 如图，点 B、C 在⊙O 上，点 A 在⊙O 内，其中 OA=7，AB=11，∠A=∠B=60°，则 BC= ________.



16．如图，$\odot O$的半径为2，四边形$ABCD$内接于$\odot O$，圆心O到AC的距离等于$\sqrt{3}$．

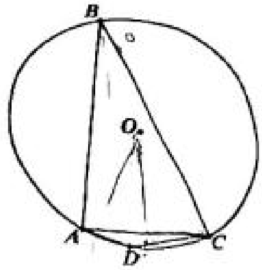
下列说法中：

①AC的长为2；

②$\angle ADC=120^\circ$；

③若劣弧$\overparen{AC}$被点D分为1：2的两部分，则$\angle DBC=20^\circ$；

④若点E是线段AC上一动点，连接OE，过点C作$CF\perp OE$于点F，则AF的最小值是$\sqrt{3}$．



所有正确结论的序号是________．

三、解答题（本题共68分，第17、18、19、21、22、23题每题5分，第20、24、25、26题每题6分，第27、28题每题7分）

17．解方程：$x^2-6x+8=0$．

18．已知关于x的一元二次方程$x^2-(k+4)x+k+3=0$.

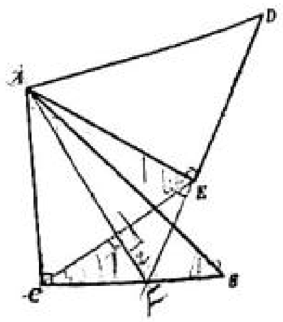
（1）求证：不论k为何值，该方程总有两个实数根；

（2）若该方程有一个根是负数，求k的取值范围.

19．在$\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$AC=BC$．将$\triangle ABC$绕点A逆时针旋转60°得到$\triangle ADE$，直线DE交BC于点F.

（1）依题意补全图形；

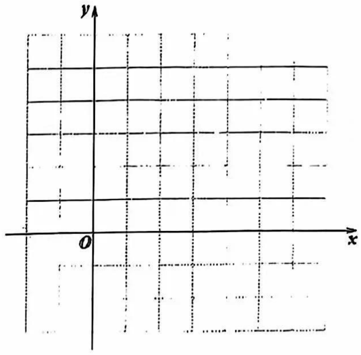
（2）若$CF=1$，求线段AD的长.



20．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象过点 $A(0,3)$，$B(2,3)$，$C(-1,0)$．

（1）求该抛物线的表达式；

（2）补全表格，画出二次函数的图象；



x	…						…
y	…						…

（3）关于该二次函数，下列说法正确的有 ①④ ．

①图象开口朝下，顶点为（1，4）；

②当 $x\leq 1$ 时，y 随 x 增大而减小；

③当 $0<x<3$ 时，y 的取值范围为 $0<y<4$；

④图象与两坐标轴的交点所形成的三角形面积为 6．

21．2024 年 9 月 28 日北师大二附中举行“校友秩年返校活动”，二附中校友发展基金会为校友们准备了印有“三色帆”*logo* 的礼物．已知没有校标的礼物价格是 150 元，印制 *logo* 后每份礼物的价格是 x 元．经核算发现，礼物的份数 y 与 x 之间有如下关系：$y=-10x+2000(150<x<200)$．设在这次活动中印制 *logo* 花费 w 元．

（1）求 w 与 x 之间的函数表达式．$W=(x-150)(-10x+2000)$

（2）请你帮助基金会算一下给礼物印制 *logo* 最多需要花费多少钱？

$$\begin{array}{r} 175 \\ \times 175 \\ \hline 875 \\ 1225 \\ 175 \\ \hline 30625 \end{array}$$

22．等分圆周，是一种分割圆形的方法，包含尺规作图法、单规作图法等．

马斯凯罗尼圆规问题是一个著名的问题，即能否仅用圆规完成欧几里得几何作图．很早人们就注意了这类作图问题．例如，法国军事家拿破仑就曾向法国数学家们提出了这样一个问题：只用圆规将一个圆周 4 等分．

智慧的小亦同学就解决了此问题，小亦的做法如下：

第一步：首先利用圆规如图所示，把⊙O 六等分；

第二步：分别以 A、D 为圆心，AC 为半径画弧，两弧交于点 G；

第三步：以 A 为圆心，OG 为半径画弧，交⊙O 于 M、N．

则 A、M、D、N 是⊙O 的四等分点．

（1）请你按照小亦的做法补全图 1；

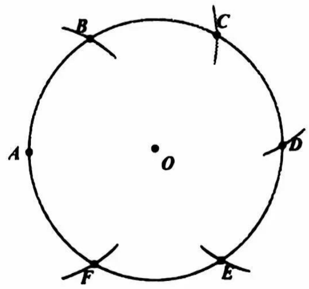


图 1

（2）根据图 2 完成以下证明过程：

已知：$AB=BC=CD=DE=EF=AF=r$，$AG=DG=AC$，

$AM=AN=OG$．

求证：$\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{DM}=\overset{\frown}{DN}=$

