

延庆区 2024-2025 学年第一学期期中试卷

八年级数学 2024.10

考 生 须 知	1. 本试卷共 6 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上正确填写学校名称、姓名和考号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色签字笔作答。
----------------------------	--

一、选择题：（共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。



1. 如果分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义，那么 x 的取值范围是

- (A) $x > 2$ (B) $x \neq 2$ (C) $x = 2$ (D) $x < 2$

2. 下列二次根式中，是最简二次根式的是

- (A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{\frac{1}{3}}$ (C) $\sqrt{27}$ (D) $\sqrt{0.3}$

3. 下列实数中，是无理数的是

- (A) 3.14159 (B) $\frac{22}{7}$ (C) $\sqrt{9}$ (D) $\sqrt{10}$

4. 下列各式中，化简正确的是

- (A) $(\sqrt{2})^2 = 2$ (B) $(-\sqrt{3})^2 = -3$ (C) $\sqrt{4} = \pm 2$ (D) $\sqrt{(-5)^2} = -5$

5. 不改变分式的值，下列各式中变形正确的是

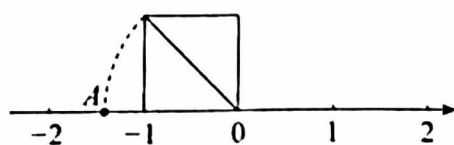
- (A) $\frac{n}{m} = \frac{n+1}{m+1}$ (B) $\frac{n}{m} = \frac{n^2}{m^2}$ (C) $\frac{a^2-b^2}{a-b} = a-b$ (D) $\frac{-a-b}{a+b} = -1$

6. 下列各式中，计算正确的是

- (A) $\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{8}$ (B) $\sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{2}$ (C) $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ (D) $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = 4$

7. 如图，以单位长度为边长画一个正方形，再以原点为圆心，正方形的对角线长为半径作弧，与数轴交于点 A ，则点 A 表示的数是

- (A) π (B) $\sqrt{2}$
 (C) $-\sqrt{2}$ (D) -1.5



8. 在学校组织的登山活动中, 某班甲、乙两个小组同时开始攀登一座 450 m 高的山, 乙组的攀登速度是甲组的 1.2 倍, 乙组到达顶峰所用时间比甲组少 15 min, 设甲组的攀登速度为 x m/min, 下面所列方程中正确的是

- (A) $\frac{450}{x} = \frac{450}{x+15} + 1.2$ (B) $\frac{450}{1.2x} = \frac{450}{x} - 15$
 (C) $\frac{450}{x} = 1.2 \times \frac{450}{x+15}$ (D) $\frac{450}{1.2x} = \frac{450}{x} + 15$



二、填空题 (共 16 分, 每小题 2 分)

9. 36 的算术平方根是_____.
10. 若二次根式 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.
11. 当分式 $\frac{x+1}{2x-3}$ 的值为 0 时, x 的值为_____.
12. 比较大小: $2\sqrt{2}$ _____ 3 (填 “>”, “=” 或 “<”).
13. 请你写出一个 $\sqrt{5}$ 的同类二次根式: _____.
14. 如果 $\sqrt{m-2} + (n+3)^2 = 0$, 那么 $m-n$ 的值为_____.
15. 已知 $a < \sqrt{7} < a+1$, 且 a 为整数, 则 a 的值为_____.
16. 某学校计划租客车接送 305 名学生和 6 名教师去参加社会大课堂活动, 每辆车

至少有 1 名教师. 现有 A, B, C 三种型号的客车, 载客量和租金如下表所示:

	A 型客车	B 型客车	C 型客车
载客量 (单位: 人/辆)	43	49	55
租金 (单位: 元/辆)	1350	1500	1600

请你写出一个满足乘坐需求的租车方案 _____; 租车总费用最少需要_____元.

三、解答题 (共 68 分, 17-18 题, 每小题 8 分; 19-24 题, 每小题 5 分; 25 题 6 分; 26-27 题, 每小题 5 分; 28 题 6 分)

17. 计算: (1) $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10}$; (2) $(\sqrt{12} + \sqrt{20}) + (\sqrt{3} - \sqrt{5})$.

18. 计算: (1) $\sqrt{9} + |-\sqrt{3}| - \sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{8}$; (2) $\sqrt{8} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2} - 1)^2$

19. 计算: $\frac{a^2+1}{a+1} - \frac{2}{a+1}$.

20. 计算: $\left(\frac{a^2+b^2}{a} - 2b\right) \cdot \frac{a+b}{a^2-b^2}$.



