

数学期中调研试卷

班级_____ 姓名_____ 学号_____

一、选择题 (本题共 16 分, 每题 2 分)

第 1~8 题均有 4 个选项, 符合题意的选项只有一个

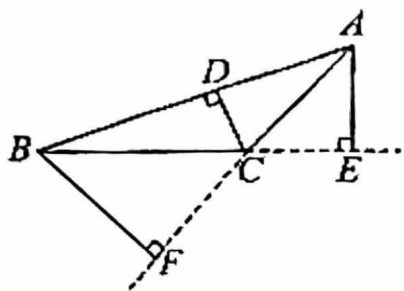


1. 下列运动图标中, 属于轴对称图形的是 ()

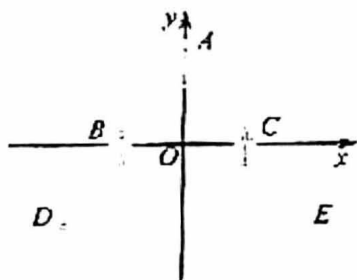


2. 如图, 线段 AE , BF , CD 是 $\triangle ABC$ 的三条高, 则 AC 边上的高是线段 ()

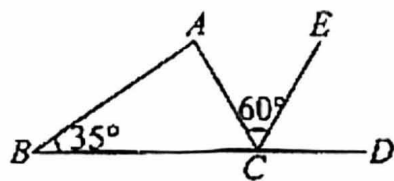
- A. AE B. CD C. BE D. BF



第 2 题图



第 3 题图



第 5 题图

3. 如图是战机在空中展示的轴对称队形. 以飞机 B , C 所在直线为 x 轴、队形的对称轴为 y 轴, 建立平面直角坐标系. 若飞机 E 的坐标为 (a, b) , 则飞机 D 的坐标为 ()

- A. $(a, -b)$ B. $(-a, b)$ C. $(-b, -a)$ D. $(-a, -b)$

4. 根据下列已知条件, 能画出唯一的 $\triangle ABC$ 的是 ()

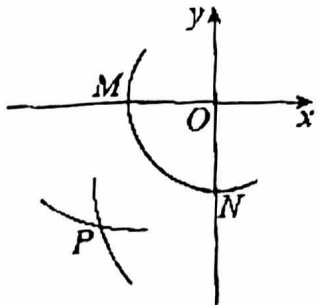
- A. $AB=6, \angle C=90^\circ$ B. $AB=4, BC=3, \angle A=30^\circ$
 C. $AB=3, BC=4, CA=8$ D. $\angle A=60^\circ, \angle B=45^\circ, AB=4$

5. 如图, CE 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线, 若 $\angle B=35^\circ, \angle ACE=60^\circ$, 则 $\angle A=()$

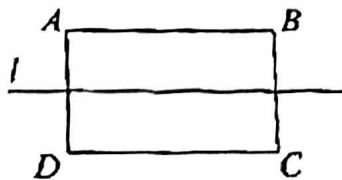
- A. 60° B. 70° C. 85° D. 95°

6. 如图，在平面直角坐标系中，以 O 为圆心，适当长为半径画弧，交 x 轴负半轴于点 M ，交 y 轴负半轴于点 N ，再分别以点 M, N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧，两弧在第三象限交于点 P 。若点 P 的坐标为 (a, b) ，则 a 与 b 的数量关系为 ()

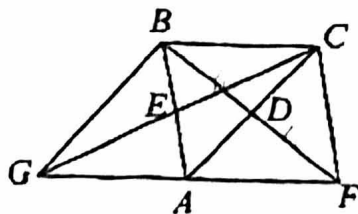
- A. $a-b=0$ B. $a+b=0$ C. $a+b>0$ D. $a-b>0$



第 6 题图



第 7 题图



第 8 题图

7. 如图，在长方形 $ABCD$ 的对称轴 l 上找点 P ，使得 $\triangle PAB$ 、 $\triangle PBC$ 、 $\triangle PDC$ 、 $\triangle PAD$ 均为等腰三角形，则满足条件的点 P 有 ()

- A. 1 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，分别延长 AC, AB 边上的中线 BD, CE 到 F, G ，使 $DF=BD, EG=CE$ ，则下列说法：① $GA=AF$ ；② $GA \parallel BC$ ；③ $GB=BF$ ；④ 四边形 $GBCF$ 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的 3 倍。其中正确的有 ()