证明：∵$AB=BC=CD=D$

∴$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EF}=\overset{\frown}{FA}$．（　　推理依据①　　）

∴$\angle DAC=$_______°，$\angle CDA=60°$，$\angle ACD=90°$．

∴AD 是⊙O 的直径．（　　推理依据③　　）

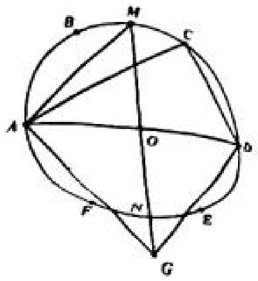


图 2

在 Rt△ACD 中，

∵$AD=2r$，$CD=r$，

∴$AC=\sqrt{3}r$．

∵$AG=DG=AC$，$AO=DO$，

∴$GO\perp AD$．

在 Rt△AOG 中，$AG=\sqrt{3}r$，$AO=r$，

∴$OG=$___④___．

∵$AM=AN=OG$，$AO=OM=r$，

∴$AM^2=AO^2+OM^2$．

∴$\angle AOM=90°$．

同理可证$\angle AON=90°=\angle MOD=\angle DON$．

∴$\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{DM}=\overset{\frown}{DN}=\overset{\frown}{AN}$．

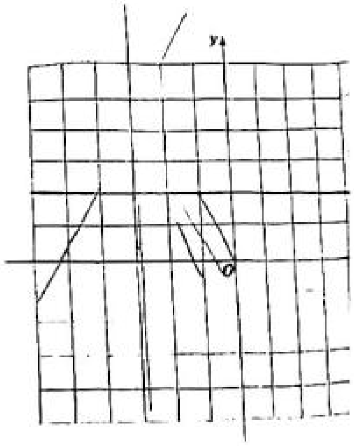
23. 已知直线 $y=-2x+b$ 过点 $(-3,4)$．

（1）求 b 的值；

（2）过第二象限的点 $P(n,-2n)$ 作平行于 x 轴的直线，交直线 $y=-2x+b$ 于点 B，交直线 $x=-3$ 于点 C．

①当 $n=-1$ 时，用等式表示线段 PC 与 PB 的数量关系，并说明理由；

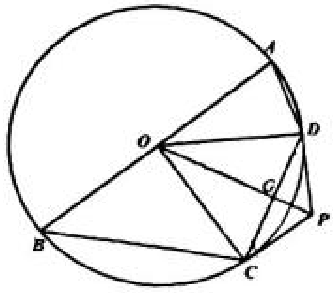
②当 $-1<n<0$ 时，结合函数图象，则 PC ___ $2PB$（填“>”，“<”或“=”）．



24. 已知，如图，AB 是⊙O 的直径，CD 是⊙O 的弦，过 O 作 $OG\perp CD$ 于点 G，过点 C 作⊙O 的切线 CP 交 OG 的延长线于点 P，连接 PD.

（1）求证：PD 是⊙O 的切线；

（2）连接 AD、BC，若 $\angle DAB=74°$，$\angle CBA=46°$，$OB=\dfrac{3}{2}$，求 OP 的长.



25. 如图，小林和小伟在玩沙包游戏．沙包（看成点）抛出后，在空中的运动轨迹可看作抛物线的一部分，小林和小伟分别站在点 O 和点 A 处，测得 OA 距离为 8 m．若以点 O 为原点，OA 所在直线为 x 轴，建立如图所示的平面直角坐标系，小伟在距离地面 1 m 的 B 处将沙包抛出，小林在点 C 处接住，运动轨迹如图中 C_1；然后小林跳起将沙包回传，运动轨迹如图中 C_2.

（1）轨迹 C_1 中，测得沙包的水平距离 x(单位：m)与竖直高度 y(单位：m)的几组数据如下：

水平距离 x / m	0	2	4	6	8
竖直高度 y / m	1.0	2.5	3.0	2.5	1.0

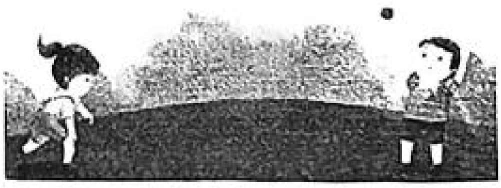
请根据以上数据，解决问题：

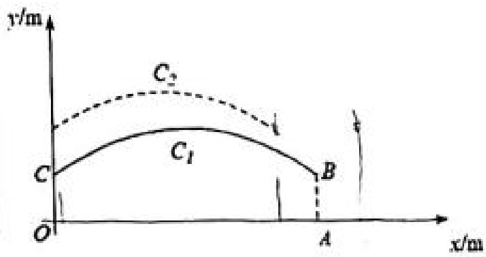
①抛物线 C_1 中，沙包运行的最高点距离地面的高度是________m；

②求 y 与 x 满足的函数解析式（不要求写出自变量的取值范围）；

（2）已知小林跳起将沙包回传的运动轨迹 C_2 近似满足函数关系式：$y=-\dfrac{1}{7}x^2+bx+2$.

