

北京市日坛中学教育集团 2024—2025 学年度秋季学期

初中期中联考 九 年级 数 学 科 试 题 2024.10

学校： 校区： 班级： 姓名：

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个。

1. “瓦当”是中国古建筑中覆盖檐头筒瓦前端的遮挡，主要有防水、排水、保护木制飞檐和美化屋面轮廓的作用。瓦当上的图案设计优美，字体行云流水，极富变化，是中国特有的文化艺术遗产。下面“瓦当”图案中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



2. 下列各式中， y 是 x 的二次函数的是（ ）

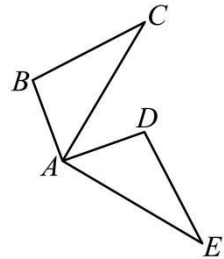
- A. $y = 3x - 1$ B. $y = \frac{1}{x^2}$ C. $y = 3x^2 + x - 1$ D. $y = 2x^3 - 1$

3. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个相等的实数根，则实数 m 的值为（ ）

- A. -9 B. $-\frac{9}{4}$ C. $\frac{9}{4}$ D. 9

4. 如图将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 到 $\triangle ADE$ ，若 $\angle DAE = 50^\circ$ ，则 $\angle CAD =$ （ ）

- A. 30° B. 40° C. 50° D. 90°



5. 抛物线 $y = (x-1)^2 + 3$ 的顶点坐标为（ ）

- A. $(1, 3)$ B. $(-1, 3)$ C. $(-1, -3)$ D. $(3, 1)$

6. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ，函数值 y 与自变量 x 的部分对应值如表：

当 $y < 8$ 时，则 x 的取值范围是（ ）

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	18	8	2	0	2	...

- A. $0 < x < 4$ B. $0 < x < 5$ C. $x < 0$ 或 $x > 4$ D. $x < 0$ 或 $x > 5$

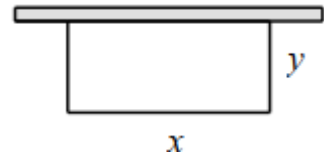
7. 关于抛物线 $y = 3(x-4)^2 + 9$ ，下列说法正确的是（ ）

- A. 开口向下 B. 对称轴为直线 $x = -4$
C. y 有最大值为 9 D. 当 $x > 4$ 时， y 随 x 的增大而增大



8. 如图，用一段长为 18 米的篱笆围成一个一边靠墙（墙长不限）的矩形花园，设该矩形花园的一边长为 x m，另一边的长为 y m，矩形的面积为 S m². 当 x 在一定范围内变化时， y 与 x ， S 与 x 满足的函数关系分别是（ ）

- A. 一次函数关系，二次函数关系 B. 正比例函数关系，二次函数关系
C. 二次函数关系，正比例函数关系 D. 二次函数关系，一次函数关系



二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 点 $(3, -2)$ 关于原点对称的点的坐标为_____.
10. 已知 $x=2$ 是一元二次方程 $x^2 - mx + 2 = 0$ 的一个根，则另一个根是_____.
11. 若点 $A(1, y_1)$, $B(2, y_2)$ 在抛物线 $y = -2(x+1)^2 - 1$ 上，则 y_1 _____ y_2 . (填 $>$ 、 $=$ 、或 $<$)
12. 写出一个开口向上，并且与 y 轴交于点 $(0, 2)$ 的抛物线的解析式_____.
13. 若抛物线 $y = 4x^2$ 向右平移 2 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度，则所得的抛物线的解析式是_____.
14. 关于 x 的方程 $x^2 + 2x - c = 0$ 无实数根，则二次函数 $y = x^2 + 2x - c$ 的图象的顶点在第_____象限.
15. 一元二次方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两个根分别为 x_1 、 x_2 ，则 $x_1 + x_2 - x_1x_2$ 的值为_____.
16. 某快递员负责为 A, B, C, D, E 五个小区取送快递，每送一个快递收益 1 元，每取一个快递收益 2 元，某天 5 个小区需要取送快递数量下表.

小区	需送快递数量	需取快递数量
A	15	6
B	10	5
C	8	5
D	4	7
E	13	4

- (1) 如果快递员一个上午最多前往 3 个小区，且要求他最少送快递 30 件，最少取快递 15 件，写出一种满足条件的方案_____ (写出小区编号);
- (2) 在 (1) 的条件下，如果快递员想要在上午达到最大收益，写出他的最优方案_____ (写出小区编号).

三、解答题（共 68 分，第 17-22 题，每题 5 分，第 23-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解下列方程: $x^2 + 5x = 0$; 18. 解下列方程: $x^2 + 3x + 1 = 0$

19. 若 m 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的根，求 $3 - 2m^2 + 2m$ 的值.