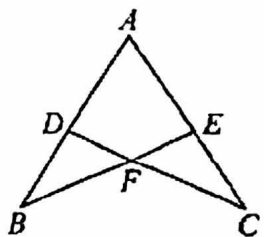
- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ②③④

二、填空题 (本题共 16 分，每题 2 分)

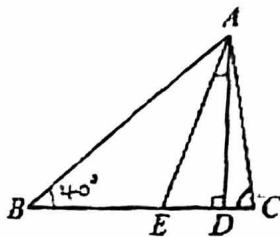
9. 一个正多边形的内角和为 540° ，则它的一个外角等于 _____。

10. 如图， $AB=AC$ ，点 D, E 分别在 AB 与 AC 上， CD 与 BE 相交于点 F 。只填一个条件使得 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，添加的条件是：_____。

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=40^\circ$ ， $\angle ACB=80^\circ$ ， AE 平分 $\angle BAC$ ， AD 是 BC 边上的高。则 $\angle DAE$ 的度数是_____。



第 10 题图



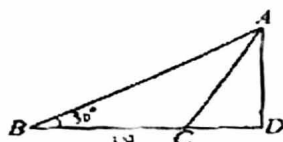
第 11 题图



12. 如图(1)是某项工程现场图, 据此构造出了如图(2)所示的数学模型, 已知 B, C, D 三点在同一直线上, $AD \perp CD$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle ACD = 60^\circ$, $BC = 30$ 米, 则点 C 到 AB 的距离为 _____ 米.

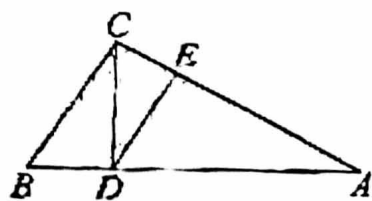


图(1)

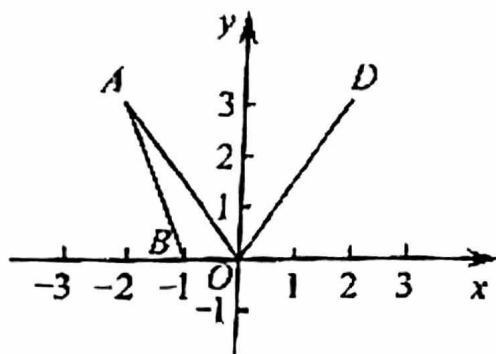


图(2)

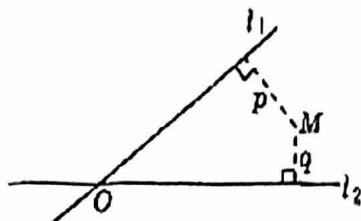
13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D , $DE \parallel BC$ 交 AC 于点 E , 如果 $BC = 4$, 则 DE 的长为 _____.



第 13 题图



第 14 题图



第 16 题图

14. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(-2, 3)$, 点 $B(-1, 0)$, 点 $D(2, 3)$, 点 C 在 x 轴上. 若 $CD = AB$, 则点 C 的坐标为 _____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是中线, 已知 $AB = 8$, $AC = 6$, 则中线 AD 的取值范围是 _____.

16. 如图, 平面中两条直线 l_1 和 l_2 相交于点 O , 对于平面上任意一点 M , 若点 M 到直线 l_1 、 l_2 的距离分别是 p cm, q cm, 则称有序实数对 (p, q) 是点 M 的“距离坐标”. 特别地, 当点在直线上时, 定义点到直线的距离为 0. 下列说法:

- ① “距离坐标”是 $(0, 0)$ 的点只有点 O ;
- ② “距离坐标”是 $(0, 1)$ 的点只有 1 个;
- ③ “距离坐标”是 $(2, 2)$ 的点共有 4 个;

正确的有 _____ (填序号).



