

# 陈经纶中学 2024-2025 第一学期 初三数学 期中检测

时间： 90 分钟

满分： 100 分

班级： \_\_\_\_\_

姓名： \_\_\_\_\_

学号： \_\_\_\_\_

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的。

1. 抛物线  $y = (x-1)^2 + 2$  的顶点坐标是

- A. (-1, 2)      B. (1, -2)      C. (1, 2)      D. (-1, -2)

2. 用配方法解方程  $x^2 + 4x = 2$ ，变形后结果正确的是

- A.  $(x-2)^2 = 3$       B.  $(x+2)^2 = 3$       C.  $(x-2)^2 = 6$       D.  $(x+2)^2 = 6$

3. 图中的五角星图案，绕着它的中心  $O$  旋转  $n^\circ$  后，能与自身重合，则  $n$  的值至少是



- A.  $144^\circ$       B.  $72^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $50^\circ$

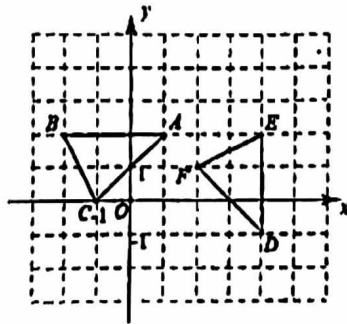
4. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x + m = 0$  有两个相等的实数根，则实数  $m$  的值为

- A. 4      B. -4      C.  $\pm 4$       D. 2

5. 将抛物线  $y = 3x^2 + 1$  的图象向左平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位，得到的抛物线是

- A.  $y = 3(x+2)^2 - 3$       B.  $y = 3(x+2)^2 - 2$   
C.  $y = 3(x-2)^2 - 3$       D.  $y = 3(x-2)^2 - 2$

6. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$  顶点的横、纵坐标都是整数。若将  $\triangle ABC$  以某点为旋转中心，顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle DEF$ ，其中  $A, B, C$  分别和  $D, E, F$  对应，则旋转中心的坐标



- A. (0, 0)      B. (1, 0)      C. (1, -1)      D. (0.5, 0.5)

7.  $A(-\frac{1}{2}, y_1)$ ,  $B(1, y_2)$ ,  $C(4, y_3)$  三点都在二次函数  $y = -(x-2)^2 + k$  的图象上，则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系为

- A.  $y_1 < y_2 < y_3$       B.  $y_1 < y_3 < y_2$       C.  $y_3 < y_1 < y_2$       D.  $y_3 < y_2 < y_1$



8. 四位同学在研究二次函数  $y = ax^2 + bx - 6 (a \neq 0)$  时, 甲同学发现函数图象的对称轴是直线  $x = 1$ ; 乙同学发现当  $x = 3$  时,  $y = -6$ ; 丙同学发现函数的最小值为  $-8$ ; 丁同学发现  $x = 3$  是一元二次方程  $ax^2 + bx - 6 = 0 (a \neq 0)$  的一个根, 已知这四位同学中只有一位同学发现的结论是错误的, 则该同学是

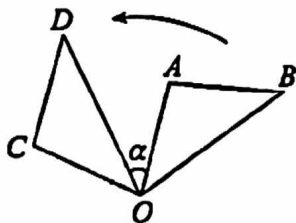
- A. 甲                  B. 乙                  C. 丙                  D. 丁

二、填空题: 本大题共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分.

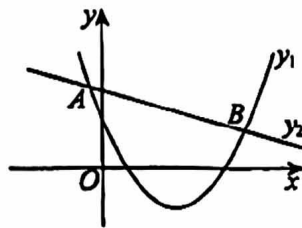
9. 方程  $x^2 - 6x = 0$  的根是\_\_\_\_\_.

10. 请写出一个开口向上, 并且与  $y$  轴交于点  $(0, -1)$  的抛物线的表达式\_\_\_\_\_.

11. 如图, 将等腰  $\triangle OAB$  绕点  $O$  逆时针旋转  $80^\circ$ , 得到  $\triangle OCD$ , 若  $\angle A = 100^\circ$ , 则  $\angle \alpha$  的度数是\_\_\_\_\_.



第 11 题图



第 12 题图



12. 如图, 二次函数  $y_1 = ax^2 + bx + c (a > 0)$  与一次函数  $y_2 = kx + m (k \neq 0)$  的图象相交于点  $A(-2, 4)$ ,  $B(8, 2)$ , 则方程  $ax^2 + bx + c = kx + m$  的解为\_\_\_\_\_.

13. 杭州亚运会的吉祥物“琮琤”“宸宸”“莲莲”组合名为“江南忆”, 出自唐朝诗人白居易的名句“江南忆, 最忆是杭州”, 它融合了杭州的历史人文、自然生态和创新基因. 吉祥物一开售, 就深受大家的喜爱. 经统计, 某商店吉祥物“江南忆”6月份的销售量为 1200 件, 8月份的销售量为 1452 件, 设吉祥物“江南忆”6月份到8月份销售量的月平均增长率为  $x$ , 则可列方程为\_\_\_\_\_.

