



北京市十一学校 2024-2025 学年第 5 学段常规初二年级

数学学科初中数学II课程教与学诊断 (2024.10)

满分: 100 分

时间: 90 分钟

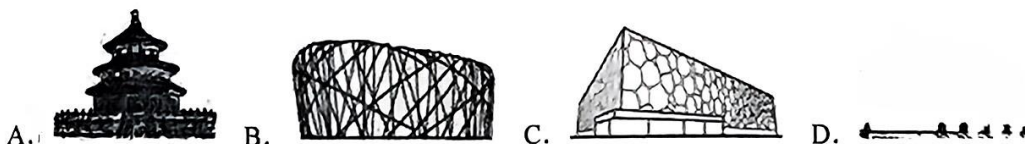
命题人: 王佳颖 鲁思坤

注意事项:

1. 本试卷共 4 页, 共三道大题, 26 道小题.
2. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效.

一、选择题 (共 16 分, 每小题 2 分)

1. 2024 年 7 月 27 日, 北京中轴线申遗成功. 北京中轴线北起钟鼓楼, 南至永定门, 贯穿老城南北, 直线距离长约 7.8 公里, 是我国现存最完整、最古老的中轴线. 这条中轴线一路向北延伸, 鸟巢、冰立方为这条古老的中轴线注入了新的生命力, 它正向世界述说着这座千年古都的时代新貌, 下列关于中轴线建筑的简笔画中, 是轴对称图形的是



2. 下列运算正确的是

A. $m^2 + m^3 = 2m^5$

B. $m^2 \cdot m^3 = m^6$

C. $(-m^3)^2 = m^6$

D. $m(-m+2) = m^2 + 2m$

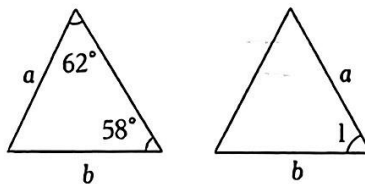
3. 如图的两个三角形全等, 则 $\angle 1$ 的度数为

A. 62°

B. 60°

C. 58°

D. 50°



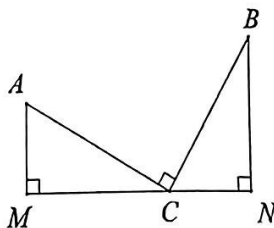
4. 如图, $\angle ACB=90^\circ$, $CA=CB$, 分别过点 A, B 作过点 C 的直线的垂线 AM, BN . 若 $AM=3\text{ cm}$, $CM=5\text{ cm}$, 则 MN 的长为

A. 7 cm

B. 8 cm

C. 9 cm

D. 10 cm



5. 已知 $x-y=5$, 则 x^2-y^2-10y 的值是

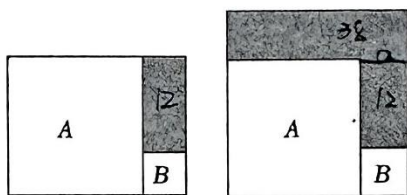
- A. 10 B. 15 C. 20 D. 25

6. 在平面直角坐标系中, 线段 AB 两端点的坐标分别为 $A(-1, 2)$ 、 $B(2, -3)$. 作 AB 关于某直线的对称图形 $A'B'$. 若 B' 的坐标为 $(-2, -3)$, 则 A' 的坐标为

- A. $(1, 2)$ B. $(2, 1)$ C. $(1, -2)$ D. $(-1, -2)$

7. 有两个正方形 A 、 B , 将 A 、 B 并列放置后构造新的图形, 分别得到长方形图甲与正方形图乙. 若图甲、图乙中阴影的面积分别为 12 与 38, 则正方形 B 的面积为

- A. 6
B. 7
C. 8
D. 9

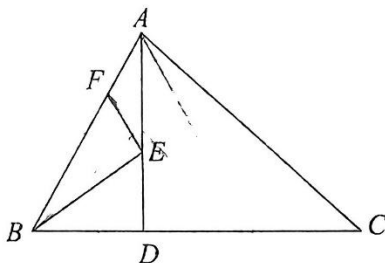


图甲 图乙



8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=60^\circ$, $AD \perp BC$ 于 D 点, $AB=12$, $AD=6\sqrt{3}$. 若点 E 、 F 分别是线段 AD 、线段 AB 上的动点, 则 $BE+EF$ 的最小值是