三、解答题（共 68 分，第 17~18 题每题 4 分，第 19~20 题每题 5 分，21~26 题每题 6 分，第 27~28 题每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 已知：

$$\frac{5}{5-4} + \frac{8-5}{4-5} = 2, \quad \frac{6}{6-4} + \frac{8-6}{4-6} = 2, \quad \dots, \quad \frac{9}{9-4} + \frac{8-9}{4-9} = 2, \quad \dots, \quad \frac{11}{11-4} + \frac{8-11}{4-11} = 2 \dots$$

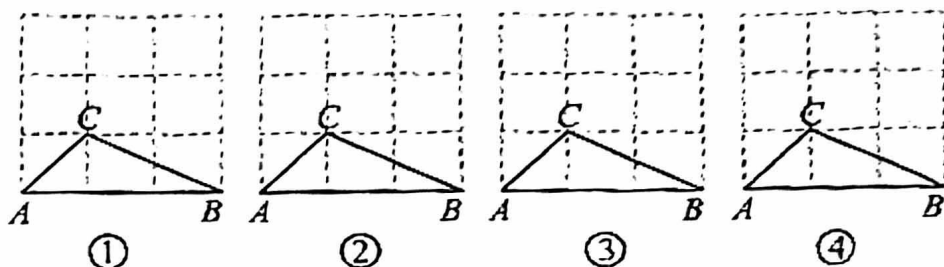
(1) 观察上面式子的规律，把这个规律用含字母 a 的式子表示是_____；

(2) 若 (1) 中的 a 是 $\triangle ABC$ 的一边长，且 4, 8 是 $\triangle ABC$ 的另两边长。

① a 的取值范围是_____；

② 当 $\triangle ABC$ 是等腰三角形时，按上述规律对应的等式是_____。

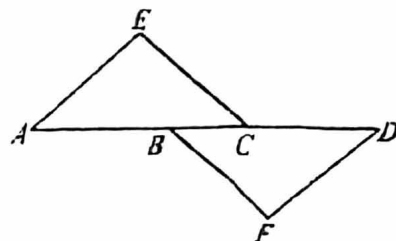
18. 在 3×3 的正方形格点图中，有格点 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ ，且 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 关于某直线成轴对称，请在如图给出的图中画出 4 个这样的 $\triangle DEF$ 。（每个 3×3 正方形格点图中限画一种，若两个图形中的对称轴是重合的，则视为一种）



19. 如图，点 A, B, C, D 在一条直线上， $AE \parallel DF$ ， $CE \parallel BF$ ， $AB = CD$ 。

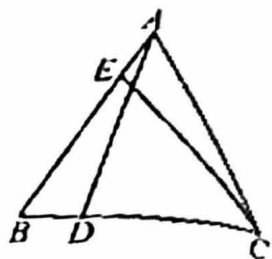
(1) 求证： $\triangle AEC \cong \triangle DFB$ 。

(2) 若 $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle ECD = 145^\circ$ ，求 $\angle F$ 的度数。

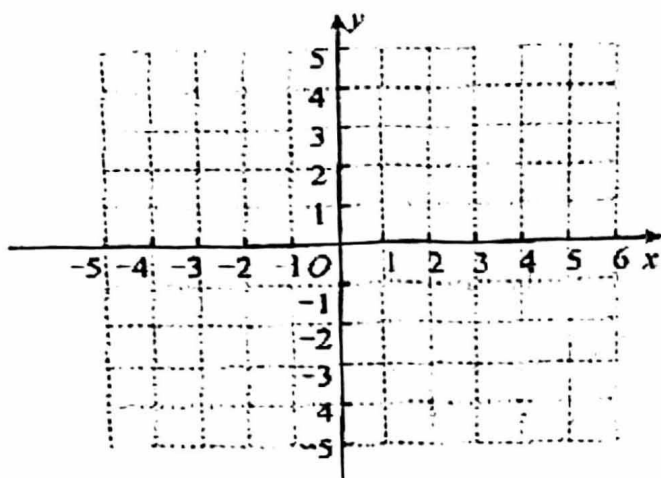


20. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 BC 、 AB 上，且 $BD=AE$ 。

求证： $AD=CE$ 。



21. 如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(0, 1)$ ， $B(2, 0)$ ， $C(4, 3)$ 。



(1) 在平面直角坐标系中画出 $\triangle ABC$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是_____；

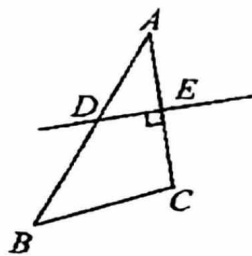
(2) 若点 D 与点 C 关于 y 轴对称，则点 D 的坐标为_____；在平面直角坐标系中，作出与 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle DEF$ （ E 和 B 对应， F 和 A 对应）；