14. 若一元二次方程  $(k - 1)x^2 + 3x + k^2 - 1 = 0$  有一个解为  $x = 0$ , 则  $k =$ \_\_\_\_\_.

15. 汽车刹车后行驶的距离  $s$  (单位:  $m$ ) 关于行驶的时间  $t$  (单位:  $s$ ) 的函数解析式是  $s = 15t - 6t^2$ , 汽车刹车后到停下来前进了\_\_\_\_\_米.

16. 车间里有五台车床同时出现故障. 已知第一台至第五台修复的时间如表:

车床代号	A	B	C	D	E
修复时间(分钟)	15	8	29	7	10

若每台车床停产一分钟造成经济损失 10 元, 修复后即可投入生产.

(1) 若只有一名修理工, 且每次只能修理一台车床, 则下列三个修复车床的顺序:

①  $D \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow C$ ; ②  $D \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B$ ; ③  $C \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow D$  中, 经济损失最少的是\_\_\_\_\_ (填序号);

(2) 若由两名修理工同时修理车床, 且每台车床只由一名修理工修理, 则最少经济损失为\_\_\_\_\_元.

三. 解答题：共 52 分，第 17-24 题，每题 5 分，第 25-26 题，每题 6 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

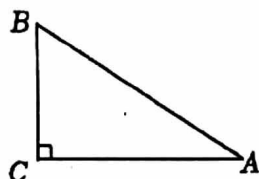
17. 解方程： $2x^2 - 7x + 3 = 0$ ；

18. 若  $a$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 3x + 9 = 0$  的根，求代数式  $(a+4)(a-4) - 3(a-1)$  的值。

19. 如图， $\triangle ABC$  是直角三角形， $\angle C = 90^\circ$ ，将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$ 。

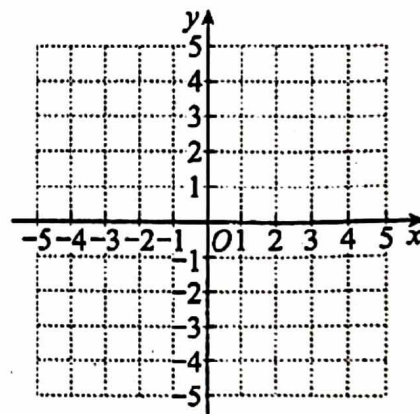
(1) 试作出旋转后的  $\triangle DCE$ ，其中  $B$  与  $D$  是对应点；

(2) 在作出的图形中，已知  $AB = 5$ ， $BC = 3$ ，求  $BE$  的长。



20. 已知二次函数图象上部分点的横坐标  $x$  与纵坐标  $y$  的对应值如下表：

$x$	...	-2	-1	0	1	2	3	...
$y$	...	5	0	-3	-4	-3	0	...



(1) 画出图象；

(2) 求此抛物线的解析式；

(3) 结合图象，直接写出当  $0 < x < 3$  时  $y$  的取值范围\_\_\_\_\_。

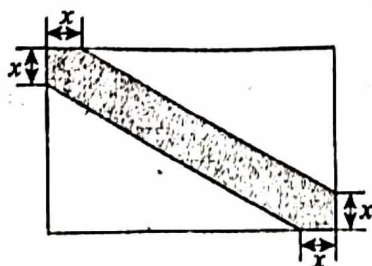
21. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0$ 。

(1) 求证：无论  $m$  取何值，方程总有两个实数根；

(2) 若方程的一个实数根是另一个实数根的两倍，求  $m$  的值。

22. 景区内有一块  $8 \times 5$  米的矩形郁金香园地（如图所示，单位：米），现在其中修建一条花道

（阴影所示），供游人赏花。若改造后观花道的面积为 12 平方米，求  $x$  的值。





23. 数学活动课上, 老师提出一个探究问题: 制作一个体积为 $10dm^3$ , 底面为正方形的长方体包装盒(如图1), 当底面边长为多少时, 需要的材料最省(底面边长不超过 $3dm$ , 且不考虑接缝). 某小组经讨论得出: 材料最省, 就是尽可能使得长方体的表面积最小. 下面是他们的探究过程, 请补充完整:

(1) 设长方体包装盒的底面边长为 $x dm$ , 表面积为 $y dm^2$ . 可以用含 $x$ 的代数式表示长方体的高为 $\frac{10}{x^2} dm$ , 根据长方体的表面积公式: 长方体表面积 $=2 \times$ 底面积 $+ 侧面积$ . 得到 $y$ 与 $x$ 的关系式: \_\_\_\_\_ ( $0 < x \leq 3$ );

(2) 列出 $y$ 与 $x$ 的几组对应值:(说明: 表格中相关数值精确到十分位)

$x / dm$	...	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$y / dm^2$	...	80.5	42.0	31.2	$a$	28.5	31.3

则 $a =$  \_\_\_\_\_;

(3) 在图2的平面直角坐标系 $xOy$ 中, 描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点, 画出该函数的图象;

(4) 结合画出的函数图象, 解决问题: 长方体包装盒的底面边长约为 \_\_\_\_\_ (精确到十分位)  $dm$ 时, 需要的材料最省.