- A. 6 B. 12
C. $6\sqrt{3}$ D. $12\sqrt{3}$

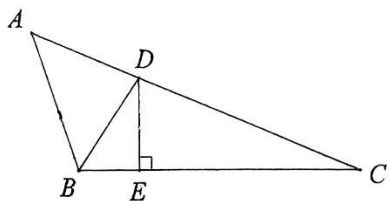


二、填空题 (共 16 分, 每小题 2 分)

9. 若 $(x-4)^0=1$, 则 x 的取值范围是_____.

10. 若 $x^2+mxy+4y^2$ 是一个完全平方式, 则 $m=$ _____.

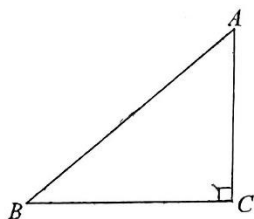
11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 平分 $\angle ABC$, $DE \perp BC$. 若 $AB=3$, $DE=2$, 则 $S_{\triangle ABD} =$ _____.



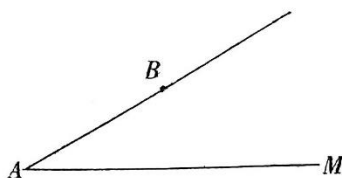
12. 若 $x+m$ 与 $-x+2$ 的乘积中不含 x 的一次项, 则实数 m 的值为_____.

13. 已知 $x+y=5$, $x^2+y^2=13$, 则 $(x-y)^2 =$ _____.

14. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle B=40^\circ$. 若 AB 边上有一点 D , 使 $\triangle BCD$ 是等腰三角形, 则 $\angle ADC$ 的度数为 _____.



15. (1) 如图, $\angle MAB=30^\circ$, $AB=2.2\text{ cm}$. 点 C 在射线 AM 上, 若想通过画图说明命题“有两边和其中一边的对角分别相等的两个三角形全等”是假命题. 画图时选取的 BC 的长可以为 _____ cm (精确到 0.1cm).



- (2) 若 $\angle MAB$ 为锐角, $AB=a$, 点 C 在射线 AM 上, 点 B 到射线 AM 的距离为 d , $BC=x$, 若 $\triangle ABC$ 的形状、大小是唯一确定的, 则 x 的取值范围是 _____

16. 在等边 $\triangle ABC$ 中, M 、 N 、 P 分别是边 AB 、 BC 、 CA 上的点 (不与端点重合), 对于任意等边 $\triangle ABC$, 下面四个结论中所有正确结论的序号是 _____
- ① 存在无数个 $\triangle MNP$ 是等腰三角形;
 - ② 只存在一个 $\triangle MNP$ 是等边三角形;
 - ③ 存在无数个 $\triangle MNP$ 是等腰直角三角形;
 - ④ 存在一个 $\triangle MNP$ 在所有 $\triangle MNP$ 中面积最小.

三、解答题 (共 68 分, 17 题 12 分, 18 题 9 分, 19 题 5 分, 20 题 5 分, 21 题 6 分, 22 题 5 分, 23 题 5 分, 24 题 7 分, 25 题 7 分, 26 题 7 分)

17. 计算:

(1) $x^3y \cdot (-2xy^2)^3$

(2) $(6x^3 - x^2 + 3x) \div (-3x)$

(3) $(5x+3)(x-2)$



18. 分解因式:

(1) $4m^2 - 9n^2$

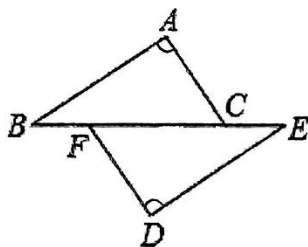
(2) $3ax^2 + 6axy + 3ay^2$

(3) $x^2 - 5x - 6$

19. 如图, 点 B, F, C, E 在一条直线上, $BF = CE, AC = DF$

(1) 在下列条件 ① $AB \parallel DE$; ② $\angle ACB = \angle DFE$; ③ $AB = DE$ 中, 只添加一个条件就可以证得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 则所有可以添加的条件的序号是_____

(2) 根据已知及 (1) 中添加的一个条件, 证明 $\angle A = \angle D$.