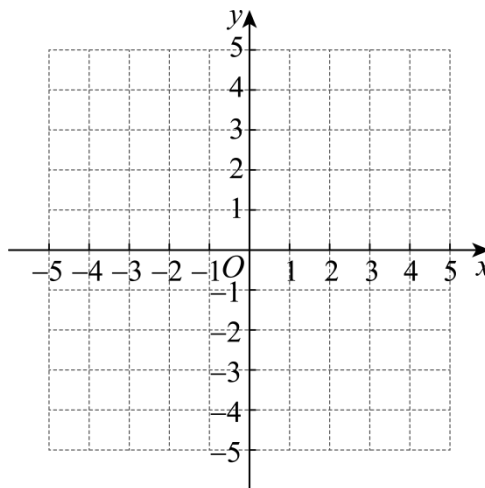


20. 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$.

(1) 二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$ 图象与 x 轴的交点坐标是 _____, y 轴的交点坐标是 _____, 顶点坐标是 _____;

(2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$ 的图象;

(3) 当 $1 < x < 4$ 时, 结合函数图象, 直接写出 y 的取值范围 _____.



21. 已知抛物线 $y = x^2 - (2m - 1)x + m^2 - m$.

(1) 求证: 此抛物线与 x 轴必有两个不同的交点;

(2) 若此抛物线与直线 $y = x - 3m + 3$ 的一个交点在 y 轴上, 求 m 的值.

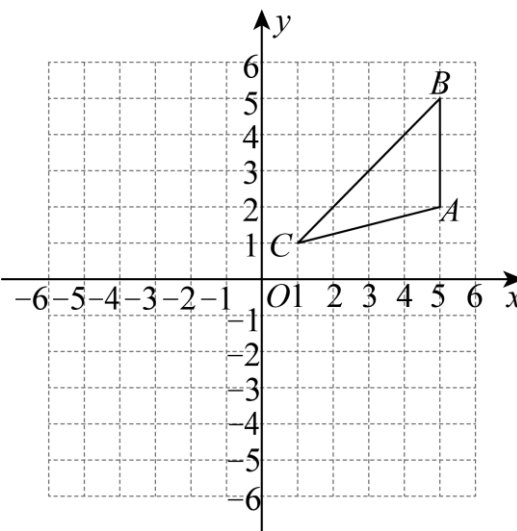


22. 如图, 正方形网格中, 每个小正方形的边长都是一个单位长度, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点分别是 $A(5, 2)$, $B(5, 5)$, $C(1, 1)$.

(1) $\triangle ABC$ 向左平移 3 个单位得到的 $\triangle A_1B_1C_1$, 则点 A , B , C 的对应点 A_1 , B_1 , C_1 的坐标分别为 A_1 (____, ____), B_1 (____, ____), C_1 (____, ____).

(2) 画出 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 后得到的 $\triangle A_2B_2C$.

(3) 求三角形 ABC 的面积.



23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + m - 2 = 0$ 有两个不相等的实数根.

- (1) 求 m 的取值范围;
- (2) 若 m 为正整数, 且该方程的根都是整数, 求 m 的值

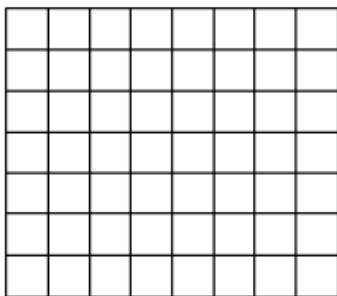


24. 某景观公园内人工湖里有一组小型喷泉, 水柱从垂直于湖面的水枪喷出, 水柱落于湖面的路径形状是抛物线. 现测量出如下数据, 在距水枪水平距离为 d 米的地点, 水柱距离湖面高度为 h 米.

d (米)	0.0	1.0	2.0	3.0	4.8	...
h (米)	1.0	1.75	2.0	1.75	0	...

请解决以下问题:

- (1) 在网格中建立适当的平面直角坐标系, 根据已知数据描点, 并用平滑的曲线连接.



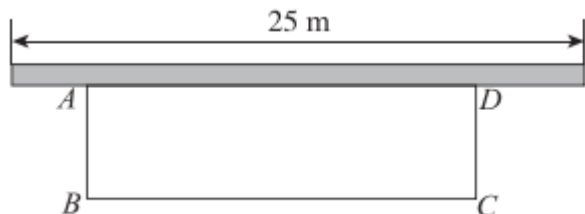
(2) 请结合表中所给数据或所画图象, 写出水柱最高点距离湖面的高度为_____米, 此时抛物线的解析式为_____.