(3) 已知 P 为 x 轴上一点，若 $\triangle ABP$ 的面积为1，求点 P 的坐标。

22. 如图，已知 $\triangle ABC$ ，边 AC 的垂直平分线与 AB 相交于点 D ，与 AC 相交于点 E ，且 $BD=BC$ 。

(1) 若 $\angle A=35^\circ$ ，直接写出 $\angle ACB$ 的度数为_____；

(2) 写出 $\angle ACB$ 与 $\angle A$ 的数量关系，并证明。



23. 《几何原本》在其第一卷中记载了这样一个命题：“在任意三角形中，大边对大角。”

(1) 请补全上述命题的证明。

已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC > AB$ 。

求证： $\angle A > \angle C$ 。

证明：如图，过点 B 作 AC 边的垂线，垂足为 D ，以 D 为圆心， AD 长为半径在线段 DC 边上截取 $DE = AD$ ，连接 BE 。（用无刻度的直尺和圆规补全图形，保留作图痕迹）

$\because BD \perp AE, DE = AD,$

$\therefore BD$ 垂直平分 $AE,$

$\therefore AB = BE.$ (____) (填推理的依据)

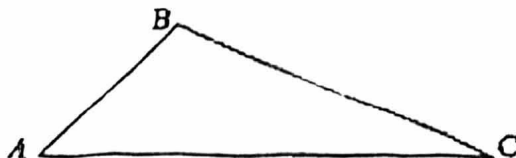
$\therefore \angle A = \angle AEB.$

$\because \angle AEB$ 是 $\triangle BEC$ 的外角，

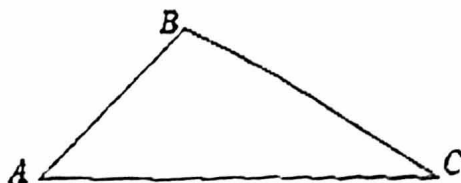
$\therefore \angle AEB = \angle C + \angle \underline{\hspace{1cm}}.$ (____) (填推理的依据)

$\therefore \angle AEB > \angle C.$

$\therefore \angle A > \angle C.$



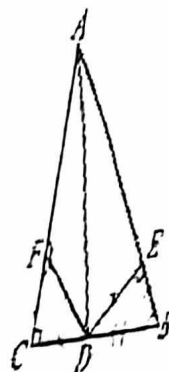
(2) 请再设计一种证明的方法，画出图形（不要求尺规作图），并简要说明理由。



24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $DE \perp AB$ 于点 E ， $\angle B + \angle AFD = 180^\circ$ ，点 F 在 AC 上， $BD = DF$ 。

(1) 求证： AD 平分 $\angle BAC$ 。

(2) 求证： $AB = AF + 2BE$ 。

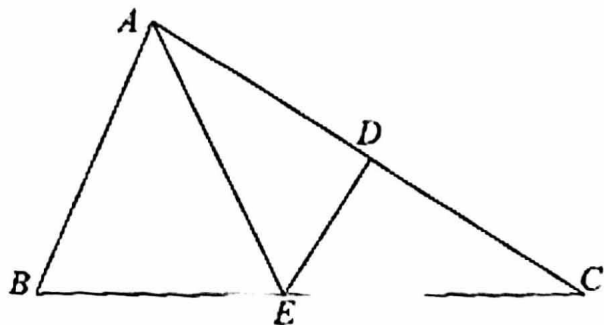


证明：如果一个三角形一边上的中线和这条边所对角的角平分线重合，那么这个三角形是等腰三角形。

26. 如果一个三角形能被一条线段分割成两个等腰三角形，那么称这条线段为这个三角形的特异线，称这个三角形为特异三角形。

(1). 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=2\angle C$ ，线段 AC 的垂直平分线交 AC 于点 D ，交 BC 于点 E ，连接 AE 。求证： AE 是 $\triangle ABC$ 的一条特异线；

(2) 若 $\triangle ABC$ 是特异三角形， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle B$ 为钝角，求出所有可能的 $\angle B$ 的度数。