20. 已知 $x^2 - 4x - 2 = 0$, 求代数式 $(x+y)(x-y) - (2x-3)^2 + y^2$ 的值.

21. 小明发现, 任意一个直角三角形都可以分割成两个等腰三角形.

已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$.

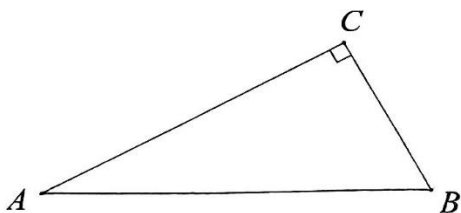
求作: 线段 CD , 使得线段 CD 将 $\triangle ABC$ 分割成两个等腰三角形.

下面是小明设计的尺规作图的作法:

①作直角边 AC 的垂直平分线 MN , 与斜边 AB 相交于点 D ; ②连接 CD .

则线段 CD 为所求.

(1) 请你按照小明设计的作法, 使用无刻度的直尺和圆规, 补全图形 (保留作图痕迹);



(2) 完成下面的证明.

证明: ∵ 直线 MN 是线段 AC 的垂直平分线, 点 D 在直线 MN 上,

∴ $DC=DA$. (_____) (填推理的依据)

∴ $\angle A = \angle$ _____.

∵ $\angle ACB=90^\circ$,

∴ $\angle BCD=90^\circ - \angle ACD$.

$\angle B=90^\circ - \angle$ _____.

∴ $\angle BCD = \angle B$.

∴ $DC=DB$. (_____) (填推理的依据)

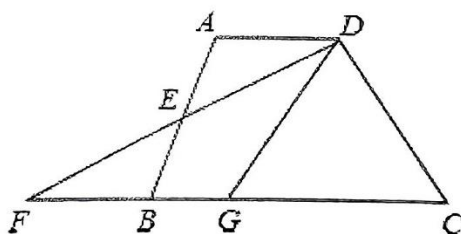
∴ $\triangle DCB$ 和 $\triangle DCA$ 都是等腰三角形.



22. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 是 AB 的中点, 连接 DE 并延长交 CB 的延长线于点 F , 点 G 在边 BC 上, 且 $\angle GDF = \angle ADF$.

(1) 求证: $\triangle DGF$ 是等腰三角形;

(2) 连接 EG , 若 $EG=2$, $\angle DGC=60^\circ$, 求 DG 的长.



23. 长方形窗户 $ABCD$ (如图 1), 是由上下两个长方形 (长方形 $AEFD$ 和长方形 $EBCF$) 的小窗户组成, 在这两个小窗户上各安装了一个可以朝水平方向拉伸的遮阳帘, 这两个遮阳帘的高度分别是 a 和 $2b$ (即 $DF = a$, $BE = 2b$), 其中 $a > b > 0$. 当遮阳帘没有拉伸时 (如图 1), 若窗框的面积不计, 则窗户的透光面积就是整个长方形窗户 (即长方形 $ABCD$) 的面积.

如图 2, 上面窗户的遮阳帘水平向右拉伸 $2a$ 至 GH . 当下面窗户的遮阳帘水平向左拉伸 $2b$ 时, 恰好与 GH 在同一直线上 (即点 G 、 H 、 P 在同一直线上).

(1) 求长方形窗户 $ABCD$ 的总面积; (用含 a 、 b 的代数式表示)

(2) 如果上面窗户的遮阳帘拉伸至 $AG = \frac{2}{3}AD$, 下面窗户的遮阳帘拉伸至 $CP = \frac{2}{5}BC$ 处时, 窗户的透光面积恰好为长方形窗户 $ABCD$ 面积的一半, 求 $\frac{a}{b}$.