21. 老师所留的作业中有这样一个分式的计算题: $\frac{2}{x+1} + \frac{x+5}{x^2-1}$, 甲、乙两位同学完成的过程分别如下:

甲同学:

$$\frac{2}{x+1} + \frac{x+5}{x^2-1}$$

$$= \frac{2}{(x+1)(x-1)} + \frac{x+5}{(x+1)(x-1)} \quad \text{第一步}$$

$$= \frac{2+x+5}{(x+1)(x-1)} \quad \text{第二步}$$

$$= \frac{x+7}{(x+1)(x-1)} \quad \text{第三步}$$

乙同学:

$$\frac{2}{x+1} + \frac{x+5}{x^2-1}$$

$$= \frac{2(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{x+5}{(x+1)(x-1)} \quad \text{第一步}$$

$$= 2x-2+x+5 \quad \text{第二步}$$

$$= 3x+3 \quad \text{第三步}$$

老师发现这两位同学的解答都有错误.

请你从甲、乙两位同学中, 选择一位同学的解答过程, 帮助他分析错因, 并加以改正.

(1) 我选择_____同学的解答过程进行分析(填“甲”或“乙”);

该同学的解答从第_____步开始出现错误, 错误的原因是_____

_____;

(2) 请你写出此题的正确解答过程.

22. 解分式方程: $\frac{x-1}{x} + \frac{3}{x+2} = 1$.

23. 解分式方程: $\frac{5}{x+3} + \frac{2}{x^2-9} = \frac{1}{x-3}$.

24. 先化简, 再求值: $(a-2 + \frac{2a-a^2}{a+2}) \div \frac{a-2}{a^2+4a+4}$, 其中 $a = \sqrt{5} - 2$.

25. 为了提高生产效率，宏达公司对生产线进行了技术更新。更新技术后平均每天比更新技术前多生产 30 万件产品，更新技术后生产 500 万件产品所需时间与更新技术前生产 400 万件产品所需时间相同。求更新技术后每天生产多少万件产品？

26. 阅读材料：

小明在学习了二次根式后，发现一些含有根号的式子可以写成另一个式子的平方。

如 $3+2\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})^2$ ，这样就可以将 $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ 进行化简，

即： $\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{(1+\sqrt{2})^2}=1+\sqrt{2}$ 。

善于思考的小明进行了以下探索：

对于 $a+2\sqrt{b}$ ，若能找到两个数 m 和 n ，使 $m^2+n^2=a$ 且 $mn=\sqrt{b}$ ，则 $a+2\sqrt{b}$

可变形为 m^2+n^2+2mn ，即 $(m+n)^2$ ，从而使得 $\sqrt{a+2\sqrt{b}}=\sqrt{(m+n)^2}=m+n$ 。

(其中 a, b, m, n 均为正数)

例如： $\because 4+2\sqrt{3}=1+3+2\sqrt{3}=(\sqrt{1})^2+(\sqrt{3})^2+2\sqrt{3}=(1+\sqrt{3})^2$ ，

$\therefore \sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{(1+\sqrt{3})^2}=1+\sqrt{3}$ 。



请你参考小明的方法探索并解决下列问题：

(1) 化简： $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ ；

(2) 化简： $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ ；

(3) 若 $\sqrt{a^2+4\sqrt{5}}=b+\sqrt{5}$ ，其中 a, b 都是整数，直接写出 a 的值。

27. 对于形如 $\frac{x^2+ax+b}{x+c}$ 的分式，我们可以通过观察分母的特征，采取“凑分母”的方法将分式变形，最终表示成整式与分式和（差）的形式或者整式的形式. 例如：

$$\frac{x^2+x+1}{x} = \frac{x^2+x}{x} + \frac{1}{x} = x+1 + \frac{1}{x},$$

$$\frac{x^2+x+1}{x-1} = \frac{x(x-1)}{x-1} + \frac{2x+1}{x-1} = x + \frac{2(x-1)+3}{x-1} = x+2 + \frac{3}{x-1}.$$

解决问题：

(1) 分式 $\frac{x^2-2x+3}{x}$ 可以表示成 $P + \frac{3}{x}$ 的形式，且 P 为整式，用含 x 的式子表示 P .

(2) 已知 m 为整数.

①若 $\frac{x^2-3x+m}{x-1}$ 可以表示成一个整式，求 m 的值.

②若 $m=5$ ， x 为整数，且 $\frac{x^2-3x+m}{x-1}$ 的结果也为整数，直接写出 x 的值.



28. 对于实数 a, b, c , 给出如下定义:

若 $c = \frac{a}{b} - a + b$, 则把实数 c 叫作实数 a, b 的“友好数”.

(1) 已知 $a=6, b=2$, 求 a, b 的“友好数” c ;

(2) 已知 $a=m^2+2m+1, b=m^2+m$, c 是 a, b 的“友好数”

①用含 m 的式子表示 c ;

②若 c 是整数, 直接写出整数 m 的值.