(3) 现公园想通过喷泉设立新的游玩项目, 准备通过调节水枪高度, 使得公园湖中的 4 人平顶游船能从喷泉下方通过. 已知游船宽度为 1.6 米, 顶棚到水面的高度为 2 米. 要求游船从喷泉水柱中间通过时, 为避免游船被喷泉淋到, 顶棚到水柱的垂直距离均不小于 0.5 米. 求公园应该将水枪高度调节到多少米以上?

(备注: 水枪调节过程中所喷出的抛物线的形状相同)

25. 为了改善小区环境, 某小区决定在一块一边靠墙(墙长 25m)的空地上修建一个矩形小花园 $ABCD$, 小花园一边靠墙, 另三边用总长 40m 的栅栏围住, 如下图所示. 若设矩形小花园 AB 边的长为 x m, 面积为 y m².

- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;
 (2) 当 x 为何值时, 小花园的面积最大? 最大面积是多少?

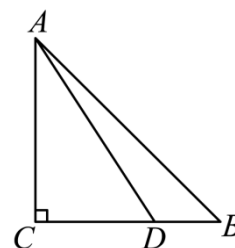


26. 已知抛物线 $y = -x^2 + 2tx$, 若点 $P(-1, y_1)$, $Q\left(\frac{t}{2}, y_2\right)$, $M(m, y_3)$ 在抛物线上.

- (1) 该抛物线的对称轴为_____ (用含 t 的式子表示);
 (2) 若当 $m = 2$ 时, $y_3 = 0$, 则 t 的值为_____;
 (3) 若对于 $2 \leq m \leq 3$ 时, 都有 $y_1 < y_3 < y_2$, 求 t 的取值范围.

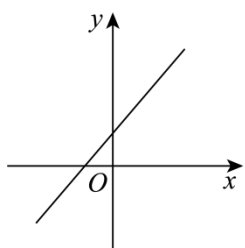
27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在 BC 边上 (不与点 B, C 重合), 将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 90° , 得到线段 AE , 连接 DE .

- (1) 根据题意补全图形, 并证明: $\angle EAC = \angle ADC$;
 (2) 过点 C 作 AB 的平行线, 交 DE 于点 F , 用等式表示线段 EF 与 DF 之间的数量关系, 并证明.

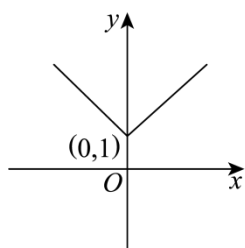


28. 定义：在平面直角坐标系中，有一条直线 $x=m$ ，对于任意一个函数，作该函数自变量大于 m 的部分关于直线 $x=m$ 的轴对称图形，与原函数中自变量大于或等于 m 的部分共同构成一个新的函数图象，则这个新函数叫做原函数关于直线 $x=m$ 的“镜面函数”。

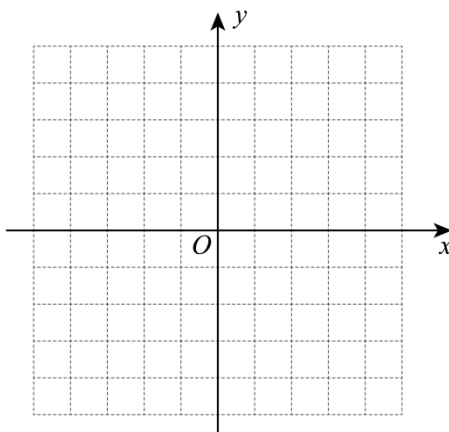
例如：图①是函数 $y=x+1$ 的图象，则它关于直线 $x=0$ 的“镜面函数”的图象如图②所示，且它的“镜面函数”的解析式为 $y = \begin{cases} x+1(x \geq 0) \\ -x+1(x < 0) \end{cases}$ ，也可以写成 $y=|x|+1$ 。



图①



图②



图③

- (1) 在图③中画出函数 $y = -2x + 1$ 关于直线 $x = 1$ 的“镜面函数”的图象。
- (2) 函数 $y = x^2 - 2x + 2$ 关于直线 $x = -1$ 的“镜面函数”与直线 $y = -x + n$ 有三个公共点，求 n 的值。
- (3) 已知抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 2 (a < 0)$ ，关于直线 $x = 0$ 的“镜面函数”图象上的两点 $P(x_1, y_1)$ ， $Q(x_2, y_2)$ ，当 $t - 1 \leq x_1 \leq t + 1$ ， $x_2 \geq 4$ 时，均满足 $y_1 \geq y_2$ ，直接写出 t 的取值范围。