小伟在 x 轴上方 1 m 的高度上，且到点 A 水平距离不超过 1 m 的范围内接到了沙包，则 b 的取值范围是________________.





26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(-2,m),(3,n)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 上，设抛物线的对称轴为直线 $x=t$

（1）当 $t=1$ 时，

①直接写出 b 与 a 满足的数量关系；

② m 与 n 的大小关系是：m____n.（填“>”，“<”或“=”）

（2）已知点 (x_0,p) 在抛物线上，若对于 $3<x_0<4$，都有 $m>p>n$，求 t 的取值范围.

27. 已知：线段 AB. 将线段 AB 绕点 A 逆时针旋转 α，得到线段 AC. 再将线段 AC 绕点 C 逆时针旋转 β，得到线段 CD. 连接 AD、BC. 分别取线段 AD，BC 的中点 E，F，直线 EF 分别交 AB，CD 于点 G、H.

（1）如图1所示，$\alpha=80°$，$\beta=34°$ 时，$\angle BGF=57°$. 求证：$BG=CH$.

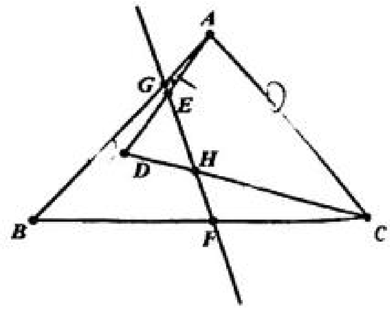
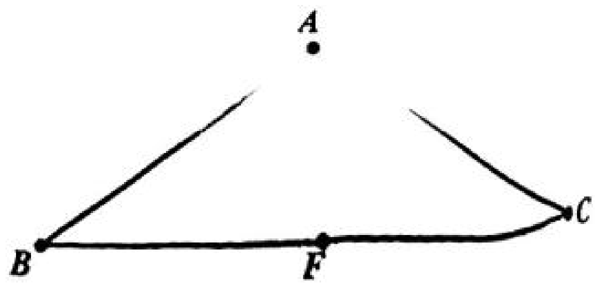


图1

（2）当 $\beta<\dfrac{180°-\alpha}{2}$ 时，（1）中结论是否仍然成立，若成立补全图2，并证明你的结论；若不成立说明理由.



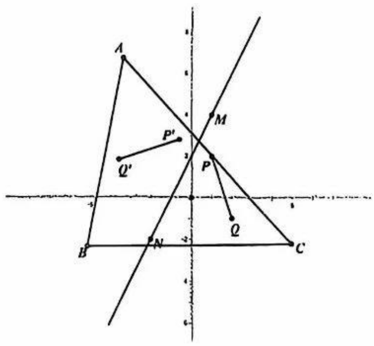
28. 已知：平面直角坐标系 xOy 中，存在点 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，且满足 $ax_1+by_1=c$，$ax_2+by_2=c$（其中 a、b 不能同时为 0）.

对于点 P、Q，直线 MN 和图形 W 给出如下定义：点 P、Q 关于直线 MN 的对称点为 P'，Q'．若线段 PQ 和线段 $P'Q'$ 都在图形 W 内部（含边界），则称图形 W 为点 P、Q 关于【a，b，c】的反射图形.

例如：点 M（1，4），$N(-2,-2)$ 满足 $2\times1+(-1)\times4=-2$，$2\times(-2)+(-1)\times(-2)=-2$．如图所示，

$a=2$ $b=-1$

点 P、Q 关于直线 MN 的对称点为 P'，Q'，所以△ABC 为点 P、Q 关于【2，−1，−2】的反射图形.



（1）若矩形 $ABCD$ 为点 P（2，0），Q（2，2）关于【1，−1，−2】的反射图形，矩形 $ABCD$ 的边 $AB\perp x$ 轴，边 $BC\perp y$ 轴，则符合要求的矩形 $ABCD$ 的面积的最小值为__________；

（2）若 $OP=1$，⊙H 是点 O，P 关于【1，−1，−2】的反射图形，求⊙H 的半径的最小值；

（3）若点 $P(x_P,y_P)$，点 $Q(x_Q,y_Q)$ 满足 $(x_P-x_Q)^2+(y_P-y_Q)^2=8$，其中 $x_P\le0$、$y_P\le0$、$x_Q\le0$、$y_Q\le0$，且半径为 R 的⊙O 为点 P、Q 关于【1，1，4】的反射图形，请直接写出 R 的取值范围.