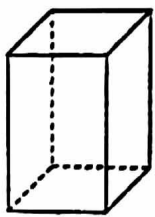


图1

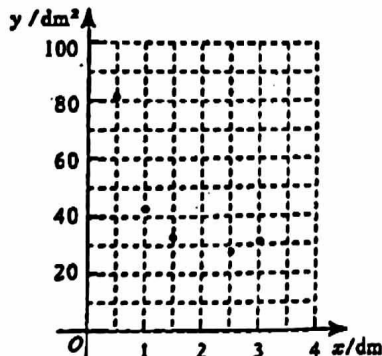


图2



24. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ) 的对称轴为 $x = t$  ( $t > 0$ ), 点 $A(-t, m)$ ,  $B(2t, n)$ ,  $C(x_0, y_0)$ 在抛物线上.

(1) 当 $t = 2$ 时, 直接写出 $m$ 与 $n$ 的大小关系;

(2) 若对于 $5 < x_0 < 6$  都有 $m > y_0 > n$  求 $t$ 的取值范围.

25. 已知在 $\triangle ABC$ 中,  $AB=AC$ ,  $0^\circ < \angle BAC < 90^\circ$ , 将线段  $AC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $\alpha$  得到线段  $AD$ , 连接  $BD$ ,  $CD$ .

(1) 如图 1, 当  $\angle BAC = \alpha$  时,  $\angle ABD =$  \_\_\_\_\_ (用含有  $\alpha$  的式子表示);

(2) 如图 2, 当  $\alpha = 90^\circ$  时, 连接  $BD$ , 作  $\angle BAD$  的角平分线交  $BC$  的延长线于点  $F$ , 交  $BD$  于点  $E$ , 连接  $DF$ .

① 依题意在图 2 中补全图形, 直接写出  $\angle DBC$  的度数;

② 用等式表示线段  $AF$ ,  $CF$ ,  $DF$  之间的数量关系, 并证明.

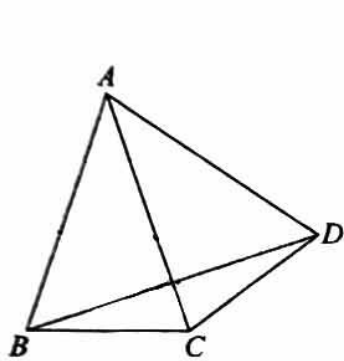


图 1

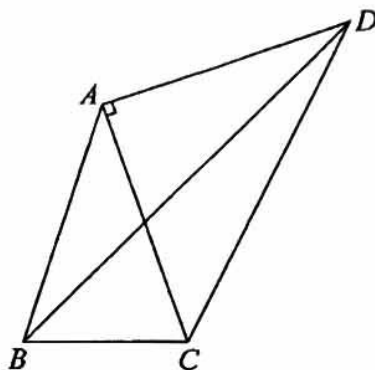


图 2

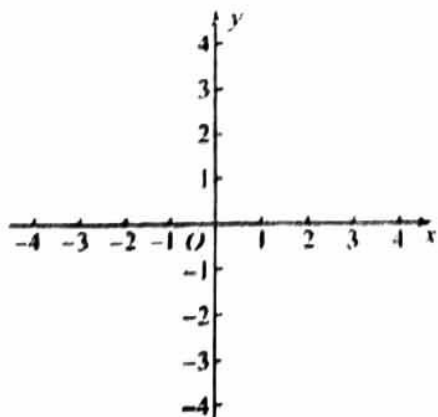


26. 对于平面直角坐标系  $xOy$  内的点  $P$  和图形  $M$ , 给出如下定义: 如果点  $P$  绕原点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到点  $P'$ , 点  $P'$  落在图形  $M$  上或图形  $M$  围成的区域内, 那么称点  $P$  是图形  $M$  关于原点  $O$  的“伴随点”. 已知点  $A(1,1)$ ,  $B(3,1)$ ,  $C(3,2)$ .

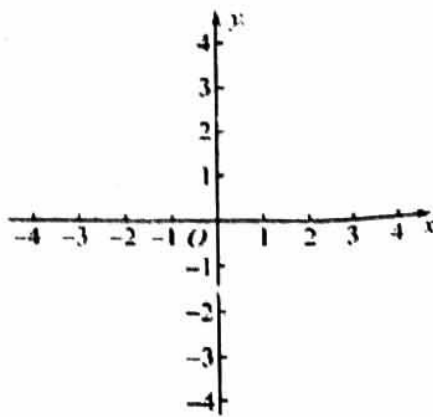
(1) 在点  $P_1(-2,0)$ ,  $P_2(-1,1)$ ,  $P_3(-1,2)$  中, 点 \_\_\_\_\_ 是线段  $AB$  关于原点  $O$  的“伴随点”;

(2) 如果点  $D(m,2)$  是  $\triangle ABC$  关于原点  $O$  的“伴随点”, 直接写出  $m$  的取值范围;

(3) 已知抛物线  $y = -(x-1)^2 + n$  上存在  $\triangle ABC$  关于原点  $O$  的“伴随点”, 求  $n$  的最大值和最小值.



备用图



备用图