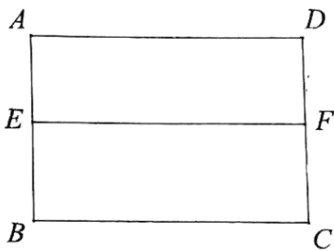


图 1

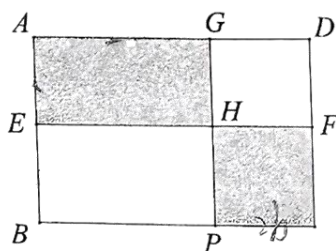


图 2

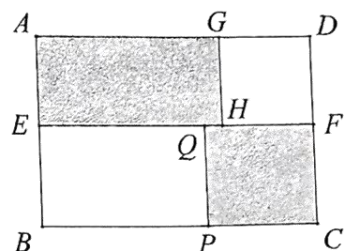


图 3



24. 小聪学习多项式研究了多项式值为 0 的问题, 发现当 $mx+n=0$ 或 $px+q=0$ 时, 多项式

$A=(mx+n)(px+q)=mpx^2+(mq+np)x+nq$ 的值为 0, 把此时 x 的值称为多项式 A 的零点.

(1) 已知多项式 $(3x+2)(x-3)$, 则此多项式的零点为_____

(2) 已知多项式 $B=(x-2)(x+m)=x^2+(a-1)x-3a$ 有一个零点为 2, 求多项式 B 的另一个零点;

24 题 (3) 订正: 小聪继续研究 $(x-4)(x-2)$, $x(x-6)$ 及 $(x-\frac{5}{2})(x-\frac{7}{2})$ 等, 发现在 x 轴上表示这些多项式零点的两个点关于直线 $x=3$ 对称, 他把这些多项式称为“3-系多项式”. 若多项式 $M=(2x-b)(cx-7c)=ax^2-(8a-4c)x+5b-4$ 是“3-系多项式”, 则 $a=1$, $b=2$, $c=3$.



25. 如图 1, 在四边形 $ABCD$ 中, 点 B, D 在直线 l 上, 点 A, C 在直线 l 异侧, $AB=AC$, $\angle CBD=\angle CAD$. 过点 A 作 $AH \perp BD$ 于点 H .

(1) 依题意补全图形,

(2) 若 $\angle BAC=\alpha$, 求 $\angle DAH$ 的度数 (用含 α 的代数式表示);

(3) 探究线段 BD 、 CD 和 DH 的数量关系, 并证明;

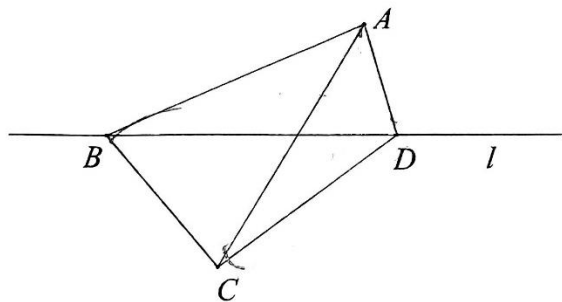
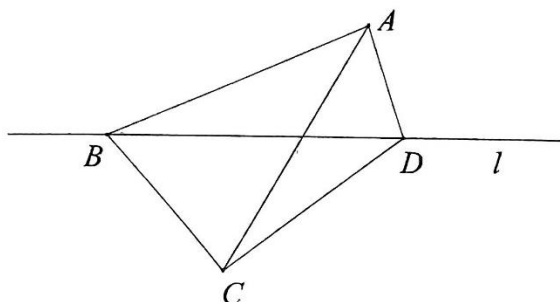


图 1



备用图



26. 平面直角坐标系 xOy 中, 过点 $T(0, t)$ 作平行于 x 轴的直线 l , 若对于点 P , 先将其关于 x 轴对称得到点 P_1 , 再将点 P_1 关于直线 l 对称得到点 P_2 , 若 P_2 在 x 轴和直线 l 之间 (可以在 x 轴或者直线 l 上), 我们就称点 P 为近 t 对称点.

(1) ①在点 $Q_1(0, 2)$, $Q_2(0, -2)$ 和 $Q_3(1, -3)$ 中, 近 2 对称点是_____.

②该坐标系所在平面上一条平行于 y 轴的线段长为 7 个单位, 若该线段上存在近 2 对称点, 直接写出该线段中点纵坐标 m 的取值范围是_____;

(2) 若存在底边为 4 的等腰直角三角形上每一点既是近 t 对称点又是近 $(t+1)$ 对称点, 求 t 的取值范围.