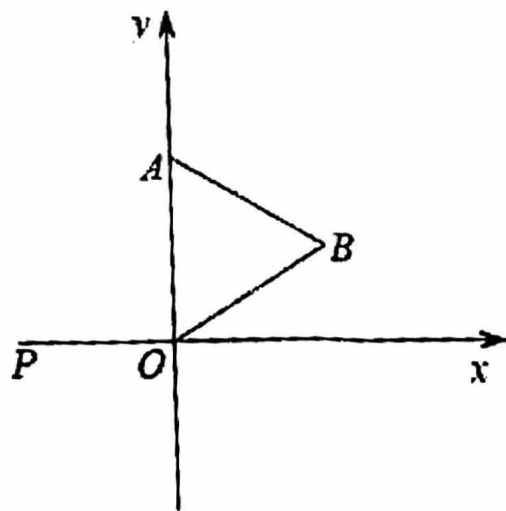
27. 在平面直角坐标系中，点 A 在 y 轴的正半轴上，点 B 在第一象限， $OB=AB$ ， $\angle BOP=150^\circ$ 。

(1) 求证： $\triangle OAB$ 是等边三角形；

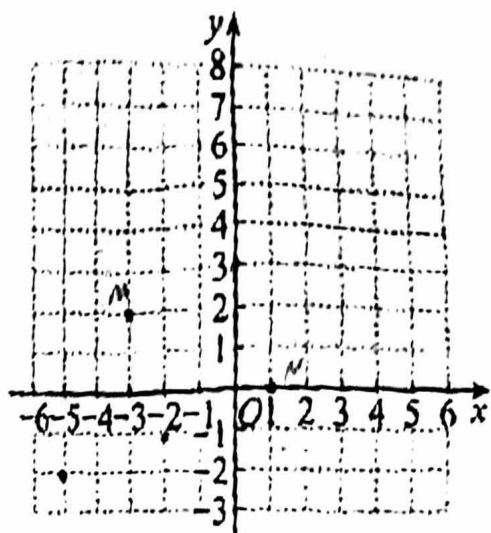
(2) 过点 B 作射线 $BQ \perp BO$ ， A, Q 在直线 OB 两侧，在 BQ 上截取 $BC=BO$ ，连接 OC ，取 OC 中点 D ，连接 AC, DB 交于点 E 。

①依题意补全图形；

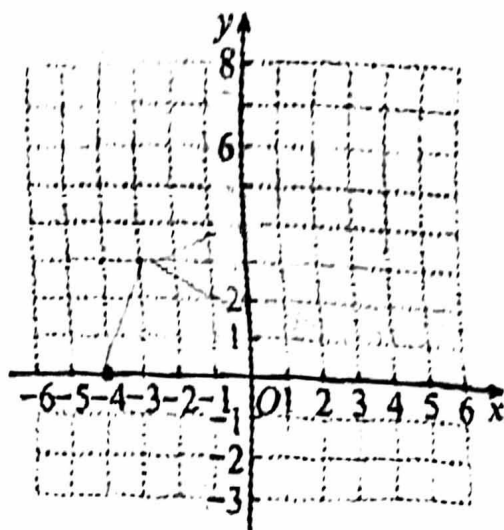
②判断线段 AE, BE 与 CE 的数量关系，并证明你的结论。



23. 在平面中, 对于点 M, N, P , 若 $\angle MPN=90^\circ$, 且 $PM=PN$, 则称点 P 是点 M 和点 N 的“垂等点”.



备用图1



备用图2

在平面直角坐标系 xOy 中,

(1) 已知点 $M(-3, 2)$, 点 $N(1, 0)$, 则点 $P_1(0, 3)$, $P_2(-2, -1)$, $P_3(-5, -2)$ 中是点 M 和点 N 的“垂等点”的是_____;

(2) 已知点 $A(-4, 0)$, $B(0, b)$ ($b > 0$).

①若在第二象限内存在点 C , 使得点 B 是点 A 和点 C 的“垂等点”, 写出点 C 的坐标 (用含 b 的式子表示), 并说明理由;

②当 $b=4$ 时, 点 D , 点 E 是线段 AO, BO 上的动点 (点 D , 点 E 不与点 A, B, O 重合). 若点 F 是点 D 和点 E 的“垂等点”, 直接写出点 F 的纵坐标 t 的取值范围.

